Commissions romandes de mathématique, de physique et de chimie

Formulaires et tables

Mathématiques
Physique
Chimie

Editions du Tourisme

Alphabet grec

Minuscule	Majuscule	Nom
α	A	alpha
β	B	bêta
γ	Γ	gamma
δ	Δ	delta
ε ou ϵ	E	epsilon
ζ	Z	zêta
η	H	êta
θ ou ϑ	Θ	thêta
ι	I	iota
κ	K	kappa
λ	Λ	lambda
μ	M	mu
ν	N	nu
ξ	Ξ	ksi ou xi
o	O	omicron
π ou ϖ	Π	pi
ρ ou ϱ	P	rho
σ ou ς	Σ	sigma
τ	T	tau
υ	Υ	upsilon
φ ou ϕ	Φ	phi
χ	X	khi ou chi
ψ	Ψ	psi
ω	Ω	oméga

Formulaires et tables

CRC CRM CRP

Commissions romandes de mathématique, de physique et de chimie

Formulaires et tables

Mathématiques Physique Chimie

éditions du Tricorne

Ouvrages publiés par la Commission Romande de Mathématique

S. PAHUD

Géométrie expérimentale I, II et III (Livre de l'élève)
Géométrie expérimentale I, II et III (Notes méthodologiques à insérer)

M.-Y. BACHMANN, H. CATTIN, P. ÉPINEY, F. HAEBERLI et G. JENNY

Méthodes numériques

MONOGRAPHIES (ouvrages collectifs de la CRM)

- Analyse
- Notions élémentaires
- Géométrie 1
- Géométrie 2
- Algèbre linéaire
- Géométrie vectorielle et analytique plane
- Géométrie vectorielle et analytique de l'espace
- Probabilités

CAHIERS DE LA CRM

N° 1	Suites de nombres réels	Alex WILLA
N° 2	Cryptologie	Nicolas MARTIGNONI

CRM, CRP et CRC

Formulaires et Tables (Mathématique, Physique, Chimie)

Sites web des commissions

Mathématiques	http://www.sspmp.ch/crm/
Physique	http://www.sspmp.ch/crp/
Chimie	http://wwwedu.ge.ch/po/chimie-orrm/

Diffusion Pahud & Cie
Pré de Vaux
1268 Begnins
Mhttp://www.diffusionpahud.ch/

© 2000–2006 Éditions du Tricorne
1201 Genève
www.tricorne.org
ISBN 2-8293-0216-8

Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit, notamment par photocopie ou numérisation, est interdite.

Avant-propos

En 1985, les commissions romandes de mathématique, de physique et de chimie sortaient de presse un ouvrage commun intitulé "Formulaires et Tables". Destiné aux élèves des écoles secondaires de Suisse romande, son contenu était également utile aux premières années d'études des écoles supérieures.

Lors de la 5e édition du "Formulaires et Tables" en 1996, il devint évident que les films servant à l'impression avaient fait leur temps. Aussi une recomposition complète devait impérativement être envisagée. Les mêmes trois commissions se sont alors concertées et ont décidé d'unir à nouveau leurs efforts pour proposer un manuel qu'elles ont voulu compact, résistant et d'utilisation aussi aisée que possible.

Dans cette intention, en plus de la table des matières figurant en début de volume, un index facilite la recherche systématique des différents contextes dans lesquels les mots et concepts sont utilisés. Nous sommes persuadés que l'utilisateur appréciera cette nouvelle commodité.

Comme l'édition précédente, cet ouvrage rendra d'éminents services aux enseignants et aux candidats comme référence pour la préparation aux examens de maturité. Son usage est autorisé par la Commission suisse de maturité pendant les épreuves écrites qu'elle organise.

Nous espérons que ce volume, issu d'une réflexion et d'un travail en commun de nos trois commissions, remplira le rôle que nous avons souhaité lui donner. Il se peut que quelques coquilles, presque inévitables lors d'une 1re édition, aient échappé à notre vigilance. Le cas échéant, nous vous serions reconnaissants de les communiquer à l'adresse e-mail suivante : formulaire@sspmp.ch. Nous serons d'autre part très attentifs aux remarques et suggestions qui pourraient améliorer nos prochaines éditions.

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à toutes celles et tous ceux qui ont consacré leur temps et mis leurs compétences à l'élaboration de cet ouvrage. Nos remerciements vont enfin aux Éditions du Tricorne à Genève qui en ont permis une réalisation de qualité.

Commissions romandes de mathématique, de physique et de chimie

Août 2000

Table des matières

Mathématiques 1

Notions de base 3

Éléments de logique 3

Ensemble 5

Analyse combinatoire 7

Calcul financier 9

Quelques nombres célèbres 10

Algèbre 13

Calcul algébrique 13

Polynômes 16

Nombres complexes 17

Structures algébriques 18

Algèbre linéaire 21

Déterminant 21

Système d'équations linéaires 22

Matrice 23

Application linéaire 24

Transformation linéaire 25

Trigonométrie 27

Trigonométrie plane 27

Trigonométrie sphérique 31

Géométrie 33

Géométrie classique 33

Géométrie vectorielle 45

Géométrie analytique plane 49

Géométrie analytique de l'espace 59

Analyse 65

Fonction réelle d'une variable réelle 65

Fonctions particulières 67
Limite et continuité 72
Calcul différentiel 74
Calcul intégral 77
Équation différentielle 84
Suite 85
Série 86
Méthodes numériques 91

Probabilités et statistique **99**
Probabilités 99
Quelques lois de probabilité discrètes 102
Quelques lois de probabilité continues 103
Moyenne et variance de quelques lois 105
Approximations de lois 106
Loi de probabilité à deux variables 106
Statistique 107
Intervalle de confiance (bilatéral) 108
Test d'hypothèse 109

Tables numériques **110**
Fonction de répartition Φ de la loi normale $N(0\,;1)$ 111
Loi du χ^2 de Pearson 112
Loi du T de Student-Fisher 113
Tables de mortalité 114

Physique **117**

Unités **119**
Les unités de base du Système International d'Unités (SI) 119
Unités SI supplémentaires 120
Unités dérivées SI 120
Unités définies indépendamment des unités SI de base 121
Formation de multiples et sous-multiples décimaux des unités 121

Formulaire : Mécanique **123**
Cinématique : Définitions 123
Cinématique : Mouvements particuliers 125
Dynamique du point matériel : Définitions 126
Dynamique du point matériel : Lois 128

Dynamique : Forces particulières et grandeurs associées 129
Dynamique : Systèmes de points matériels 131
Dynamique : Corps solides 132
Dynamique : Mouvements particuliers 135
Mécanique des fluides 137

Formulaire : Électricité **139**
Électrostatique 139
Électrocinétique 142
Magnétisme 143
Courants alternatifs 145

Formulaire : Chaleur **147**

Formulaire : Ondes et Optique **149**
Généralités 149
Acoustique 150
Optique géométrique 151

Formulaire : Relativité **153**

Formulaire : Atomes et particules **155**

Constantes physiques **157**

Unités diverses **159**

Tables générales **161**

Tables particulières **171**
Masse volumique de l'eau, de l'alcool et du mercure en fonction de la température . . . 171
Masse volumique de l'eau en fonction de la température 172
Viscosités de quelques fluides 172
Pouvoirs énergétiques moyens de quelques combustibles 173
Rendements divers 173
Énergies diverses 174
Puissances diverses 174
Variation de la pression atmosphérique avec l'altitude 175
Pression de saturation de la vapeur d'eau, en fonction de la température. 175
Points triples de diverses substances 176
Chaleurs molaires des gaz, valeurs à 20 °C 176
Coefficients de frottements statique et dynamique de quelques matériaux 177

Intensités de quelques champs magnétiques 177
Indices de réfraction 178
Tableau des ondes électromagnétiques 180
Éclairements courants 180
Vitesses des ondes sonores. Pressions sonores et niveaux sonores 181
Fréquences de la gamme 181
Températures et pressions critiques de quelques substances 182
Permittivités relatives et résistivités de quelques isolants 182
Les particules fondamentales (Modèle standard) 183
Les interactions fondamentales 185
Énergie de liaison nucléaire 185
Réactions nucléaires 186
Radioprotection 187

Formulaire : Astronomie **189**
Données et définitions générales 189
Le système solaire 194
Les étoiles 204
La Voie Lactée 208
Les galaxies 210
Cosmologie 213

Chimie **215**

Formulaire de chimie **217**

Tables de chimie **223**
Constantes d'acidité de quelques couples acide-base à 25°C 223
Produit ionique de l'eau K_e et pH en fonction de T 223
pH de boissons et liquides divers 224
Concentrations usuelles de quelques acides et bases 224
Potentiels standards d'oxydo-réduction de quelques couples redox inorganiques 225
Potentiels standards d'oxydo-réduction de quelques couples redox organiques 226
Répartition naturelle des éléments 226
Quelques isotopes naturels 227
Quelques isotopes radioactifs 229
Énergies d'ionisation [MJ/mol] 230
Énergies moyennes de liaison [kJ/mol] 230
Quelques propriétés des éléments et de leurs corps simples 231

Constantes physico-chimiques de quelques espèces inorganiques 235
Solubilité des sels et des hydroxydes 243
Solubilité des gaz dans l'eau 243
Nomenclature de quelques molécules et ions en solution 244
Composition de substances courantes 245
Constantes physico-chimiques de composés organiques 246
Fonctions organiques 247
Valeur énergétique de quelques aliments 248
Additifs alimentaires 248
Vitamines 249
Utilité et besoins quotidiens de quelques vitamines pour l'être humain 251
Substances dangereuses 253

Biochimie **255**
Acides gras 257
Lipides 258
Acides aminés 259
Un exemple de protéine : l'hémoglobine 261
Monosaccharides 262
Polysaccharides 264
Bases azotées 265
Désoxyribonucléotides particuliers 265
Nucléotides 266
ARN et ADN 267
La double hélice d'ADN 268
Code génétique 268

Index **269**

Mathématiques

Notions de base

Éléments de logique

Une *proposition* est un énoncé qui satisfait aux deux principes suivants :

1. Une proposition ne peut être que vraie ($\mathcal{V}$) ou fausse ($\mathcal{F}$) **(principe du tiers exclu)**.
2. Une proposition ne peut être en même temps vraie et fausse **(principe de non-contradiction)**.

On note p, q et r des propositions élémentaires ou composées.

Connecteurs ou opérateurs

	Dénomination française	Notation mathématique
Conjonction	p et q	$p \wedge q$
Disjonction	p ou q	$p \vee q$
Inférence	si p alors q	$p \rightarrow q$
Biconditionnelle	(si p alors q) et (si q alors p)	$p \leftrightarrow q$
Négation	non p	$\overline{p}$

Tables de vérité

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\overline{p}$
$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$
$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$
$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$
$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$

Une inférence vraie est une *implication* ; elle est notée $p \Rightarrow q$.
Une biconditionnelle vraie est une *équivalence* ; elle est notée $p \Leftrightarrow q$.

Propriétés

Commutativité	$p \wedge q \quad \Leftrightarrow \quad q \wedge p$	$p \vee q \quad \Leftrightarrow \quad q \vee p$
Associativité	$(p \wedge q) \wedge r \quad \Leftrightarrow \quad p \wedge (q \wedge r)$	$(p \vee q) \vee r \quad \Leftrightarrow \quad p \vee (q \vee r)$
Distributivité	$(p \wedge q) \vee r \quad \Leftrightarrow \quad (p \vee r) \wedge (q \vee r)$	$(p \vee q) \wedge r \quad \Leftrightarrow \quad (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Lois de Morgan	$\overline{p \vee q} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{p} \wedge \overline{q}$	$\overline{p \wedge q} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{p} \vee \overline{q}$

Équivalences et implications particulières

Réduction de l'inférence	$p \rightarrow q \quad \Leftrightarrow \quad \overline{p} \vee q$
Négation de l'inférence	$\overline{p \rightarrow q} \quad \Leftrightarrow \quad p \wedge \overline{q}$
Contraposition	$p \rightarrow q \quad \Leftrightarrow \quad \overline{q} \rightarrow \overline{p}$
Réduction de la biconditionnelle	$p \leftrightarrow q \quad \Leftrightarrow \quad (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
Raisonnement par l'absurde	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \overline{q}) \quad \Rightarrow \quad \overline{p}$
Syllogisme	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \quad \Rightarrow \quad (p \rightarrow r)$

Quantification

On note $r(x)$ et $s(x)$ deux fonctions logiques (ou conditions) où x appartient à un ensemble M non vide.

Quantificateur d'universalité

La proposition $(\forall x)\ r(x)$ est vraie si $r(x)$ est vraie pour tout élément de M, fausse dans le cas contraire. Le symbole $\forall$ se lit *pour tout*.

Quantificateur d'existence

La proposition $(\exists x)\ r(x)$ est vraie s'il existe un élément de M pour lequel $r(x)$ est vraie, fausse dans le cas contraire. Le symbole $\exists$ se lit *il existe*.

Propriétés

p	$(\forall x)\ r(x)$	$(\exists x)\ r(x)$	$(\forall x)\ \big(r(x) \rightarrow s(x)\big)$	$(\exists x)\ \big(r(x) \wedge s(x)\big)$
$\overline{p}$	$(\exists x)\ \overline{r(x)}$	$(\forall x)\ \overline{r(x)}$	$(\exists x)\ \big(r(x) \wedge \overline{s(x)}\big)$	$(\forall x)\ \big(\overline{r(x)} \vee \overline{s(x)}\big)$

Ensemble

La notation $x \in A$ signifie que x est *élément* de l'ensemble A.
L'*ensemble vide*, noté $\varnothing$, est l'ensemble ne contenant aucun élément.

Inclusion

On dit que A est *inclus* dans B (on dit aussi que A est une *partie* de B ou que A est un *sous-ensemble* de B) si, pour tout x, $x \in A \Rightarrow x \in B$. On note $A \subset B$.

$(A \subset B \text{ et } B \subset A) \Leftrightarrow A = B$	$(A \subset B \text{ et } B \subset C) \Rightarrow A \subset C$

Opérations

On note A, B et C des sous-ensembles d'un ensemble U (*univers* ou *référentiel*).

Intersection $\quad A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$

Si $A \cap B = \varnothing$, alors les parties A et B sont dites *disjointes*.

Union $\quad A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$

Différence $\quad A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$

$A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Complémentaire $\quad \overline{A} = \complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ et } x \notin A\}$

Propriétés

Commutativité	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Associativité	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributivité	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Lois de Morgan	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Produit cartésien

$A \times B = \{(x\,;y) \mid x \in A \text{ et } y \in B\}$. L'élément $(x\,;y)$ est appelé *couple*.

$A \times B \times C = \{(x\,;y\,;z) \mid x \in A \text{ et } y \in B \text{ et } z \in C\}$. L'élément $(x\,;y\,;z)$ est appelé *triplet*.

Ensembles de nombres

Nombres naturels	$\mathbb{N} = \{0\,;1\,;2\,;...\}$
Naturels non nuls	$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$
Nombres entiers	$\mathbb{Z} = \{...\,;-2\,;-1;0\,;1\,;2\,;...\}$
Nombres rationnels	$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \,\middle|\, p \in \mathbb{Z} \text{ et } q \in \mathbb{N}^*\right\}$
Nombres réels	$\mathbb{R}$
Nombres irrationnels	$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
Nombres complexes	$\mathbb{C} = \{z = a + bi \,\vert\, a, b \in \mathbb{R} \text{ et } i^2 = -1\}$
Réels non nuls	$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Réels négatifs	$\mathbb{R}_- = \{x \,\vert\, x \in \mathbb{R} \text{ et } x \leq 0\}$
Réels positifs	$\mathbb{R}_+ = \{x \,\vert\, x \in \mathbb{R} \text{ et } x \geq 0\}$

On utilise des notations analogues pour $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$.

Intervalles

On note a et b deux réels tels que $a < b$.

Intervalle fermé	$[a\,;b] = \{x \in \mathbb{R} \,\vert\, a \leq x \leq b\}$
Intervalle ouvert	$]a\,;b[= \{x \in \mathbb{R} \,\vert\, a < x < b\}$
	$[a\,;+\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,\vert\, x \geq a\}$
	$]-\infty\,;b] = \{x \in \mathbb{R} \,\vert\, x \leq b\}$

Relation dans un ensemble

On note x, y et z trois éléments d'un ensemble et $x\,R\,y$ pour signifier que x est en relation avec y.
La relation R est

réflexive	si, pour tout x, $x\,R\,x$
symétrique	si, pour tout x, y, $x\,R\,y \Rightarrow y\,R\,x$
transitive	si, pour tout x, y, z, $(x\,R\,y$ et $y\,R\,z) \Rightarrow x\,R\,z$
antisymétrique	si, pour tout x, y, $(x\,R\,y$ et $y\,R\,x) \Rightarrow x = y$
connexe	si, pour tout x, y, on a $x\,R\,y$ ou $y\,R\,x$

Une relation est appelée *relation d'équivalence* si elle est réflexive, symétrique et transitive.
Une relation est appelée *relation d'ordre* si elle est réflexive, antisymétrique et transitive.
On appelle *relation d'ordre total* une relation d'ordre qui est connexe.

Application d'un ensemble vers un ensemble

Une *application* f d'un ensemble A vers un ensemble B est une relation qui, à tout élément x de l'ensemble de départ A, associe un et un seul élément $f(x)$ de l'ensemble d'arrivée B.
L'élément $f(x)$ est appelé *l'image* de x par f et on note $f(A)$ l'ensemble des images par f.

f est *injective* si, pour tout x_1, x_2, on a $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

f est *surjective* si $f(A) = B$

f est *bijective* si f est injective et surjective

Si f est une bijection de A vers B, la *relation réciproque* de f est une application de B vers A, notée ${}^{r}f$, telle que $x = {}^{r}f(y) \Leftrightarrow y = f(x)$

Analyse combinatoire

Factorielle

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ \ldots \ \cdot n$ si $n \in \mathbb{N}^*$

$0! = 1$

$$\boxed{\begin{aligned} n! &= n \cdot (n-1)! \\ 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ \ldots \ \cdot 2n &= 2^n n! \\ 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ \ldots \ \cdot (2n-1) &= \frac{(2n)!}{2^n n!} \end{aligned}}$$

Formule de Stirling

$$\boxed{\begin{gathered} \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\left(1+\frac{1}{12n}\right) < n! < \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\left(1+\frac{1}{12n}+\frac{1}{288n^2}\right) \\ n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n \qquad \text{si } n \text{ est très grand} \end{gathered}}$$

Coefficients binomiaux

$\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ où $n, k \in \mathbb{N}$ et $0 \leq k \leq n$

$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$	$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$	$\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$
$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ \ldots \ + \binom{n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$		

Binôme de Newton

On note a, b deux nombres réels et n un entier naturel non nul.

$$\boxed{(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n}b^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k}$$

Triangle de Pascal

Coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ pour $0 \leq k \leq n \leq 12$

$\binom{8}{5} = 56$

n \ k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1												
1	1	1											
2	1	2	1										
3	1	3	3	1									
4	1	4	6	4	1								
5	1	5	10	10	5	1							
6	1	6	15	20	15	6	1						
7	1	7	21	35	35	21	7	1					
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

Dénombrement

Arrangement simple

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ($k \leq n$) en les classant dans un ordre particulier, on forme un *arrangement simple* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre A_k^n d'arrangements simples est

$$\boxed{A_k^n = n(n-1)\ldots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Arrangement avec répétitions

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même) en les classant dans un ordre particulier, on forme un *arrangement avec répétitions* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre $\overline{A_k^n}$ d'arrangements avec répétitions est

$$\boxed{\overline{A_k^n} = n^k}$$

Permutation simple

Si on classe dans un ordre particulier n éléments distincts, on forme une *permutation simple* (de ces n éléments).
Le nombre P_n de permutations simples est

$$\boxed{P_n = n!}$$

Permutation avec répétitions

Si on classe dans un ordre particulier n éléments dont n_1 sont identiques de type 1, n_2 identiques de type 2, ..., n_p identiques de type p ($n_1 + n_2 + \ldots + n_p = n$), on forme une *permutation avec répétitions* (de ces n éléments).
Le nombre $\overline{P}(n_1, n_2, \ldots, n_p)$ de permutations avec répétitions est

$$\boxed{\overline{P}(n_1, n_2, \ldots, n_p) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_p!}}$$

Combinaison simple

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ($k \leq n$) sans les classer dans un ordre particulier, on forme une *combinaison simple* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre C_k^n de combinaisons simples est

$$\boxed{C_k^n = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}}$$

Combinaison avec répétitions

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même) sans les classer dans un ordre particulier, on forme une *combinaison avec répétitions* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre $\overline{C_k^n}$ de combinaisons avec répétitions est

$$\boxed{\overline{C_k^n} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!} = \binom{n+k-1}{k}}$$

Calcul financier

Intérêts simples et composés

Capital initial (valeur actuelle)	C_0
Valeur acquise après n années	C_n
Taux d'intérêt annuel	i
Intérêt produit après n années	I_n
Facteur de capitalisation annuel	$r = 1 + i$
Facteur d'actualisation annuel	$v = \dfrac{1}{r}$

Intérêts simples	Intérêts composés
$I_n = C_0\, i\, n$	$I_n = C_0(r^n - 1)$
$C_n = C_0\,(1 + i\, n)$	$C_n = C_0\, r^n$
$C_0 = \dfrac{C_n}{1 + i\, n}$	$C_0 = C_n v^n$

Conversion de taux

Un taux annuel i, un taux mensuel m et un taux journalier j génèrent les mêmes rendements si

$$\boxed{1+i=(1+m)^{12}=(1+j)^{365}}$$

Annuité et rente

i : taux d'intérêt annuel $r=1+i \qquad v=\dfrac{1}{r}$	Paiements échus **au début** de chaque année	Paiements échus **à la fin** de chaque année
Valeur acquise à la fin de la n-ième année par n versements-unités	$\ddot{s}_{\overline{n}\vert}=r\,\dfrac{r^n-1}{r-1}$	$s_{\overline{n}\vert}=\dfrac{r^n-1}{r-1}$
Valeur actuelle d'une rente-unité payable n fois	$\ddot{a}_{\overline{n}\vert}=\dfrac{1-v^n}{1-v}=\dfrac{1-r^n}{r^{n-1}(1-r)}$	$a_{\overline{n}\vert}=v\,\dfrac{1-v^n}{1-v}=\dfrac{1-r^n}{r^n(1-r)}$
Valeur actuelle d'une rente-unité perpétuelle	$\ddot{a}_{\overline{\infty}\vert}=\dfrac{1}{1-v}=\dfrac{r}{r-1}$	$a_{\overline{\infty}\vert}=\dfrac{v}{1-v}=\dfrac{1}{r-1}$

Amortissement d'une dette et paiement de ses intérêts

Annuité ρ à verser n fois en fin d'année pour rembourser une dette D : $\boxed{\rho=\dfrac{D}{a_{\overline{n}\vert}}}$

Dette restante après avoir versé m annuités ρ : $\boxed{D_m=D\,r^m-\rho\,s_{\overline{m}\vert}}$

Quelques nombres célèbres

Le nombre π

$\pi=3.14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 50288\ 41971\ 69399\ 37510\ 58209\ 74944\ 59230\ 78164$
$06286\ 20899\ 86280\ 34825\ 34211\ 70680\ldots$

Le nombre e

$$e=\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \qquad e=1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\ldots$$

$e=2.71828\ 18284\ 59045\ 23536\ 02874\ 71352\ 66249\ 77572\ 47093\ 69995\ 95749\ 66967\ 62772\ 40776$
$30353\ 54759\ 45713\ 82178\ 52516\ 64274\ldots$

Le nombre d'or

$$\Phi=\frac{\sqrt{5}+1}{2} \qquad \frac{1}{\Phi}=\Phi-1$$

$\Phi=1.61803\ 39887\ 49894\ 84820\ 45868\ 34365\ 63811\ 77203\ 09179\ 80576\ 28621\ 35448\ 62270\ 52604$
$62818\ 90244\ 97072\ 07204\ 18939\ 11375\ldots$

La constante d'Euler

$$\gamma = \lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln(n)\right)$$

$\gamma = 0.57721\ 56649\ 01532\ 86060\ 65120\ 90082\ 40243\ 10421\ 59335\ 93992\ 35988\ 05767\ 23488\ 48677$
$26777\ 66467\ 09369\ 47063\ 29174\ 67495\ldots$

Les triplets de Pythagore

Trois nombres entiers positifs a, b et c forment un *triplet de Pythagore* si $a^2 + b^2 = c^2$
Si m et n sont des entiers positifs tels que $m > n$, les nombres suivants forment un triplet de Pythagore :

$$\boxed{a = 2mn,\ b = m^2 - n^2 \text{ et } c = m^2 + n^2}$$

Quelques triplets de Pythagore :

3	5	7	8	9	11	12	13	16	20	28	33	36	39	48	65
4	12	24	15	40	60	35	84	63	21	45	56	77	80	55	72
5	13	25	17	41	61	37	85	65	29	53	65	85	89	73	97

Algèbre

Calcul algébrique

Identités

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \ldots + \binom{n}{n}b^n$ coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$, voir page 7	
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	$a^2 + b^2$ n'est pas factorisable dans les réels
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})$	
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$	

Puissances et racines

On note a et b des nombres strictement positifs ; $\sqrt[n]{a}$ n'est définie que pour $n \in \mathbb{N}^*$.

$a^0 = 1$ $\quad a^p = a \cdot a^{p-1}$ $\quad a^{-q} = \dfrac{1}{a^q}$ $\quad a^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a}$ $\quad a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$

$a^p a^q = a^{p+q}$	$\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	$(a^p)^q = a^{pq}$	$a^p b^p = (ab)^p$	$\dfrac{a^p}{b^p} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^p$
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$	$\left(\sqrt[q]{a}\right)^p = \sqrt[q]{a^p}$	$\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[pq]{a}$	$\sqrt[q]{a}\,\sqrt[q]{b} = \sqrt[q]{ab}$	$\dfrac{\sqrt[q]{a}}{\sqrt[q]{b}} = \sqrt[q]{\dfrac{a}{b}}$

Logarithmes

On note a et b deux nombres réels strictement positifs et différents de 1.

$y = \log_a(x) \quad \Leftrightarrow \quad a^y = x$ $\qquad$ y est le *logarithme en base a de x*, pour $x \in \mathbb{R}_+^*$

$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$	$\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$
$\log_a\left(\dfrac{1}{y}\right) = -\log_a(y)$	$\log_a(x^p) = p\,\log_a(x)$

Logarithmes particuliers

$y = \log(x) \quad \Leftrightarrow \quad 10^y = x$ $\qquad$ y est le *logarithme décimal* de x (base 10)
$y = \ln(x) \quad \Leftrightarrow \quad e^y = x$ $\qquad$ y est le *logarithme naturel* de x (base e)

Changement de base

$$\boxed{\log_a(x) = \frac{\log(x)}{\log(a)} = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}}$$

Valeur absolue

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

$\lvert ab\rvert = \lvert a\rvert \cdot \lvert b\rvert$	$\left\lvert \dfrac{a}{b}\right\rvert = \dfrac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert}$	$\sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$	$\big\lvert\lvert a\rvert - \lvert b\rvert\big\rvert \leq \lvert a+b\rvert \leq \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$

Symbole et formules de sommation

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ \ldots \ + x_n$$

$\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i$	$\displaystyle\sum_{i=1}^{n} kx_i = k\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\displaystyle\sum_{i=1}^{n} k = nk$

$\sum_{i=1}^{n} i = 1+2+3+\ \dots\ +n = \frac{n(n+1)}{2}$
$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2+2^2+3^2+\ \dots\ +n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
$\sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3+2^3+3^3+\ \dots\ +n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left(\sum_{i=1}^{n} i\right)^2$
$\sum_{i=1}^{n} i^4 = 1^4+2^4+3^4+\ \dots\ +n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

$\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = 1+3+5+\ \dots\ +(2n-1) = n^2$
$\sum_{i=1}^{n}(2i-1)^2 = 1^2+3^2+5^2+\ \dots\ +(2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$

$\sum_{i=0}^{n} x^i = 1+x+x^2+\ \dots\ +x^n = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$
$\sum_{i=0}^{n-1}(i+1)x^i = 1+2x+3x^2+\ \dots\ +nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1}-(n+1)x^n+1}{(x-1)^2}$

On utilise un symbole analogue pour le produit de plusieurs facteurs ou pour la réunion de plusieurs ensembles :

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot\ \dots\ \cdot x_n \qquad \bigcup_{i=1}^{n} E_i = E_1 \cup E_2 \cup\ \dots\ \cup E_n$$

Moyennes

Moyenne	de deux nombres a_1, a_2	de n nombres $a_1, a_2, \dots, a_n$
arithmétique (A)	$\frac{a_1+a_2}{2}$	$\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}$
pondérée	$\frac{\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2}{\lambda_1+\lambda_2}$	$\frac{\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\dots+\lambda_n a_n}{\lambda_1+\lambda_2+\dots+\lambda_n}$
géométrique (G)	$\sqrt{a_1 a_2}$	$\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$
harmonique (H)	$\frac{2}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}} = \frac{2a_1a_2}{a_1+a_2}$	$\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\dots+\frac{1}{a_n}}$
quadratique (Q)	$\sqrt{\frac{{a_1}^2+{a_2}^2}{2}}$	$\sqrt{\frac{{a_1}^2+{a_2}^2+\dots+{a_n}^2}{n}}$

Propriété $\quad H \leq G \leq A \leq Q$

Polynômes

Polynôme du deuxième degré à coefficients réels

$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

Les *zéros du polynôme* P sont les solutions de l'*équation du deuxième degré* $P(x) = 0$

Zéros et factorisation

L'expression $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$ est le *discriminant* de P.

Si $\Delta > 0$, le polynôme P admet deux zéros réels

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

et on a l'identité

$$\boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)}$$

Si $\Delta = 0$, le polynôme P admet un seul zéro réel

$$\boxed{x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}}$$

et on a l'identité

$$\boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2}$$

Si $\Delta < 0$, le polynôme P n'admet pas de zéro réel et n'est pas décomposable en un produit de polynômes du premier degré à coefficients réels.

P admet cependant deux zéros complexes conjugués $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

Relations de Viète

$x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$	$x_1 x_2 = \dfrac{c}{a}$

Polynôme de degré n

$P(x) = c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \ldots + c_1 x + c_0 \quad (c_n \neq 0)$

Les *zéros du polynôme* P sont les solutions de l'équation $P(x) = 0$

Pour les polynômes de degré supérieur à 2, les zéros sont généralement estimés par des méthodes numériques (voir page 93).

Divisibilité de $P(x)$ par $x-a$

Pour tout nombre réel a, il existe un polynôme Q défini par l'identité $P(x) = (x-a)Q(x) + P(a)$

$$\boxed{P(x) \text{ est divisible par } x-a \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 0}$$

Le *schéma de Horner* est un algorithme qui permet de déterminer les coefficients du polynôme Q et la valeur $P(a)$:

$$\boxed{\begin{array}{ccccccc} c_n & c_{n-1} & c_{n-2} & \dots & c_2 & c_1 & c_0 \\ \underbrace{d_{n-1} \quad d_{n-2} \quad d_{n-3} \quad \dots \quad d_1 \quad d_0}_{\text{coefficients de } Q} & & & & & & P(a) \end{array}}$$

avec $\begin{cases} d_{n-1} &= c_n \\ d_{i-1} &= c_i + a d_i \quad (1 \le i \le n-1) \\ P(a) &= c_0 + a d_0 \end{cases}$

Relations de Viète

Si $P(x) = c_n(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)$, alors $x_1, x_2, \dots, x_n$ sont les zéros de P et

$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\dfrac{c_{n-1}}{c_n}$	$x_1 x_2 \dots x_n = (-1)^n \dfrac{c_0}{c_n}$

Nombres complexes

On note i un nombre tel que $i^2 = -1$.

Forme algébrique $\quad z = a + b\,i$ où $a, b \in \mathbb{R}$

a est la *partie réelle* de z, notée $\mathrm{Re}(z)$

b est la *partie imaginaire* de z, notée $\mathrm{Im}(z)$

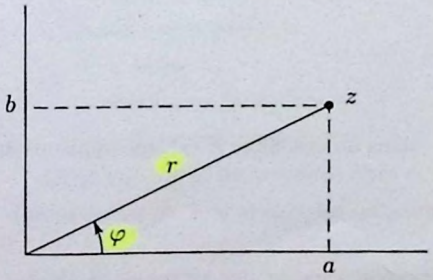
Forme trigonométrique $\quad z = r\left(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)\right) = r\,\mathrm{cis}(\varphi)$ avec $r \in \mathbb{R}_+$ et $\varphi \in \mathbb{R}$

r est le *module* de z, noté $|z|$

φ est l'*argument* de z, noté $\arg(z)$

Forme exponentielle $\quad z = r\,e^{i\varphi}$

Relations entre formes algébrique, trigonométrique et exponentielle



$r = \sqrt{a^2+b^2}$	$\tan(\varphi) = \dfrac{b}{a}$
$\cos(\varphi) = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\sin(\varphi) = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$
$a = r\cos(\varphi)$	$b = r\sin(\varphi)$
Formule d'Euler	$e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)$

Opérations

Forme algébrique	Formes trigonométrique et exponentielle
$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$	
$z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i$	$z_1 z_2 = r_1 r_2 \operatorname{cis}(\varphi_1 + \varphi_2) = r_1 r_2\, e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$
$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2)}{{a_2}^2 + {b_2}^2} + \frac{(a_2 b_1 - a_1 b_2)}{{a_2}^2 + {b_2}^2} i$	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \operatorname{cis}(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{r_1}{r_2}\, e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}$
$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$	$\frac{1}{z} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\varphi) = \frac{1}{r}\, e^{-i\varphi}$
	$z^n = r^n \operatorname{cis}(n\varphi) = r^n\, e^{in\varphi}$

Formule de Moivre

$$\boxed{\big(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)\big)^n = \cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi)}$$

Racines n-ièmes

On note $z = r \operatorname{cis}(\varphi)$ un nombre complexe non nul.

L'équation $w^n = z, n \in \mathbb{N}^*$, possède n solutions distinctes :

$$\boxed{w_k = \sqrt[n]{r} \operatorname{cis}\left(\frac{\varphi + k \cdot 2\pi}{n}\right) = \sqrt[n]{r}\, e^{i\frac{\varphi + k\cdot 2\pi}{n}} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, n-1}$$

Conjugué

Le *conjugué* de z est $\overline{z} = a - b\,i = r \operatorname{cis}(-\varphi) = r\, e^{-i\varphi}$.

$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$	$\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\ \overline{z_2}$	$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$	$z\overline{z} = \lvert z\rvert^2$
$\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$	$\operatorname{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$	$\overline{\overline{z}} = z$	$\frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{\lvert z\rvert^2}$

Structures algébriques

Loi de composition interne

Une *loi de composition interne* (ou *opération interne*) $\top$ dans un ensemble E est une application de $E \times E$ vers E.

$$\begin{array}{ccc} E \times E & \to & E \\ (a\,,\,b) & \mapsto & a \top b \end{array}$$

Un ensemble muni d'une ou de plusieurs lois de composition internes est une *structure algébrique*.

Propriétés

On note $\top$ et $\star$ deux lois de composition internes définies dans un ensemble E et a, a', b, c, n des éléments de E.

$\top$ est *commutative*	$a \top b = b \top a$	pour tout a, b
$\top$ est *associative*	$(a \top b) \top c = a \top (b \top c)$	pour tout a, b, c
n est *élément neutre* pour $\top$	$a \top n = n \top a = a$	pour tout a
a' est le *symétrique* de a pour $\top$	$a' \top a = a \top a' = n$	
$\star$ est *distributive par rapport à* $\top$	$a \star (b \top c) = (a \star b) \top (a \star c)$ $(a \top b) \star c = (a \star c) \top (b \star c)$	pour tout a, b, c

Groupe

La structure $(E, \top)$ est un *groupe*

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1. & \text{la loi de composition interne } \top \text{ est associative} \\ 2. & \text{il existe dans } E \text{ un élément neutre pour } \top \\ 3. & \text{tout élément de } E \text{ possède un symétrique pour } \top \end{cases}$$

Si, de plus, $\top$ est commutative, le *groupe* est dit *abélien* ou *commutatif*. Dans un groupe abélien, la loi de composition est souvent notée $+$.

Corps

La structure $(E, +, \cdot)$ est un *corps*

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1. & (E, +) \text{ est un groupe commutatif dont } 0 \text{ est l'élément neutre} \\ 2. & (E \setminus \{0\}, \cdot) \text{ est un groupe dont } 1 \text{ est l'élément neutre} \\ 3. & \text{l'opération } \cdot \text{ est distributive par rapport à l'opération } + \end{cases}$$

Le *corps* est dit *commutatif* si l'opération $\cdot$ est commutative.

Espace vectoriel réel

Un ensemble non vide E est un *espace vectoriel réel* s'il est muni

1. d'une loi de composition interne, notée $+$, telle que la structure $(E, +)$ est un groupe abélien
2. d'une *loi de composition externe*

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R} \times E & \to & E \\ (\lambda, u) & \mapsto & \lambda \cdot u \end{array}$$

vérifiant les propriétés suivantes

$$\alpha \cdot (\beta \cdot u) = (\alpha \beta) \cdot u$$
$$1 \cdot u = u$$
$$\alpha \cdot (u + v) = \alpha \cdot u + \alpha \cdot v$$
$$(\alpha + \beta) \cdot u = \alpha \cdot u + \beta \cdot u$$

quels que soient les nombres réels α, β et les éléments u, v de E.

Les éléments de E sont appelés *vecteurs* et les éléments de $\mathbb{R}$ sont appelés *scalaires*.

Algèbre linéaire

Déterminant

Déterminant d'ordre deux

Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, alors $\mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$.

Interprétation géométrique

La valeur obtenue est, au signe près, l'aire du parallélogramme construit sur $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

Propriétés

$\mathrm{Det}(\lambda\vec{a}\,;\vec{b}) = \lambda\,\mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b})$	$\mathrm{Det}(\vec{a}+\vec{c}\,;\vec{b}) = \mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b}) + \mathrm{Det}(\vec{c}\,;\vec{b})$
$\mathrm{Det}(\vec{b}\,;\vec{a}) = -\mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b})$	
$\mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{a}) = 0$	$\mathrm{Det}(\vec{a}+\lambda\vec{b}\,;\vec{b}) = \mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b})$

Déterminant d'ordre trois

Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$,

alors $\mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

Le déterminant a été calculé en le développant selon la première colonne.
On peut aussi le calculer selon la première ligne :

$$\mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

Interprétation géométrique

La valeur obtenue est, au signe près, le volume du parallélépipède construit sur $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.

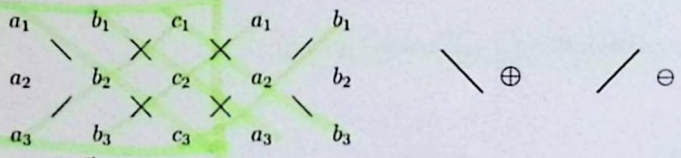
Propriétés

$\mathrm{Det}(\vec{a}+\vec{d};\vec{b};\vec{c}) = \mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{c}) + \mathrm{Det}(\vec{d};\vec{b};\vec{c})$	$\mathrm{Det}(\lambda\vec{a};\vec{b};\vec{c}) = \lambda\,\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{c})$
$\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{c}) = \mathrm{Det}(\vec{b};\vec{c};\vec{a}) = \mathrm{Det}(\vec{c};\vec{a};\vec{b})$	$\mathrm{Det}(\vec{b};\vec{a};\vec{c}) = -\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{c})$
$\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{a};\vec{c}) = 0$	$\mathrm{Det}(\vec{a}+\lambda\vec{b}+\mu\vec{c};\vec{b};\vec{c}) = \mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{c})$

Le procédé de calcul et les propriétés des déterminants d'ordre trois se généralisent aux ordres supérieurs.

Règle de Sarrus

Cette règle n'est valable que pour l'ordre 3.



$\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{c}) = a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3 - a_3b_2c_1 - b_3c_2a_1 - c_3a_2b_1$

Système d'équations linéaires

Système de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} a_1x_1 + b_1x_2 = c_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 = c_2 \end{cases}$$

Le nombre $D = \mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b})$ est le *déterminant principal* du système.
Le système admet une solution unique si et seulement si $D \neq 0$

$x_1 = \dfrac{\mathrm{Det}(\vec{c};\vec{b})}{D}$	$x_2 = \dfrac{\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{c})}{D}$	(règle de Cramer)

Si $D = 0$, alors le système admet soit une infinité de solutions, soit aucune solution.

Système de trois équations à trois inconnues

$$\begin{cases} a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 = d_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 = d_2 \\ a_3x_1 + b_3x_2 + c_3x_3 = d_3 \end{cases}$$

Le nombre $D = \mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{c})$ est le *déterminant principal* du système.
Le système admet une solution unique si et seulement si $D \neq 0$

$x_1 = \dfrac{\mathrm{Det}(\vec{d};\vec{b};\vec{c})}{D}$	$x_2 = \dfrac{\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{d};\vec{c})}{D}$	$x_3 = \dfrac{\mathrm{Det}(\vec{a};\vec{b};\vec{d})}{D}$	(règle de Cramer)

Si $D = 0$, alors le système admet soit une infinité de solutions, soit aucune solution.

Ces résultats se généralisent aux systèmes de n équations linéaires à n inconnues, $n \geq 4$.

Matrice

On note $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} = (a_{ij})$.

Cette matrice est de *type* $n \times m$ (n lignes, m colonnes).

Les nombres a_{ij} sont les *éléments de la matrice.*

Opérations sur les matrices

Somme de deux matrices

$A + B = C = (c_{ij})$ avec $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$
Chaque élément de la matrice $A + B$ est égal à la somme des éléments correspondants de A et de B.
On ne peut additionner que des matrices de même type.

Produit d'une matrice par un nombre réel λ

$\lambda A = C = (c_{ij})$ avec $c_{ij} = \lambda a_{ij}$
Chaque élément de la matrice A est multiplié par λ.

Produit d'une matrice $n \times m$ par une matrice $m \times p$

On note $A = (a_{ij})$ une matrice de type $n \times m$ et $B = (b_{jk})$ une matrice de type $m \times p$. Le produit AB est alors une matrice $C = (c_{ik})$ de type $n \times p$ définie par $c_{ik} = a_{i1}b_{1k} + a_{i2}b_{2k} + \ldots + a_{im}b_{mk} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}b_{jk}$

$$\begin{pmatrix} & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{im} \\ & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & b_{1k} & \\ & b_{2k} & \\ & \vdots & \\ & b_{mk} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \vdots & \\ \dots & c_{ik} & \dots \\ & \vdots & \end{pmatrix}$$

Chaque élément c_{ik} de la matrice AB est égal à la somme des produits des éléments de la i-ème ligne de A par les éléments de la k-ième colonne de B.
On ne peut multiplier deux matrices que si le nombre de colonnes de la première est égal au nombre de lignes de la deuxième.

Matrices particulières

Une *matrice nulle*, notée O, est une matrice dont tous les éléments sont nuls.

La *matrice opposée* de la matrice A est la matrice $-A = (-a_{ij})$

La *matrice transposée* de la matrice A, notée ${}^tA$, est la matrice obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de A. Ainsi, si A est de type $n \times m$, alors ${}^tA$ est de type $m \times n$ et on a ${}^tA = C = (c_{ij})$ avec $c_{ij} = a_{ji}$

Propriétés

On suppose que les matrices sont de type adéquat pour effectuer les opérations considérées.

$A+(B+C)=(A+B)+C$	$A+B=B+A$	$A+O=A$	$A+(-A)=O$

$1A=A$	$\lambda(\mu A)=(\lambda\mu)A$	$\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$	$(\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A$

$A(BC)=(AB)C$	$A(B+C)=AB+AC$	$(A+B)C=AC+BC$

En général, AB est différent de BA.

${}^t(A+B)={}^tA+{}^tB$	${}^t(\lambda A)=\lambda\,{}^tA$	${}^t(AB)={}^tB\,{}^tA$

Matrice carrée $n\times n$

La *matrice unité* est $I=\begin{pmatrix}1 & 0 & \dots & 0 & 0\\ 0 & 1 & & 0 & 0\\ \vdots & & \ddots & & \vdots\\ 0 & 0 & & 1 & 0\\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1\end{pmatrix}$

Une matrice carrée A possède une *matrice inverse*, notée A^{-1}, si $AA^{-1}=A^{-1}A=I$.

La matrice inverse de A existe si et seulement si $\mathrm{Det}(A)\neq 0$.

$$\boxed{A^{-1}=\frac{1}{\mathrm{Det}(A)}\,{}^t\left((-1)^{i+j}D_{ij}\right)}$$

D_{ij} est le déterminant d'ordre $n-1$ que l'on obtient en supprimant dans A la i-ème ligne et la j-ème colonne.

Si $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$, alors $\boxed{A^{-1}=\frac{1}{\mathrm{Det}(A)}\begin{pmatrix}d & -b\\ -c & a\end{pmatrix}}$ avec $\mathrm{Det}(A)=ad-bc$.

Propriétés

$AI=IA=A$	${}^t(A^{-1})=({}^tA)^{-1}$	$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$
$\mathrm{Det}(AB)=\mathrm{Det}(A)\mathrm{Det}(B)$	$\mathrm{Det}(A^{-1})=\frac{1}{\mathrm{Det}(A)}$	$\mathrm{Det}({}^tA)=\mathrm{Det}(A)$

Application linéaire

On note E et F deux espaces vectoriels.
Une application f de E vers F est *linéaire* si, quels que soient les éléments u et v de E et le scalaire λ, on a

$$\begin{cases} f(u+v)=f(u)+f(v)\\ f(\lambda u)=\lambda f(u)\end{cases}$$

Matrice associée à une application linéaire

Si on choisit une base de E et une base de F, les colonnes de la matrice M associée à f sont les composantes des images par f des vecteurs de la base de E.

On note X et Y les matrices-colonnes des composantes des vecteurs x et y.

$$\boxed{y = f(x) \Leftrightarrow Y = MX}$$

Transformation linéaire

Une *transformation linéaire* f est une application linéaire d'un espace vectoriel vers lui-même.

Matrice de changement de base

On note $B = (e_1, e_2, \ldots, e_n)$ et $B' = (e'_1, e'_2, \ldots, e'_n)$ deux bases d'un espace vectoriel et P la matrice de passage de B à B'.

Si $\begin{cases} e'_1 &= a_{11}e_1 + a_{21}e_2 + \cdots + a_{n1}e_n \\ e'_2 &= a_{12}e_1 + a_{22}e_2 + \cdots + a_{n2}e_n \\ &\vdots \\ e'_n &= a_{1n}e_1 + a_{2n}e_2 + \cdots + a_{nn}e_n \end{cases}$, on a $P = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$.

On note X et X' les matrices-colonnes des composantes d'un même vecteur dans les bases B et B'.

$X = PX'$	$X' = P^{-1}X$

Si M est la matrice associée à f relativement à la base B, alors la matrice associée à f relativement à la base B' est

$$\boxed{M' = P^{-1}MP}$$

Valeur et vecteur propre

Le scalaire λ est une *valeur propre* de f s'il existe un vecteur u non nul vérifiant $f(u) = \lambda u$.

On appelle *vecteur propre* de f associé à une valeur propre λ tout vecteur u vérifiant $f(u) = \lambda u$.

Les valeurs propres sont les solutions de l'*équation caractéristique* $\mathrm{Det}(M - \lambda I) = 0$, M étant une matrice associée à f.

Matrices associées à quelques transformations linéaires du plan

Homothétie de centre O et de rapport k	$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$
Rotation de centre O et d'angle α	$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$
Cisaillement de paramètre k	$\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Affinité d'axe Ox, de direction Oy et de paramètre k	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$

Matrices associées à quelques transformations linéaires de l'espace

Homothétie de centre O et de rapport k	$\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$
Rotation d'angle α autour de l'axe Oz	$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Projection parallèle à l'axe Oz sur le plan Oxy	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Projection parallèle au plan Oyz sur l'axe Ox	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Symétrie par rapport au plan Oxy	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Trigonométrie

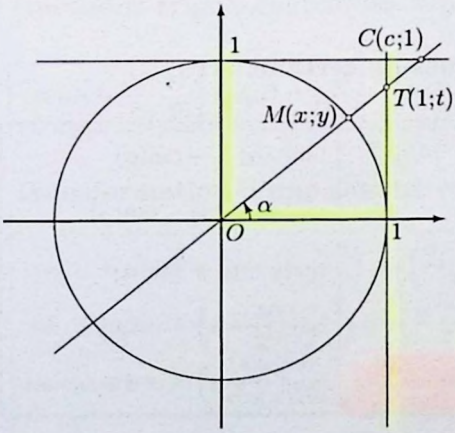
Trigonométrie plane

Conversion des mesures d'angles

On note respectivement d, r et g la mesure d'un angle en degrés, en radians et en grades.

Pour un même angle, on a $\boxed{\dfrac{d}{180} = \dfrac{r}{\pi} = \dfrac{g}{200}}$

Définition des fonctions trigonométriques



$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= x \\ \sin(\alpha) &= y \\ \tan(\alpha) &= t \\ \cot(\alpha) &= c \end{aligned}$$

Relations entre fonctions trigonométriques d'un même arc

$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$	$\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\cot(\alpha) = \dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$
$\cot(\alpha) = \dfrac{1}{\tan(\alpha)}$	$\dfrac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$	$\dfrac{1}{\sin^2(\alpha)} = 1 + \cot^2(\alpha)$

Valeurs exactes des fonctions trigonométriques d'arcs particuliers

α		$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
0°	0	1	0	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	0	1	-

Périodicité des fonctions trigonométriques

$\cos(\alpha + 2\pi) = \cos(\alpha)$	$\sin(\alpha + 2\pi) = \sin(\alpha)$	$\tan(\alpha + \pi) = \tan(\alpha)$

Relations entre fonctions trigonométriques de certains arcs

$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$	$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$	$\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$
$\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$
$\cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha)$	$\tan(\pi + \alpha) = \tan(\alpha)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos(\alpha)$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot(\alpha)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin(\alpha)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos(\alpha)$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot(\alpha)$

Fonctions trigonométriques d'une somme et d'une différence d'arcs

$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$	$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$
$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$	$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta)$
$\tan(\alpha + \beta) = \dfrac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)}$	$\tan(\alpha - \beta) = \dfrac{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}{1 + \tan(\alpha)\tan(\beta)}$

Fonctions trigonométriques du double et du triple d'un arc

$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1$ $\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$ $\tan(2\alpha) = \dfrac{2\tan(\alpha)}{1-\tan^2(\alpha)}$
$\cos(3\alpha) = \cos(\alpha)\big(1 - 4\sin^2(\alpha)\big) = \cos(\alpha)\big(4\cos^2(\alpha) - 3\big)$ $\sin(3\alpha) = \sin(\alpha)\big(4\cos^2(\alpha) - 1\big) = \sin(\alpha)\big(3 - 4\sin^2(\alpha)\big)$ $\tan(3\alpha) = \dfrac{\tan(\alpha)\big(3-\tan^2(\alpha)\big)}{1-3\tan^2(\alpha)}$

Fonctions trigonométriques de la moitié d'un arc

$\cos^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{1+\cos(\alpha)}{2}$	$\sin^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{1-\cos(\alpha)}{2}$
$\tan^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{1-\cos(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}$	$\tan\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \dfrac{\sin(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}$

Fonctions trigonométriques exprimées à l'aide de $t = \tan\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$

$\cos(\alpha) = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$	$\sin(\alpha) = \dfrac{2t}{1+t^2}$	$\tan(\alpha) = \dfrac{2t}{1-t^2}$

Transformation d'une somme en produit

$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$ $\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$ $\tan(\alpha) + \tan(\beta) = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$	$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$ $\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$ $\tan(\alpha) - \tan(\beta) = \dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$
$a\cos(\alpha) + b\sin(\alpha) = A\cos(\alpha - \varphi)$ avec $A = \sqrt{a^2+b^2}$ et φ tel que $\cos(\varphi) = \dfrac{a}{A}$ et $\sin(\varphi) = \dfrac{b}{A}$	

Transformation d'un produit en somme

$\cos(\alpha)\cos(\beta) = \dfrac{1}{2}\big(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\big)$ $\cos(\alpha)\sin(\beta) = \dfrac{1}{2}\big(\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\big)$ $\sin(\alpha)\sin(\beta) = \dfrac{1}{2}\big(-\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\big)$

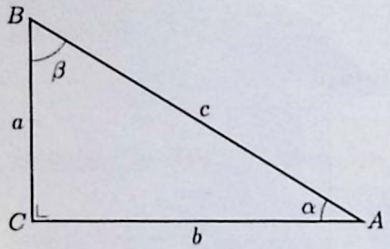
Équations trigonométriques simples

$$\cos(x) = a \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} x = \arccos(a) + k \cdot 2\pi \text{ ou} \\ x = -\arccos(a) + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

$$\sin(x) = a \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} x = \arcsin(a) + k \cdot 2\pi \text{ ou} \\ x = \pi - \arcsin(a) + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

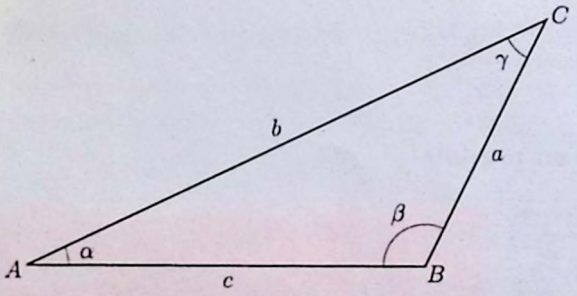
$$\tan(x) = a \;\Leftrightarrow\; x = \arctan(a) + k \cdot \pi$$

Triangle rectangle



$\cos(\alpha) = \dfrac{b}{c} = \sin(\beta)$	$\tan(\alpha) = \dfrac{a}{b} = \cot(\beta)$
$\sin(\alpha) = \dfrac{a}{c} = \cos(\beta)$	$\cot(\alpha) = \dfrac{b}{a} = \tan(\beta)$

Triangle quelconque



Théorème du cosinus

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha) \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta) \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma) \end{aligned}}$$

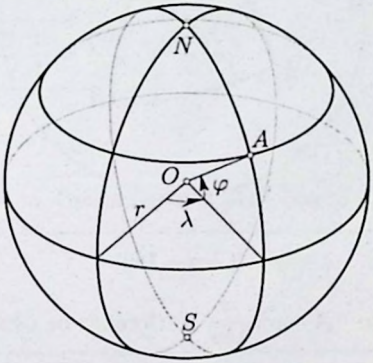
Théorème du sinus

$$\boxed{\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}}$$

Trigonométrie sphérique

Notations et terminologie

En mathématiques	En géographie	En astronomie
angle φ (de -90° à 90°)	latitude de A (de 90°S à 90°N)	déclinaison δ (de -90° à 90°)
angle λ (de -180° à 180°)	longitude de A (de 180°W à 180°E)	ascension droite α (de 0 à 24h)
petit cercle par A (avec φ constant)	parallèle par A	
demi grand cercle par A (avec λ constant)	méridien de A	méridien de A



Distance de deux points

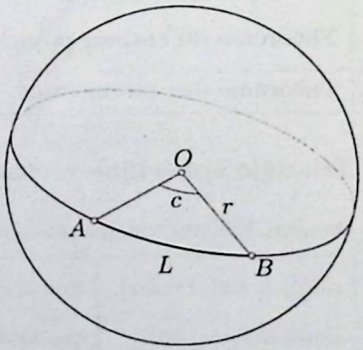
On note $A(\varphi_A\,;\lambda_A)$ et $B(\varphi_B\,;\lambda_B)$ deux points (non diamétralement opposés) de la sphère et $c \in [0^\circ\,;180^\circ[$ leur distance angulaire.

On note $\widehat{AB}$ l'*arc mineur* entre A et B, c'est-à-dire le plus petit des deux arcs d'extrémités A et B du grand cercle passant par A et B.

La distance de A à B est la longueur de l'arc $\widehat{AB}$

et on a $\boxed{L = rc\dfrac{\pi}{180^\circ}}$

avec $\cos(c) = \sin(\varphi_A)\sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_A)\cos(\varphi_B)\cos(\lambda_A - \lambda_B)$

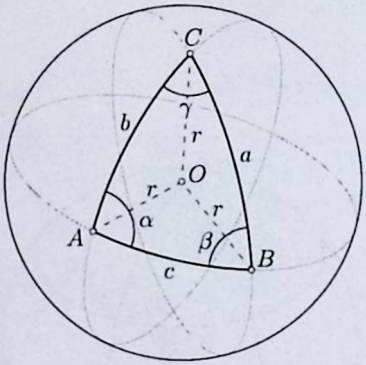


Triangle sphérique quelconque

On appelle *triangle sphérique* ABC la figure formée par trois points A, B et C (non situés sur un même grand cercle) et les trois arcs mineurs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ et $\widehat{CA}$.

On note a, b et c les distances angulaires (exprimées en degrés) entre A, B et C.

$0 < a < 180^\circ$ $a + b > c$	$0 < b < 180^\circ$ $b + c > a$	$0 < c < 180^\circ$ $c + a > b$	$0 < a + b + c < 360^\circ$
$0 < \alpha < 180^\circ$ $\alpha + 180^\circ > \beta + \gamma$	$0 < \beta < 180^\circ$ $\beta + 180^\circ > \alpha + \gamma$	$0 < \gamma < 180^\circ$ $\gamma + 180^\circ > \alpha + \beta$	$180^\circ < \alpha + \beta + \gamma < 540^\circ$
$\alpha < \beta < \gamma \Leftrightarrow a < b < c$			



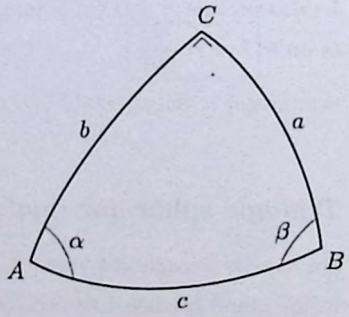
Excès sphérique	$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ$
Aire du triangle sphérique	$\mathcal{A} = r^2 \varepsilon \dfrac{\pi}{180^\circ}$ (formule de Girard)

Théorème du sinus	$\dfrac{\sin(a)}{\sin(\alpha)} = \dfrac{\sin(b)}{\sin(\beta)} = \dfrac{\sin(c)}{\sin(\gamma)}$
Théorème du cosinus pour les côtés	$\cos(a) = \cos(b)\cos(c) + \sin(b)\sin(c)\cos(\alpha)$
Théorème du cosinus pour les angles	$\cos(\alpha) = -\cos(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\beta)\sin(\gamma)\cos(a)$
Théorème des cotangentes	$\sin(\alpha)\cot(\beta) = \cot(b)\sin(c) - \cos(\alpha)\cos(c)$

Triangle sphérique rectangle

On note ABC un triangle sphérique rectangle en C ($\gamma = 90^\circ$).

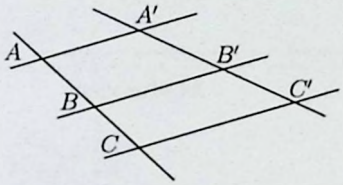
$\sin(a) = \sin(c)\sin(\alpha)$ $\sin(b) = \sin(c)\sin(\beta)$	$\tan(a) = \tan(c)\cos(\beta)$ $\tan(b) = \tan(c)\cos(\alpha)$
$\tan(a) = \sin(b)\tan(\alpha)$ $\tan(b) = \sin(a)\tan(\beta)$	$\cos(\beta) = \cos(b)\sin(\alpha)$ $\cos(\alpha) = \cos(a)\sin(\beta)$
$\cos(c) = \cos(a)\cos(b)$	$\cos(c) = \cot(\alpha)\cot(\beta)$



Géométrie

Géométrie classique

On note (AB) la droite passant par A et B,
$[AB]$ le segment d'extrémités A et B,
AB la longueur de $[AB]$.



Théorème de Thalès

$$\boxed{(AA') \parallel (BB') \parallel (CC') \Longrightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}}$$

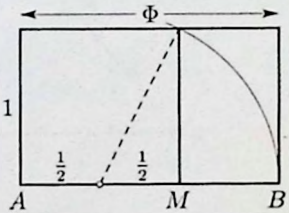
Section d'or

Le point M détermine une *section d'or* du segment $[AB]$ $\Longleftrightarrow$

$$\boxed{\frac{AB}{AM} = \frac{AM}{MB}}$$

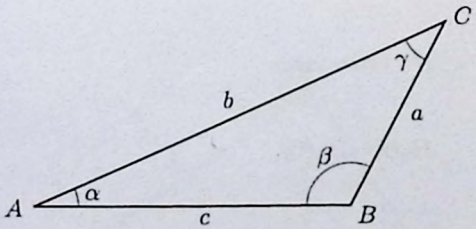
$$\boxed{AB = \frac{\sqrt{5}+1}{2} AM = \Phi \cdot AM}$$

Le nombre Φ est appelé *nombre d'or* (voir page 10).



Triangles

On note $\mathcal{A}$ l'aire du triangle et p le demi-périmètre : $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$



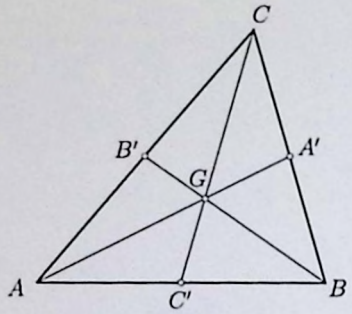
$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

On note A', B' et C' les milieux des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$

Médianes

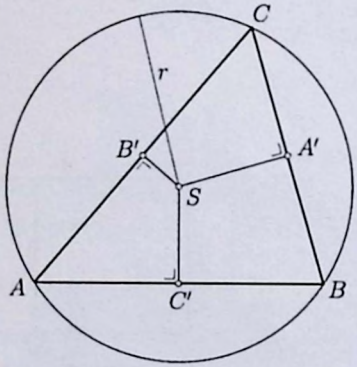


G : centre de gravité ou barycentre

$AG = \frac{2}{3}AA'$

$AA' = \frac{1}{2}\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}$

Médiatrices

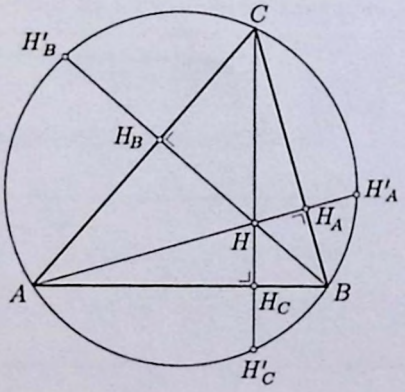


S : centre du cercle circonscrit

$$r = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

$$r = \frac{a}{2\sin(\alpha)}$$

Hauteurs



H : orthocentre

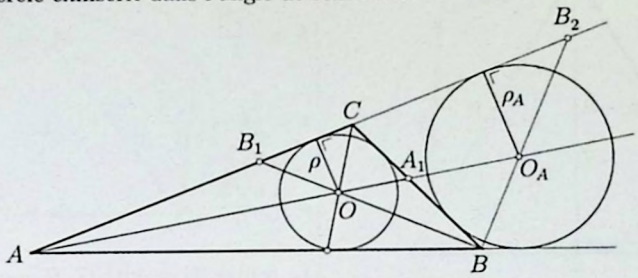
$H_AH = H_AH'_A$

Le centre de gravité G, le centre S du cercle circonscrit et l'orthocentre H d'un triangle sont alignés (droite d'Euler) et on a $\boxed{3\,SG = SH}$

Bissectrices

O : centre du cercle inscrit

O_A : centre du cercle exinscrit dans l'angle de sommet A



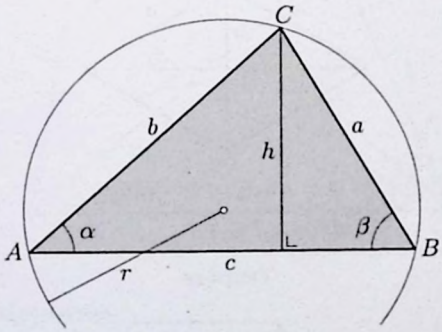
$$\rho = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$$

$$AA_1 = \frac{\sqrt{bc\big((b+c)^2 - a^2\big)}}{b+c}$$

$$\rho_A = \sqrt{\frac{p(p-b)(p-c)}{p-a}}$$

$$\frac{AB_1}{B_1C} = \frac{AB_2}{B_2C} = \frac{AB}{BC}$$

Aire



$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}ch$$

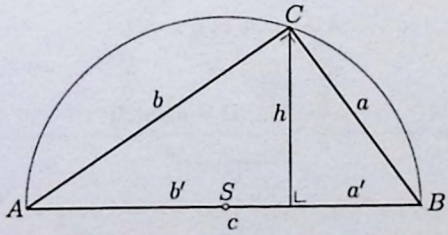
$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}bc\sin(\alpha) = \frac{a^2\sin(\beta)\sin(\gamma)}{2\sin(\alpha)}$$

$$\mathcal{A} = \frac{abc}{4r} = 2r^2\sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma)$$

$$\mathcal{A} = \rho p = \rho_A(p-a)$$

$$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Triangle rectangle



$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}ab$$

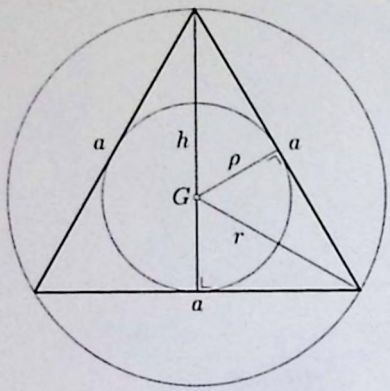
Théorème de Pythagore
$c^2 = a^2 + b^2$

Théorème d'Euclide
$a^2 = a'c$ et $b^2 = b'c$

Théorème de la hauteur
$h^2 = a'b'$

Le centre S du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

Triangle équilatéral



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad \mathcal{A} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

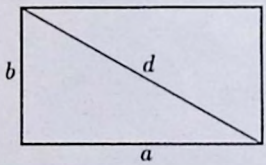
$$\rho = \frac{a\sqrt{3}}{6} \qquad \rho_A = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Le centre de gravité G, le centre S du cercle circonscrit et l'orthocentre H sont confondus.

Quadrilatères

On note $\mathcal{A}$ l'aire du quadrilatère et p son demi-périmètre.

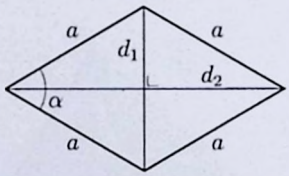
Rectangle



$$\mathcal{A} = a\,b$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

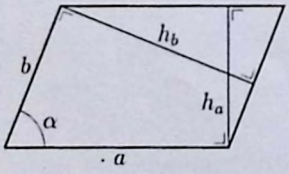
Losange



$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}\,d_1 d_2 = a^2 \sin(\alpha)$$

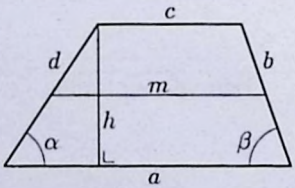
$$d_1{}^2 + d_2{}^2 = 4\,a^2$$

Parallélogramme



$$\mathcal{A} = a\,h_a = b\,h_b = a\,b\sin(\alpha)$$

Trapèze

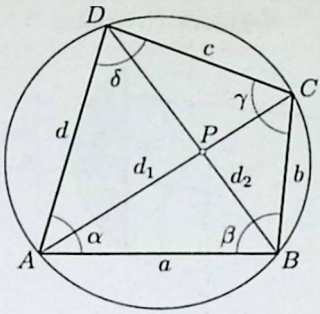


$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}(a + c)\,h = m\,h$$

$$m = \tfrac{1}{2}(a + c)$$

$$h = d\sin(\alpha) = b\sin(\beta)$$

Quadrilatère inscrit



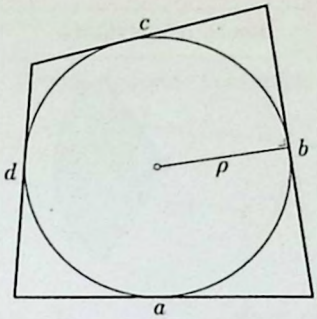
$$\mathcal{A} = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$$

$$a\,c + b\,d = d_1 d_2$$

$$PA \cdot PC = PB \cdot PD$$

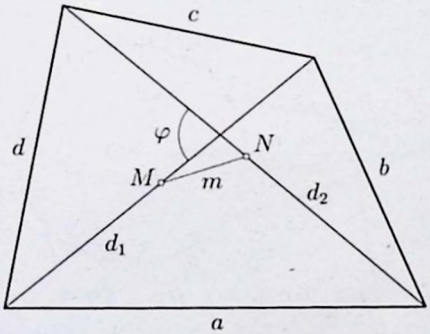
Quadrilatère circonscrit



$$\mathcal{A} = p\rho$$

$$a + c = b + d$$

Quadrilatère quelconque



$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}\, d_1 d_2 \sin(\varphi)$$

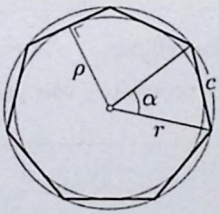
$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = {d_1}^2 + {d_2}^2 + 4\,m^2$$

où $m = MN$, M et N étant les milieux des deux diagonales

Polygones

On note n le nombre de sommets du polygone et $\mathcal{A}$ son aire. Pour un polygone régulier, on note r le rayon du cercle circonscrit et ρ le rayon du cercle inscrit (*apothème*).

Polygone régulier



$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}\, n\, c\, \rho = n\, \rho^2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \tfrac{1}{2}\, n\, r^2 \sin(\alpha)$$

$$\alpha = \frac{360°}{n}$$

$$c = 2\sqrt{r^2 - \rho^2} = 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2\rho \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

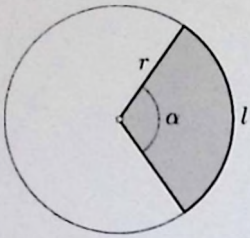
Polygone convexe

Somme des angles $(n-2)180°$

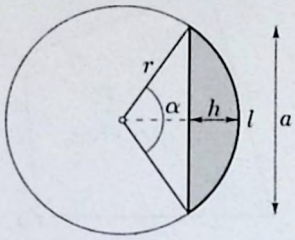
Nombre de diagonales $\dfrac{n(n-3)}{2}$

Cercle et éléments de cercle

Secteur circulaire

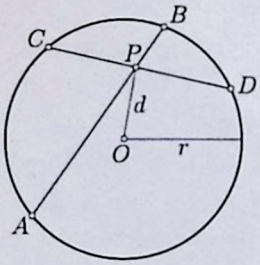


Segment circulaire

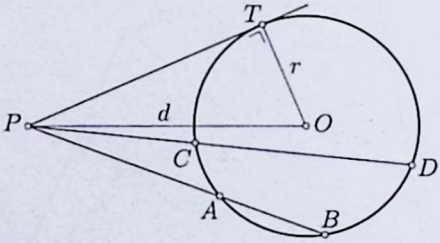


Aire du cercle	$\mathcal{A} = \pi\, r^2$	
Périmètre du cercle	$L = 2\pi\, r$	
Longueur de l'arc de cercle	$l = \alpha\, r$	(α en radians)
Aire du secteur circulaire	$\mathcal{A}_{\text{sect}} = \frac{1}{2}\, r\, l = \frac{1}{2}\, \alpha\, r^2$	(α en radians)
Aire du segment circulaire	$\mathcal{A}_{\text{segm}} = \frac{1}{2}\big(l\, r - a(r-h)\big) = \frac{1}{2}\, r^2\big(\alpha - \sin(\alpha)\big)$	(α en radians)

Puissance d'un point par rapport à un cercle



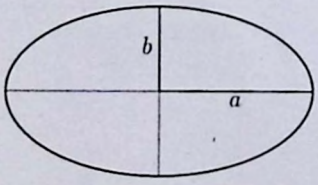
$PA \cdot PB = PC \cdot PD$



$PA \cdot PB = PC \cdot PD = PT^2$

La *puissance d'un point* P situé à la distance d du centre d'un cercle de rayon r est le nombre $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = d^2 - r^2$. Ce nombre est indépendant du choix de la sécante (AB).

Ellipse

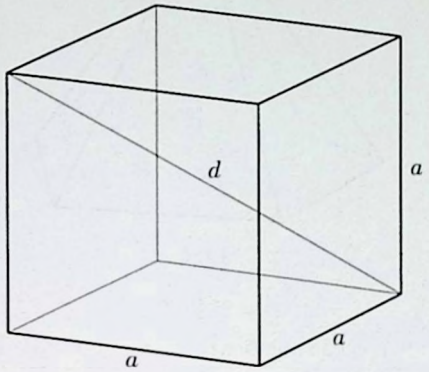
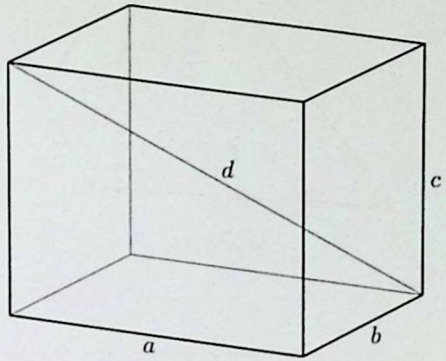
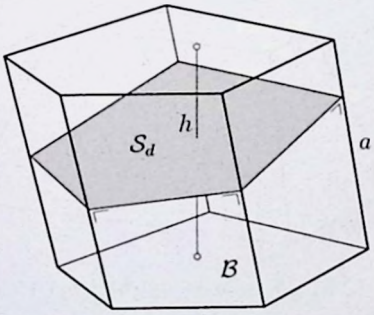
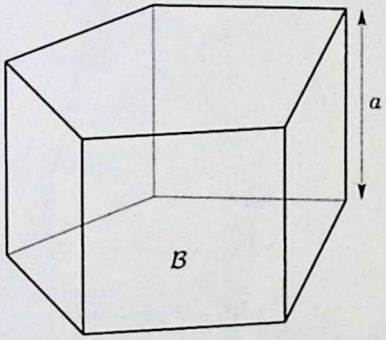


Aire de l'ellipse $\mathcal{A} = \pi\, a\, b$

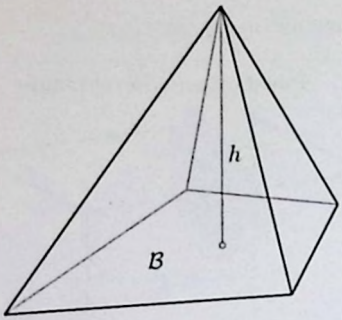
Autres propriétés, voir page 53.

Polyèdres

On note $\mathcal{V}$ le volume, $\mathcal{B}$ l'aire de la base et $\mathcal{A}_{lat}$ l'aire latérale du polyèdre.

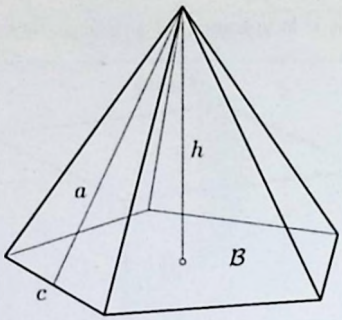
Cube	Parallélépipède rectangle
	
$\mathcal{V} = a^3$ $d = \sqrt{3}\,a$	$\mathcal{V} = a\,b\,c$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Prisme	**Prisme droit**
	
$\mathcal{V} = \mathcal{B}\,h = \mathcal{S}_d\,a$ $\mathcal{A}_{lat} = p_s\,a$ $\mathcal{S}_d$ est l'aire de la section droite p_s est le périmètre de cette section	$\mathcal{V} = \mathcal{B}\,a$ $\mathcal{A}_{lat} = p\,a$ p est le périmètre de la base

Pyramide



$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\,\mathcal{B}\,h$$

Pyramide régulière

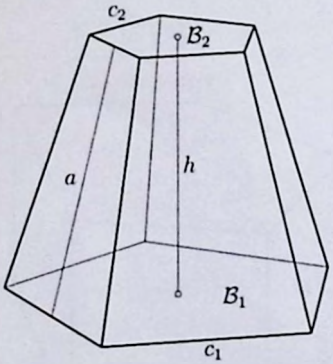


$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\,\mathcal{B}\,h$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \frac{1}{2}\,n\,c\,a$$

n est le nombre de faces latérales

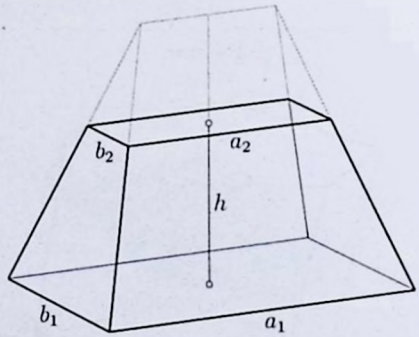
Tronc de pyramide régulière



$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\,h\big(\mathcal{B}_1 + \mathcal{B}_2 + \sqrt{\mathcal{B}_1\mathcal{B}_2}\big)$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \frac{1}{2}\,n\,(c_1 + c_2)\,a$$

Tas de sable ou obélisque



$$\mathcal{V} = \frac{1}{6}\,h\big(a_1b_1 + (a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + a_2b_2\big)$$

Polyèdre convexe

Théorème d'Euler $\quad s - a + f = 2$

s est le nombre de sommets
a est le nombre d'arêtes
f est le nombre de faces

Les cinq polyèdres platoniciens

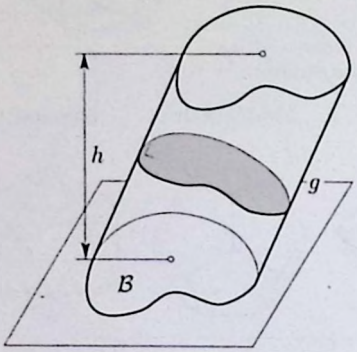
	Tétraèdre	Hexaèdre (cube)	Octaèdre	Dodécaèdre	Icosaèdre
s	4	8	6	20	12
a	6	12	12	30	30
f	4	6	8	12	20
$\mathcal{A}$	$\sqrt{3}\,c^2$	$6\,c^2$	$2\sqrt{3}\,c^2$	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}}\,c^2$	$5\sqrt{3}\,c^2$
$\mathcal{V}$	$\frac{\sqrt{2}}{12}c^3$	c^3	$\frac{\sqrt{2}}{3}c^3$	$\frac{15+7\sqrt{5}}{4}c^3$	$\frac{5(3+\sqrt{5})}{12}c^3$
r	$\frac{\sqrt{6}}{4}c$	$\frac{\sqrt{3}}{2}c$	$\frac{\sqrt{2}}{2}c$	$\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{5})}{4}c$	$\frac{\sqrt{2(5+\sqrt{5})}}{4}c$
ρ	$\frac{\sqrt{6}}{12}c$	$\frac{1}{2}c$	$\frac{\sqrt{6}}{6}c$	$\frac{\sqrt{250+110\sqrt{5}}}{20}c$	$\frac{\sqrt{3}(3+\sqrt{5})}{12}c$

c est la longueur d'une arête
$\mathcal{A}$ est l'aire totale
$\mathcal{V}$ est le volume
r est le rayon de la sphère circonscrite
ρ est le rayon de la sphère inscrite

Corps ronds

On note $\mathcal{V}$ le volume, $\mathcal{B}$ l'aire de la base, $\mathcal{A}_{lat}$ l'aire latérale et $\mathcal{A}$ l'aire totale du corps.

Cylindre

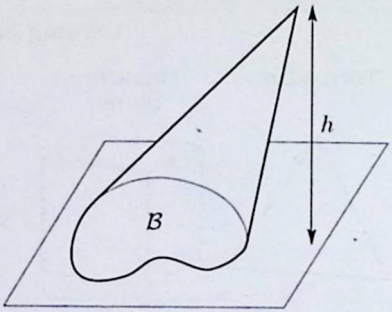


$$\mathcal{V} = \mathcal{B}\,h = \mathcal{S}_d\,g$$

$$\mathcal{A}_{lat} = p\,h = p_s\,g$$

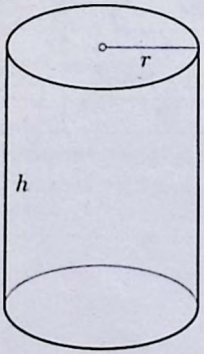
p est le périmètre de la base
$\mathcal{S}_d$ est l'aire de la section droite
p_s est le périmètre de cette section

Cône



$$\mathcal{V} = \tfrac{1}{3}\,\mathcal{B}\,h$$

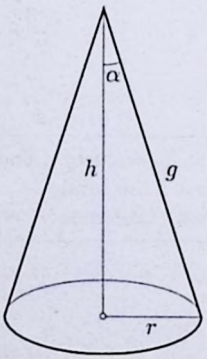
Cylindre circulaire droit



$$\mathcal{V} = \pi\,r^2\,h$$

$$\mathcal{A}_{lat} = 2\pi\,r\,h$$

Cône circulaire droit



$$\mathcal{V} = \tfrac{1}{3}\,\pi\,r^2\,h$$

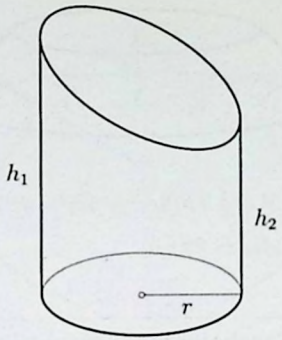
$$\mathcal{A}_{lat} = \pi\,r\,g = \tfrac{1}{2}\,g^2\varphi$$

$$g = \frac{r}{\sin(\alpha)}$$

$$\varphi = 2\pi\sin(\alpha)$$

φ est l'angle du développement (en radians)

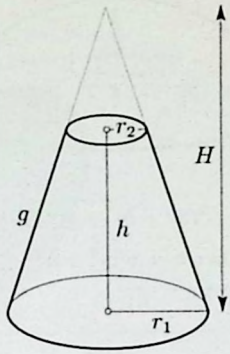
Tronc de cylindre circulaire droit



$$\mathcal{V} = \pi\, r^2\, \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \pi\, r\, (h_1 + h_2)$$

Tronc de cône circulaire droit



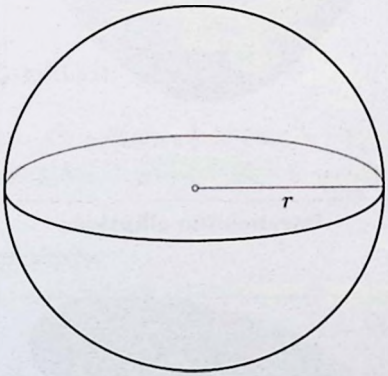
$$\mathcal{V} = \tfrac{1}{3}\, \pi\, h\, ({r_1}^2 + r_1 r_2 + {r_2}^2)$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \pi\, g\, (r_1 + r_2)$$

$$g = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$$

$$h = \frac{H(r_1 - r_2)}{r_1}$$

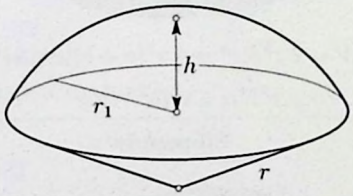
Sphère



$$\mathcal{V} = \tfrac{4}{3}\, \pi\, r^3$$

$$\mathcal{A} = 4\, \pi\, r^2$$

Secteur sphérique

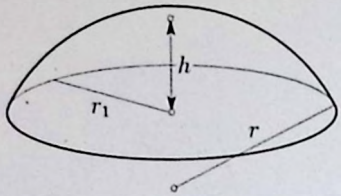


$$\mathcal{V} = \tfrac{2}{3}\, \pi\, r^2 h$$

$$\mathcal{A} = \pi\, r\, (2h + r_1)$$

$$r_1 = \sqrt{h\,(2r - h)}$$

Calotte

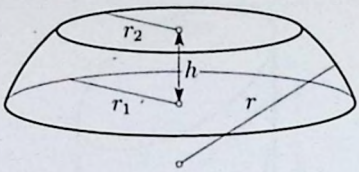


$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\pi\, h^2(3r - h) = \frac{1}{6}\pi\, h(3{r_1}^2 + h^2)$

$\mathcal{A}_{lat} = 2\pi\, r\, h = \pi({r_1}^2 + h^2)$

$r_1 = \sqrt{h\,(2r - h)}$

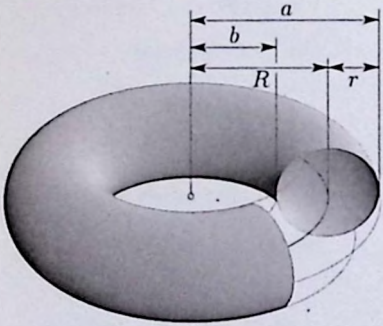
Segment sphérique



$\mathcal{V} = \frac{1}{6}\pi\, h(3{r_1}^2 + 3{r_2}^2 + h^2)$

$\mathcal{A}_{lat} = 2\pi\, r\, h$

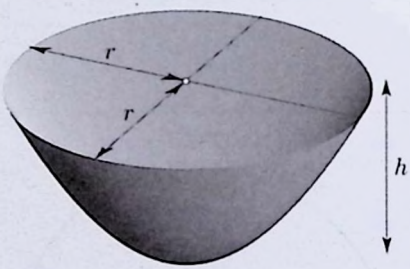
Tore



$\mathcal{V} = 2\,\pi^2 R\, r^2 = \frac{1}{4}\pi^2(a+b)(a-b)^2$

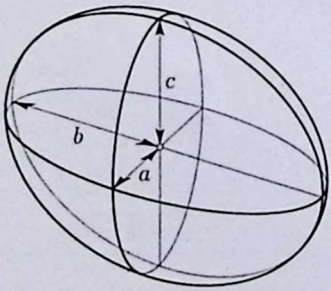
$\mathcal{A} = 4\,\pi^2 R\, r = \pi^2(a^2 - b^2)$

Paraboloïde de révolution



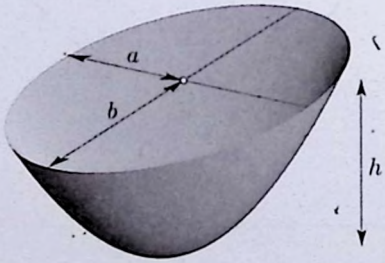
$\mathcal{V} = \frac{1}{2}\pi\, r^2 h$

Ellipsoïde



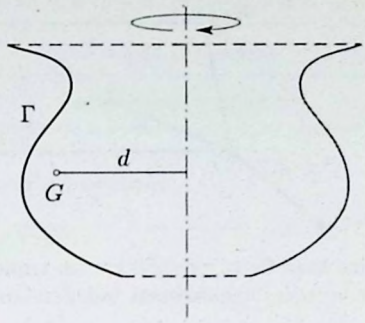
$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi\, a\, b\, c$

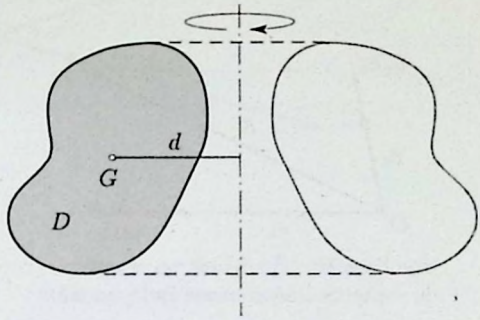
Paraboloïde elliptique



$\mathcal{V} = \frac{1}{2}\pi\, a\, b\, h$

Corps de révolution : théorèmes de Guldin





$\mathcal{A}_{lat} = 2\pi\, d\, l$

l est la longueur et G le centre de gravité de la courbe Γ.
La courbe Γ ne coupe pas l'axe.

$\mathcal{V} = 2\pi\, d\, A$

A est l'aire de la surface D et G son centre de gravité.
La surface D ne coupe pas l'axe.

Pour le calcul de la longueur d'une courbe, de l'aire d'une surface ou du centre de gravité, voir page 82.

Géométrie vectorielle

Le signe ⊕ indique que la base de référence est orthonormée.

On note $\vec{a}, \vec{b}$ et $\vec{c}$ des vecteurs, $\vec{0}$ le vecteur nul et λ, μ des nombres réels.

Propriétés

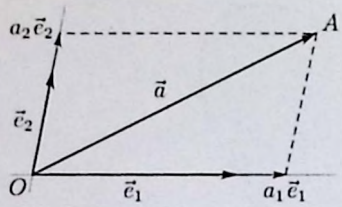
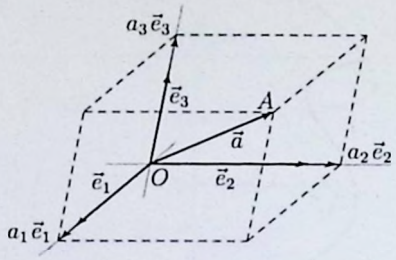
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$	$\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}$
$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$	$(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}$
$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$	$(\lambda\mu)\vec{a} = \lambda(\mu\vec{a})$
$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$	$1\,\vec{a} = \vec{a}$

Dépendance linéaire

Deux vecteurs sont *linéairement dépendants* si l'un est un multiple de l'autre.
Plus généralement, des vecteurs sont *linéairement dépendants* si l'un d'eux s'exprime comme combinaison linéaire des autres.

Deux vecteurs du plan $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement dépendants $\Leftrightarrow \mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b}) = 0$
Trois vecteurs de l'espace $\vec{a}, \vec{b}$ et $\vec{c}$ sont linéairement dépendants $\Leftrightarrow \mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c}) = 0$

Composantes d'un vecteur relativement à une base

Dans le plan	Dans l'espace
	
Une base $\mathcal{B}=(\vec{e}_1\,;\vec{e}_2)$ est un couple de vecteurs linéairement indépendants	Une base $\mathcal{B}=(\vec{e}_1\,;\vec{e}_2\,;\vec{e}_3)$ est un triplet de vecteurs linéairement indépendants
$\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$	$\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$

Opérations avec les composantes

Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, alors	Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, alors
$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$	$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$
$\lambda\vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \end{pmatrix}$	$\lambda\vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \lambda a_3 \end{pmatrix}$

Base orthonormée

On note $\|\vec{a}\|$ (ou a) la norme d'un vecteur $\vec{a}$. Si $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont orthogonaux, on note $\vec{a} \perp \vec{b}$

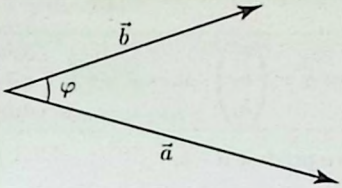
Dans le plan	Dans l'espace
$(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une *base orthonormée* si	$(\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$ est une *base orthonormée* si
$\|\vec{e}_1\| = \|\vec{e}_2\| = 1$ et $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$	$\|\vec{e}_1\| = \|\vec{e}_2\| = \|\vec{e}_3\| = 1$ et $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$, $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_3$, $\vec{e}_2 \perp \vec{e}_3$

Produit scalaire de deux vecteurs

Dans le plan	Dans l'espace
Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, alors	Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, alors
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

Propriétés

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$	$(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})$
$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$	$\vec{a}\cdot\vec{a}>0\Leftrightarrow\vec{a}\neq\vec{0}$
$\vec{a}\cdot\vec{b}=\lVert\vec{a}\rVert\ \lVert\vec{b}\rVert\cos(\varphi)$	
$\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$	



Norme d'un vecteur

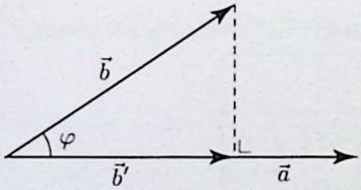
$\lVert\vec{a}\rVert=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

Dans le plan	Dans l'espace
Si $\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$, alors $\lVert\vec{a}\rVert=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}$	Si $\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$, alors $\lVert\vec{a}\rVert=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2+{a_3}^2}$

$\lVert\lambda\vec{a}\rVert=\lvert\lambda\rvert\ \lVert\vec{a}\rVert$	$\lvert\vec{a}\cdot\vec{b}\rvert\leq\lVert\vec{a}\rVert\ \lVert\vec{b}\rVert$
$\lVert\vec{a}+\vec{b}\rVert\leq\lVert\vec{a}\rVert+\lVert\vec{b}\rVert$	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}\left(\lVert\vec{a}\rVert^2+\lVert\vec{b}\rVert^2-\lVert\vec{a}-\vec{b}\rVert^2\right)$

Projection orthogonale de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$

On note $\vec{b}'$ la projection orthogonale de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$.



$\vec{b}'=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lVert\vec{a}\rVert^2}\vec{a}$	$\lVert\vec{b}'\rVert=\frac{\lvert\vec{a}\cdot\vec{b}\rvert}{\lVert\vec{a}\rVert}$	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{b}'$

Angle de deux vecteurs

On note φ l'angle de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ $(0\leq\varphi\leq180^\circ)$.

$$\cos(\varphi)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lVert\vec{a}\rVert\ \lVert\vec{b}\rVert}$$

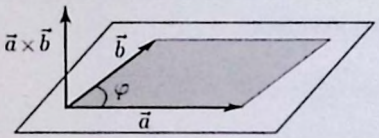
Produit vectoriel de deux vecteurs

Composantes du produit vectoriel

Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, alors $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$

On note aussi ce produit $\vec{a} \wedge \vec{b}$.

Propriétés



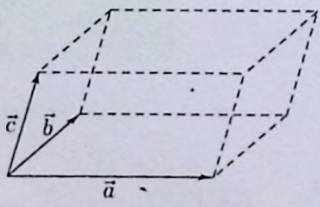
1. $\vec{a} \times \vec{b}$ est orthogonal aux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.
2. Si $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement indépendants, alors $(\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{a} \times \vec{b})$ est une base de l'espace, orientée positivement (règle du tire-bouchon).
3. $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\|\,\|\vec{b}\|\,\sin(\varphi)$.
   Ce nombre est égal à l'aire du parallélogramme construit sur $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$	$(\lambda\vec{a}) \times \vec{b} = \lambda(\vec{a} \times \vec{b})$
$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$	$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement dépendants	

Produit mixte de trois vecteurs

$[\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c}] = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \mathrm{Det}(\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c})$
$[\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c}] = [\vec{b}\,;\vec{c}\,;\vec{a}] = [\vec{c}\,;\vec{a}\,;\vec{b}] = -[\vec{a}\,;\vec{c}\,;\vec{b}] = -[\vec{c}\,;\vec{b}\,;\vec{a}] = -[\vec{b}\,;\vec{a}\,;\vec{c}]$
$[\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c}] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont linéairement dépendants

Le nombre $[\vec{a}\,;\vec{b}\,;\vec{c}]$ est, au signe près, le volume du parallélépipède construit sur $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.



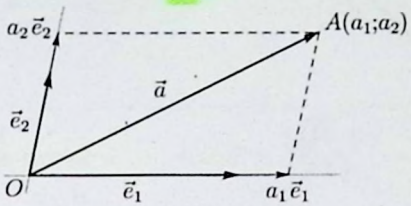
Géométrie analytique plane

Le signe ① indique que le repère de référence est orthonormé.

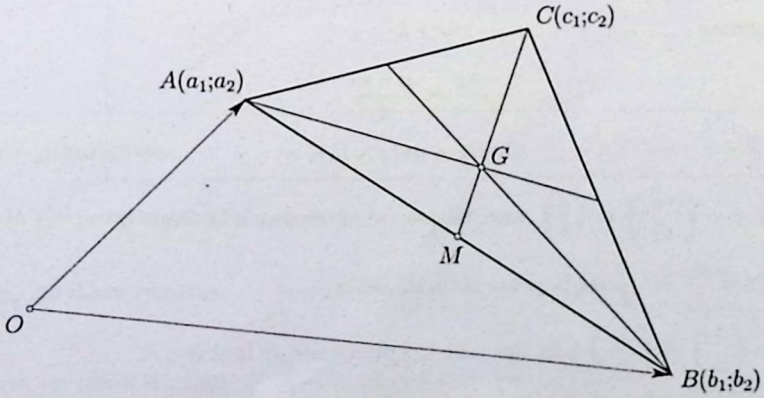
On note $(O\,;\vec{e}_1;\vec{e}_2)$ un repère du plan. Le point O est l'*origine du repère*, le couple $(\vec{e}_1;\vec{e}_2)$ est la *base associée* au repère.

Les *coordonnées d'un point A* sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{OA}$.

On écrit $A(a_1;a_2)$ si $\overrightarrow{OA} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

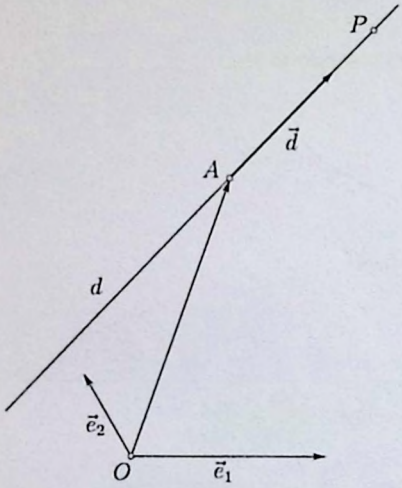


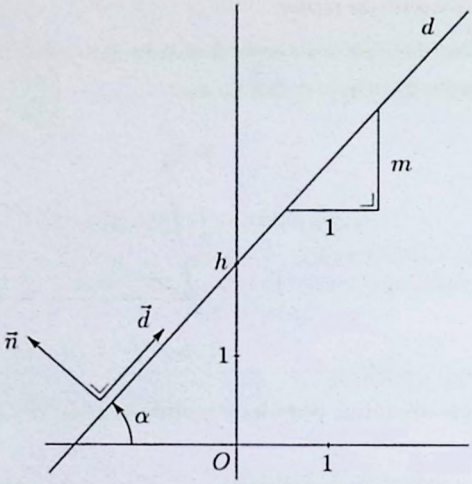
Vecteur défini par deux points	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$	
Longueur d'un segment	$AB = \lVert\overrightarrow{AB}\rVert = \sqrt{(b_1-a_1)^2 + (b_2-a_2)^2}$	①
Milieu d'un segment	$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ $\Leftrightarrow M\left(\frac{a_1+b_1}{2}\,;\,\frac{a_2+b_2}{2}\right)$	
Centre de gravité d'un triangle	$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ $\Leftrightarrow G\left(\frac{a_1+b_1+c_1}{3}\,;\,\frac{a_2+b_2+c_2}{3}\right)$	



Droite

On note d une droite passant par le point $A(a_1;a_2)$ et de vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$.





Un point $P(x\,;y)$ appartient à la droite d si et seulement si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

Équation vectorielle $\quad \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$

Équations paramétriques $\quad \begin{cases} x = a_1 + \lambda d_1 \\ y = a_2 + \lambda d_2 \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$

Équation cartésienne $\quad a\,x + b\,y + c = 0$

Autres formes $\quad y = mx + h$

$$\frac{x - a_1}{d_1} = \frac{y - a_2}{d_2}$$

$$y - a_2 = m(x - a_1)$$

Les vecteurs $\vec{n} = \begin{pmatrix} -d_2 \\ d_1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ sont des vecteurs normaux à la droite d. ①

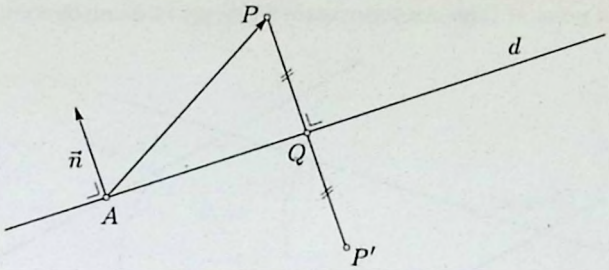
Le nombre $m = \dfrac{d_2}{d_1} = -\dfrac{a}{b}$ est la pente de la droite d.

Les vecteurs $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ sont des vecteurs directeurs de la droite d.

L'angle α est l'*angle directeur* de la droite d. On a $\tan(\alpha) = m$. ①

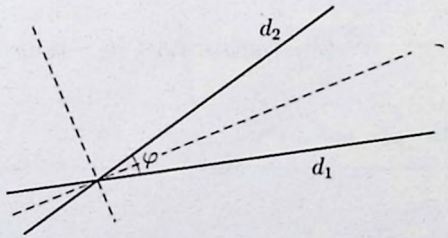
Le nombre h est l'*ordonnée à l'origine* de la droite d.

On note $P(x_0\,;y_0)$ un point et d une droite d'équation $ax+by+c=0$.



Distance du point P à la droite d	$\delta(P;d)=\dfrac{\lvert\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}\rvert}{\lVert\vec{n}\rVert}=\dfrac{\lvert ax_0+by_0+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	①
Projection orthogonale de P sur d	$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OP}-\dfrac{\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}}{\lVert\vec{n}\rVert^2}\,\vec{n}$	①
Symétrique de P par rapport à d	$\overrightarrow{OP'}=\overrightarrow{OP}-2\,\dfrac{\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}}{\lVert\vec{n}\rVert^2}\,\vec{n}$	①

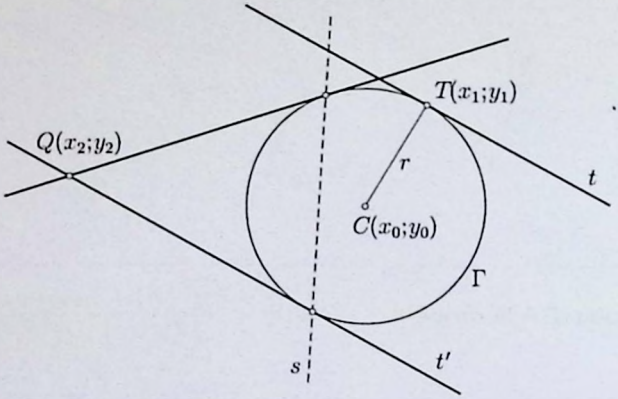
On note d_1 une droite d'équation $a_1x+b_1y+c_1=0$; $\vec{n}_1$ désigne un vecteur normal et m_1 la pente de la droite d_1. Les notations pour une droite d_2 sont définies de manière analogue.



Critères de parallélisme	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1=m_2 \Leftrightarrow \vec{n}_2=\lambda\vec{n}_1$ avec $\lambda\in\mathbb{R}$	①
Critères de perpendicularité	$d_1\perp d_2 \Leftrightarrow m_1m_2=-1 \Leftrightarrow \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0$	①
Angle aigu de deux droites	$\cos(\varphi)=\dfrac{\lvert\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\rvert}{\lVert\vec{n}_1\rVert\lVert\vec{n}_2\rVert}$ $\quad\tan(\varphi)=\left\lvert\dfrac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}\right\rvert$	①
Bissectrices de deux droites	$\dfrac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{{a_1}^2+{b_1}^2}}=\pm\dfrac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{{a_2}^2+{b_2}^2}}$	①

Cercle

On note $P(x\,;y)$ un point et Γ un cercle de centre $C(x_0\,;y_0)$ et de rayon r.



Équation du cercle

$P \in \Gamma \quad \Leftrightarrow \quad \|\overrightarrow{CP}\| = r \quad \Leftrightarrow \quad (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$

Tangente en un point T

$P \in t \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{CT} \cdot \overrightarrow{TP} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x_1-x_0)(x-x_0) + (y_1-y_0)(y-y_0) = r^2$

Tangentes de pente m

$P \in t$ ou $P \in t' \quad \Leftrightarrow \quad y - y_0 = m(x-x_0) \pm r\sqrt{m^2+1}$

Polaire d'un point Q

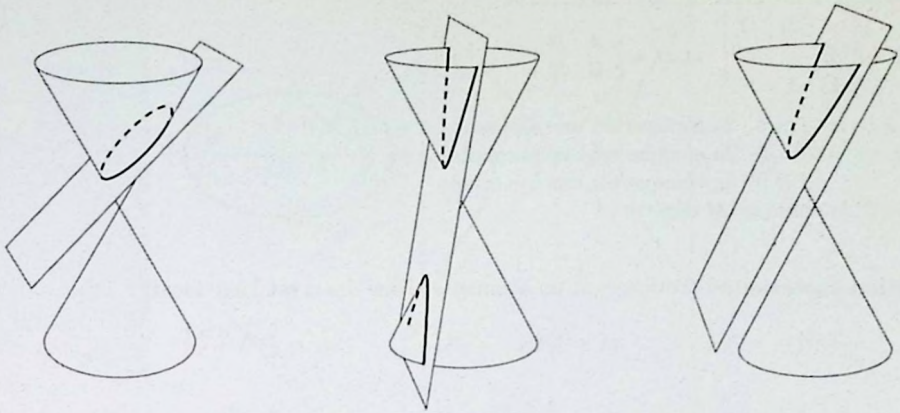
$P \in s \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{CP} = r^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x_2-x_0)(x-x_0) + (y_2-y_0)(y-y_0) = r^2$

Puissance d'un point Q

$\|\overrightarrow{CQ}\|^2 - r^2 = (x_2-x_0)^2 + (y_2-y_0)^2 - r^2$

Coniques

Une *conique* est l'intersection d'un cône de révolution et d'un plan.



Ellipse Hyperbole Parabole

P : point quelconque de la conique

F : foyer

d : directrice

π : plan de la conique

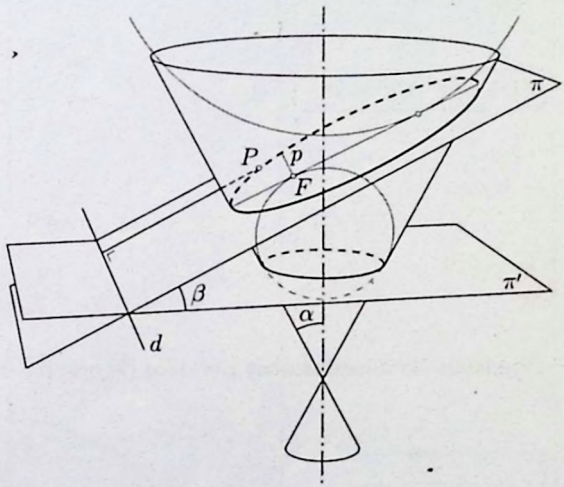
π' : plan du cercle de contact sphère-cône

α : demi-angle d'ouverture du cône

β : angle des plans π et π'

e : excentricité définie par $e = \dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha)}$

p : demi-paramètre



Propriété caractéristique

Si $e \neq 0$, alors $\boxed{PF = e \cdot \delta(P; d)}$

Si $e = 0$, la conique est un cercle de centre F et de rayon PF.

Équation générale

$$\boxed{Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0}$$ où $(A\,;B\,;C) \neq (0\,;0\,;0)$

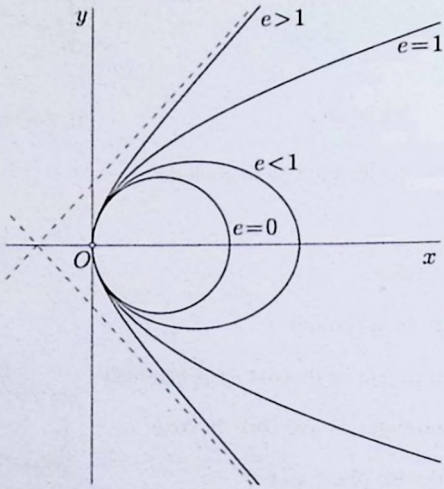
Soit $L = \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix}$ et $l = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$

Si $L \neq 0$ et $l > 0$ la conique est une ellipse si $(A + C)L < 0$
$l = 0$ la conique est une parabole
$l < 0$ la conique est une hyperbole

Si $L = 0$, la conique est dégénérée.

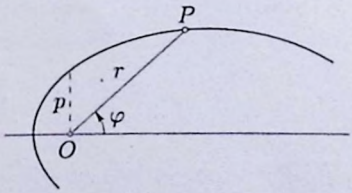
Équation cartésienne (l'origine est un sommet et l'axe des x est l'axe focal)

$$\boxed{(1 - e^2)x^2 + y^2 = 2px} \quad ①$$

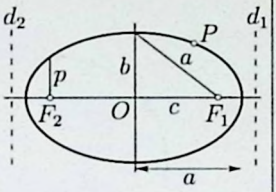
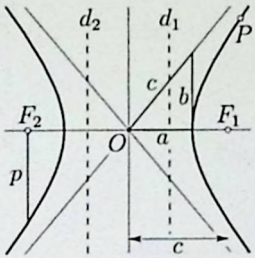
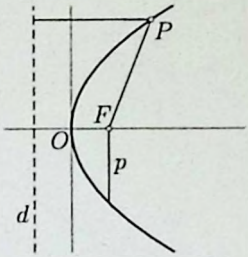


Équation en coordonnées polaires (le pôle est un foyer et l'axe polaire est l'axe focal)

$$\boxed{r = \frac{p}{1 - e\cos(\varphi)}}$$



Si $0 \leq e < 1$ la conique est une ellipse (un cercle si $e = 0$)
$e = 1$ la conique est une parabole
$e > 1$ la conique est une hyperbole

	Ellipse	Hyperbole	Parabole
			
Définition	$PF_1 + PF_2 = 2a$	$\lvert PF_1 - PF_2 \rvert = 2a$	$PF = \delta(P;d)$
Demi-distance focale c	$c^2 = a^2 - b^2$	$c^2 = a^2 + b^2$	
Excentricité	$e = \frac{c}{a} < 1$ ($e = 0$: cercle)	$e = \frac{c}{a} > 1$	$e = 1$
Demi-paramètre	$p = \frac{b^2}{a}$	$p = \frac{b^2}{a}$	p
Foyers	$F_1(c\,;0)$, $F_2(-c\,;0)$	$F_1(c\,;0)$, $F_2(-c\,;0)$	$F(\frac{p}{2}\,;0)$
Équation	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$y^2 = 2px$
Tangente en $P_1(x_1\,;y_1)$	$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$	$\frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$	$y_1 y = px + px_1$
Tangentes de pente m	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$	$y = mx + \frac{p}{2m}$
Directrices	$x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{a}{e}$	$x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{a}{e}$	$x = -\frac{p}{2}$
Asymptotes		$y = \pm\frac{b}{a}x$	
Équations paramétriques	$\begin{cases} x = a\cos(t) \\ y = b\sin(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = \pm a\cosh(t) \\ y = b\sinh(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = pt^2 \\ y = \sqrt{2}\,pt \end{cases}$

Équation générale

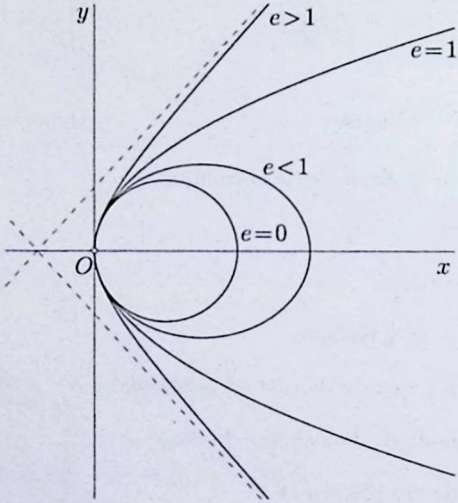
$\boxed{Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0}$ où $(A\,;B\,;C) \neq (0\,;0\,;0)$

Soit $L = \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix}$ et $l = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$

Si $L \neq 0$ et $l > 0$ la conique est une ellipse si $(A + C)L < 0$
$l = 0$ la conique est une parabole
$l < 0$ la conique est une hyperbole
Si $L = 0$, la conique est dégénérée.

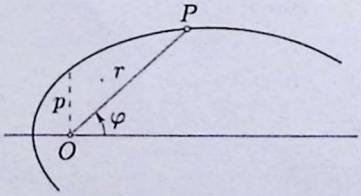
Équation cartésienne (l'origine est un sommet et l'axe des x est l'axe focal)

$\boxed{(1 - e^2)x^2 + y^2 = 2px}$ ①

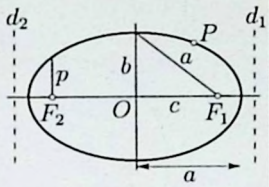
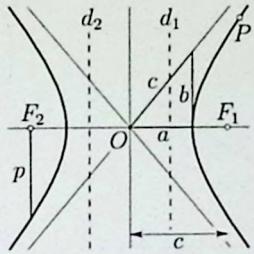
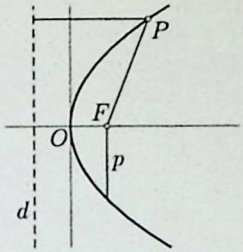


Équation en coordonnées polaires (le pôle est un foyer et l'axe polaire est l'axe focal)

$\boxed{r = \dfrac{p}{1 - e\cos(\varphi)}}$



Si $0 \leq e < 1$ la conique est une ellipse (un cercle si $e = 0$)
$e = 1$ la conique est une parabole
$e > 1$ la conique est une hyperbole

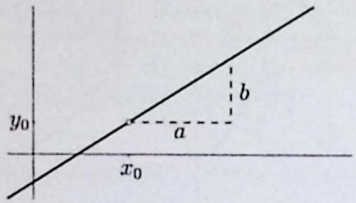
	Ellipse	Hyperbole	Parabole
			
Définition	$PF_1 + PF_2 = 2a$	$\lvert PF_1 - PF_2 \rvert = 2a$	$PF = \delta(P;d)$
Demi-distance focale c	$c^2 = a^2 - b^2$	$c^2 = a^2 + b^2$	
Excentricité	$e = \frac{c}{a} < 1$ ($e = 0$: cercle)	$e = \frac{c}{a} > 1$	$e = 1$
Demi-paramètre	$p = \frac{b^2}{a}$	$p = \frac{b^2}{a}$	p
Foyers	$F_1(c\,;0)$, $F_2(-c\,;0)$	$F_1(c\,;0)$, $F_2(-c\,;0)$	$F(\frac{p}{2}\,;0)$
Équation	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$y^2 = 2px$
Tangente en $P_1(x_1\,;y_1)$	$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$	$\frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$	$y_1 y = px + px_1$
Tangentes de pente m	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$	$y = mx + \frac{p}{2m}$
Directrices	$x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{a}{e}$	$x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{a}{e}$	$x = -\frac{p}{2}$
Asymptotes		$y = \pm\frac{b}{a}x$	
Équations paramétriques	$\begin{cases} x = a\cos(t) \\ y = b\sin(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = \pm a\cosh(t) \\ y = b\sinh(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = pt^2 \\ y = \sqrt{2}pt \end{cases}$

Courbes planes

Équations paramétriques

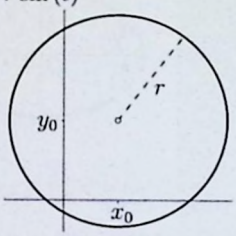
Droite

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$$



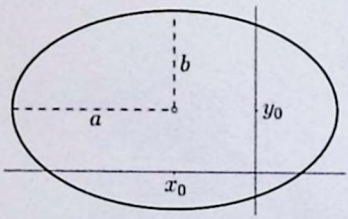
Cercle

$$\begin{cases} x = x_0 + r\cos(t) \\ y = y_0 + r\sin(t) \end{cases}$$



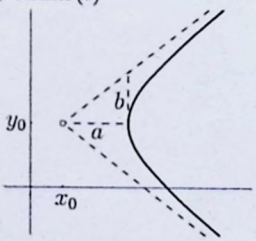
Ellipse

$$\begin{cases} x = x_0 + a\cos(t) \\ y = y_0 + b\sin(t) \end{cases}$$



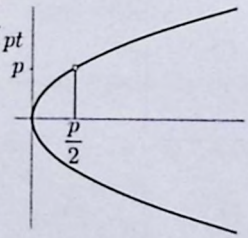
Demi-hyperbole

$$\begin{cases} x = x_0 + a\cosh(t) \\ y = y_0 + b\sinh(t) \end{cases}$$



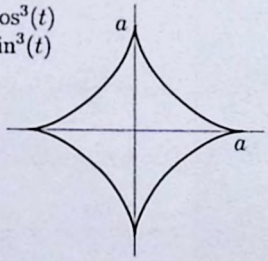
Parabole

$$\begin{cases} x = pt^2 \\ y = \sqrt{2}\,pt \end{cases}$$



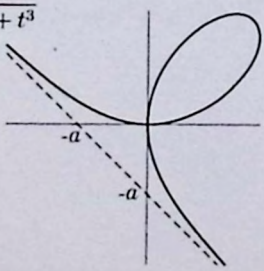
Astroïde

$$\begin{cases} x = a\cos^3(t) \\ y = a\sin^3(t) \end{cases}$$



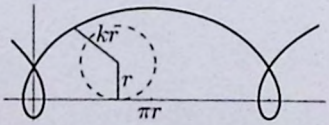
Folium de Descartes

$$\begin{cases} x = \dfrac{3at}{1+t^3} \\ y = \dfrac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$$



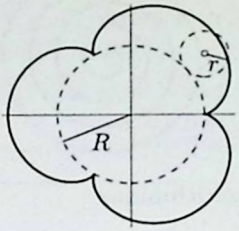
Cycloïde

$$\begin{cases} x = r\big(t - k\sin(t)\big) \\ y = r\big(1 - k\cos(t)\big) \end{cases}$$



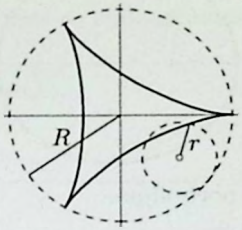
Épicycloïde

$$\begin{cases} x = a\cos(t) - r\cos(bt) \\ y = a\sin(t) - r\sin(bt) \end{cases} \qquad a = R + r \qquad b = \frac{R}{r} + 1$$



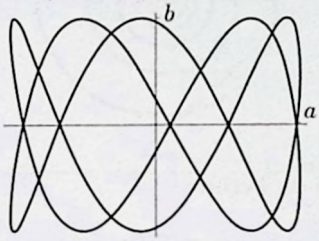
Hypocycloïde

$$\begin{cases} x = a\cos(t) + r\cos(bt) \\ y = a\sin(t) - r\sin(bt) \end{cases} \qquad a = R - r \qquad b = \frac{R}{r} - 1$$



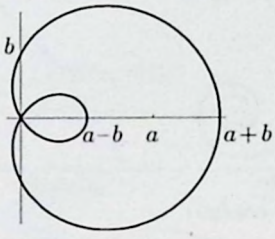
Courbe de Lissajous

$$\begin{cases} x = a\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \\ y = b\cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$



Limaçon de Pascal

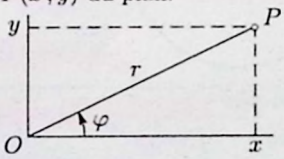
$$\begin{cases} x = a\cos^2(t) + b\cos(t) \\ y = a\cos(t)\sin(t) + b\sin(t) \end{cases}$$



Coordonnées polaires

On note r et φ les coordonnées polaires d'un point $P(x\,;y)$ du plan.

$x = r\cos(\varphi)$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$y = r\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \dfrac{x}{r}$ et $\sin(\varphi) = \dfrac{y}{r}$

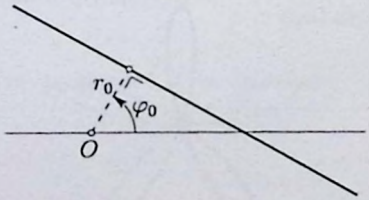


La formule $\tan(\varphi) = \dfrac{y}{x}$ permet de déterminer l'angle φ à 180° près.

Équation en coordonnées polaires

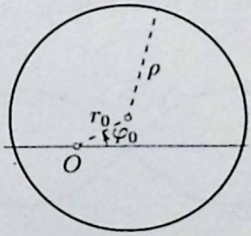
Droite

$$r = \frac{r_0}{\cos(\varphi - \varphi_0)}$$



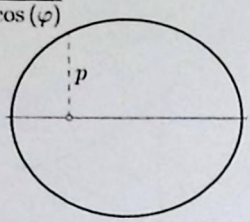
Cercle

$$r^2 - 2r_0 r\cos(\varphi - \varphi_0) + {r_0}^2 - \rho^2 = 0$$



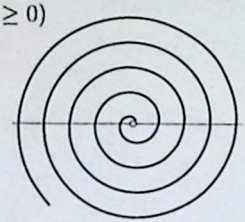
Conique

$r = \dfrac{p}{1 - e\cos(\varphi)}$



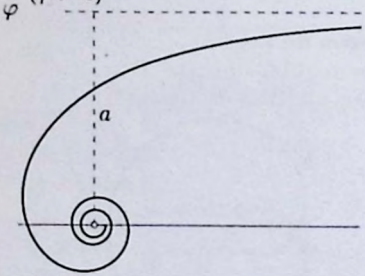
Spirale d'Archimède

$r = a\varphi \ (\varphi \geq 0)$



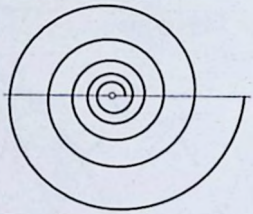
Spirale hyperbolique

$r = \dfrac{a}{\varphi} \ (\varphi > 0)$



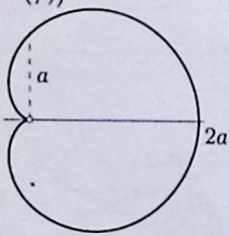
Spirale logarithmique

$r = ae^{b\varphi}$



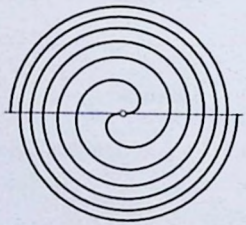
Cardioïde

$r = a\big(1 + \cos(\varphi)\big)$



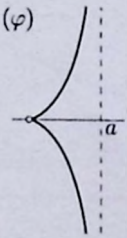
Spirale de Fermat

$r^2 = a^2\varphi$



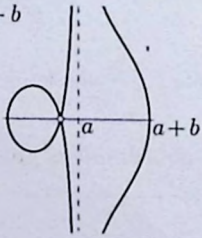
Cissoïde de Dioclès

$r = a\sin(\varphi)\tan(\varphi)$



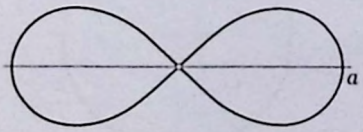
Conchoïde de Nicomède

$r = \dfrac{a}{\cos(\varphi)} + b$



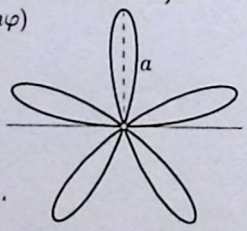
Lemniscate de Bernoulli

$r = a\sqrt{\cos(2\varphi)}$



Rosace (rose de Grandi)

$r = a\sin(n\varphi)$



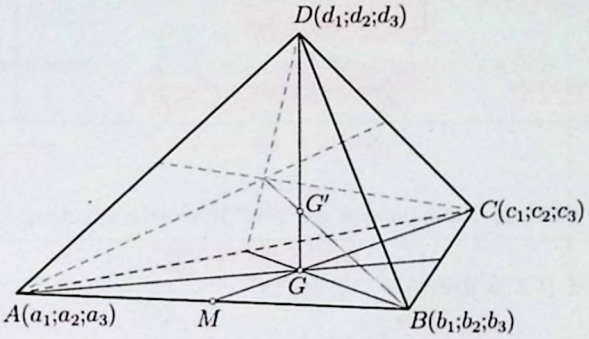
Géométrie analytique de l'espace

Le signe ① indique que le repère de référence est orthonormé.

On note $(O\,;\vec{e}_1;\vec{e}_2;\vec{e}_3)$ un repère de l'espace. Le point O est l'*origine du repère*, le triplet $(\vec{e}_1;\vec{e}_2;\vec{e}_3)$ est la *base associée* au repère.

Les *coordonnées d'un point A* sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{OA}$.

On écrit $A(a_1;a_2;a_3)$ si $\overrightarrow{OA} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$



Vecteur défini par deux points	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$	
Longueur d'un segment	$AB = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$	①
Milieu d'un segment	$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$ $\Leftrightarrow M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}\,;\,\frac{a_2 + b_2}{2}\,;\,\frac{a_3 + b_3}{2}\right)$	
Aire d'un triangle	$\mathcal{A} = \frac{1}{2}\left\lVert\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right\rVert$	①
Centre de gravité d'un triangle	$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$ $\Leftrightarrow G\left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}\,;\,\frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}\,;\,\frac{a_3 + b_3 + c_3}{3}\right)$	
Volume d'un tétraèdre	$\mathcal{V} = \frac{1}{6}\left\lvert\mathrm{Det}\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AD}\right)\right\rvert$	①
Centre de gravité d'un tétraèdre	$\overrightarrow{OG'} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$	

Droite

On note d une droite passant par le point $A(a_1; a_2; a_3)$ et de vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$

Un point $P(x\,;y\,;z)$ appartient à la droite d si et seulement si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

Équation vectorielle $\quad \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda\,\vec{d} \qquad \lambda \in \mathbb{R}$

Équations paramétriques $\quad \begin{cases} x = a_1 + \lambda\, d_1 \\ y = a_2 + \lambda\, d_2 \\ z = a_3 + \lambda\, d_3 \end{cases} \qquad \lambda \in \mathbb{R}$

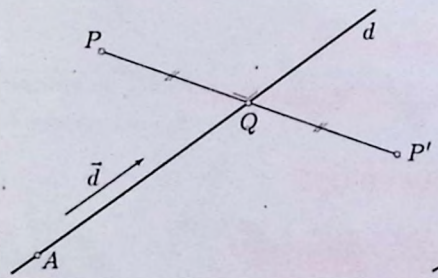
Équations cartésiennes $\quad \dfrac{x - a_1}{d_1} = \dfrac{y - a_2}{d_2} = \dfrac{z - a_3}{d_3}$

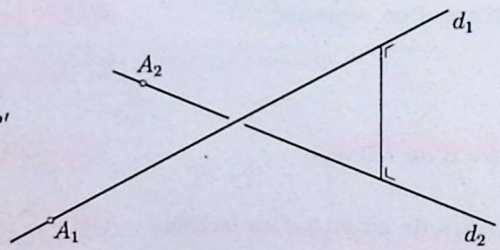
On note P un point et d une droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{d}$.

Distance du point P à la droite d $\quad \delta(P; d) = \dfrac{\|\overrightarrow{AP} \times \vec{d}\,\|}{\|\vec{d}\|}$ ①

Projection orthogonale de P sur d $\quad \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \dfrac{\overrightarrow{AP} \cdot \vec{d}}{\|\,\vec{d}\,\|^2}\,\vec{d}$ ①

Symétrique de P par rapport à d $\quad \overrightarrow{OP'} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OP} + 2\,\dfrac{\overrightarrow{AP} \cdot \vec{d}}{\|\,\vec{d}\,\|^2}\,\vec{d}$ ①





On note d_1 une droite passant par A_1 et de vecteur directeur $\vec{d_1}$ et d_2 une droite passant par A_2 et de vecteur directeur $\vec{d_2}$.

Distance de deux droites $\quad \delta(d_1; d_2) = \dfrac{\left|(\vec{d_1} \times \vec{d_2}) \cdot \overrightarrow{A_1A_2}\right|}{\|\vec{d_1} \times \vec{d_2}\|}$ ①

Angle aigu de deux droites $\quad \cos(\varphi) = \dfrac{|\vec{d_1} \cdot \vec{d_2}|}{\|\vec{d_1}\|\,\|\vec{d_2}\|} \qquad \sin(\varphi) = \dfrac{\|\vec{d_1} \times \vec{d_2}\|}{\|\vec{d_1}\|\,\|\vec{d_2}\|}$ ①

Plan

On note π un plan passant par le point $A(a_1; a_2; a_3)$ et de vecteurs directeurs non colinéaires $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Le vecteur $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} \doteq \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est un *vecteur normal* au plan π.

Un point $P(x\,;y\,;z)$ appartient au plan π si et seulement si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

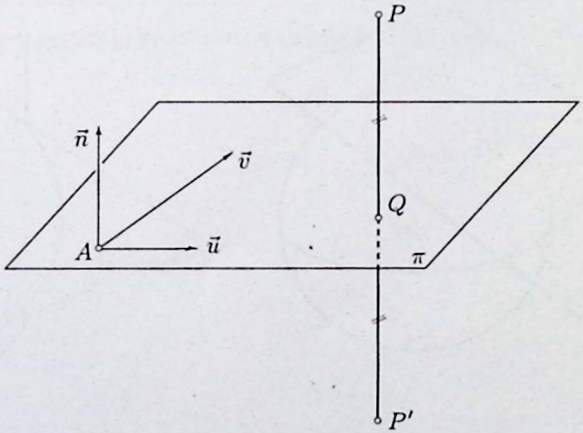
Équation vectorielle $\quad \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda\,\vec{u} + \mu\,\vec{v} \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

Équations paramétriques $\quad \begin{cases} x = a_1 + \lambda\,u_1 + \mu\,v_1 \\ y = a_2 + \lambda\,u_2 + \mu\,v_2 \\ z = a_3 + \lambda\,u_3 + \mu\,v_3 \end{cases} \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

Équation cartésienne $\quad a\,x + b\,y + c\,z + d = 0$

Autres formes $\quad \vec{n} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$ ①

$\mathrm{Det}\big(\overrightarrow{AP}\,;\,\vec{u}\,;\,\vec{v}\big) = 0$



On note $P(x_0\,;y_0\,;z_0)$ un point et π un plan d'équation $ax + by + cz + d = 0$

Distance du point P au plan π $\quad \delta(P;\pi) = \dfrac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ ①

Projection orthogonale de P sur π $\quad \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} - \dfrac{\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}}{\|\,\vec{n}\,\|^2}\,\vec{n}$ ①

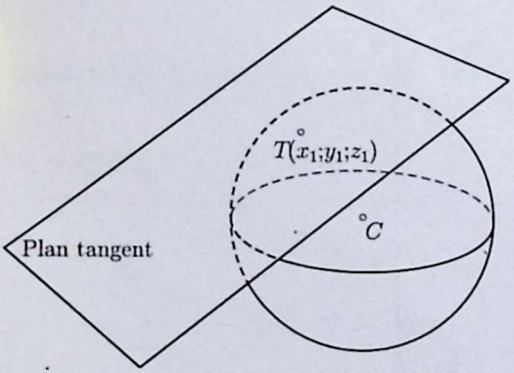
Symétrique de P par rapport à π $\quad \overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} - 2\,\dfrac{\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}}{\|\,\vec{n}\,\|^2}\,\vec{n}$ ①

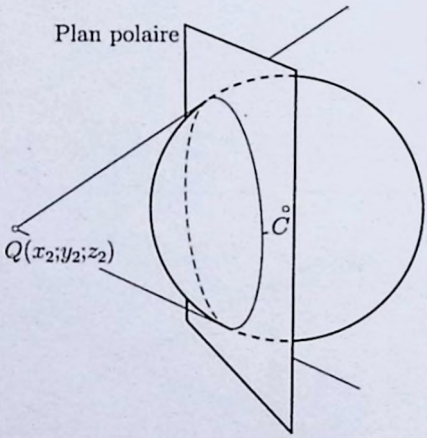
On note π_1 un plan d'équation $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$; $\vec{n}_1$ désigne un vecteur normal à ce plan. Les notations pour un plan π_2 sont définies de manière analogue.

Critère de parallélisme	$\pi_1 \parallel \pi_2 \Leftrightarrow \vec{n}_2 = \lambda\,\vec{n}_1,\ \lambda \in \mathbb{R}$	①
Critère de perpendicularité	$\pi_1 \perp \pi_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$	①
Intersection de deux plans	Si les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont linéairement indépendants, l'intersection est une droite dont $\vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ est un vecteur directeur.	①
Angle aigu de deux plans	$\cos(\varphi) = \dfrac{\lvert \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \rvert}{\lVert\vec{n}_1\rVert\lVert\vec{n}_2\rVert}$ $\quad \sin(\varphi) = \dfrac{\lVert\vec{n}_1 \times \vec{n}_2\rVert}{\lVert\vec{n}_1\rVert\lVert\vec{n}_2\rVert}$	①
Plans bissecteurs	$\dfrac{a_1x + b_1y + c_1z + d_1}{\sqrt{{a_1}^2 + {b_1}^2 + {c_1}^2}} = \pm\dfrac{a_2x + b_2y + c_2z + d_2}{\sqrt{{a_2}^2 + {b_2}^2 + {c_2}^2}}$	①

Sphère

On note $P(x\,;y\,;z)$ un point et $C(x_0\,;y_0\,;z_0)$ le centre d'une sphère de rayon r.





Équation de la sphère

$\lVert\overrightarrow{CP}\rVert = r \quad \Leftrightarrow \quad (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$ ①

Plan tangent en un point T

$\overrightarrow{CT} \cdot \overrightarrow{TP} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x_1 - x_0)(x - x_0) + (y_1 - y_0)(y - y_0) + (z_1 - z_0)(z - z_0) = r^2$ ①

Plan polaire d'un point Q

$\overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{CP} = r^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x_2 - x_0)(x - x_0) + (y_2 - y_0)(y - y_0) + (z_2 - z_0)(z - z_0) = r^2$ ①

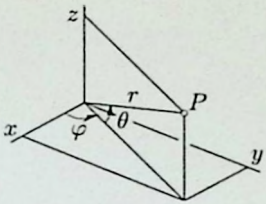
Puissance d'un point Q.

$\lVert\overrightarrow{CQ}\rVert^2 - r^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2 - r^2$ ①

Coordonnées sphériques d'un point

On note r, φ et θ les coordonnées sphériques d'un point $P(x\,;y\,;z)$ de l'espace.

$x = r\cos(\theta)\cos(\varphi)$	$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
$y = r\cos(\theta)\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ et $\sin(\varphi) = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$
$z = r\sin(\theta)$	$\sin(\theta) = \dfrac{z}{r}$ $\quad(-90° \leq \theta \leq 90°)$

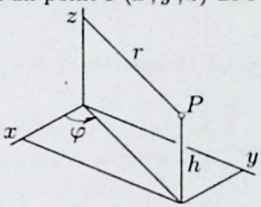


La formule $\tan(\varphi) = \dfrac{y}{x}$ permet de déterminer l'angle φ à 180° près.

Coordonnées cylindriques d'un point

On note r, φ et h les coordonnées cylindriques d'un point $P(x\,;y\,;z)$ de l'espace.

$x = r\cos(\varphi)$	$r = \sqrt{x^2+y^2}$
$y = r\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \dfrac{x}{r}$ et $\sin(\varphi) = \dfrac{y}{r}$
$z = h$	$h = z$



La formule $\tan(\varphi) = \dfrac{y}{x}$ permet de déterminer l'angle φ à 180° près.

Analyse

Fonction réelle d'une variable réelle

On note f et g deux fonctions réelles d'une variable réelle x.

L'*image* de x par la fonction f est notée $f(x)$.

L'*ensemble de définition* de la fonction f, noté D_f, est l'ensemble des nombres réels qui ont une image par f.

L'*ensemble image* de la fonction f, noté $\mathrm{Im}(f)$, est l'ensemble de toutes les images par f des éléments de D_f.

Le *graphe* de la fonction f est l'ensemble des couples $\big(x\,;f(x)\big)$, où $x \in D_f$. La *représentation graphique* de la fonction f est la courbe d'équation cartésienne $y = f(x)$ dans un plan muni d'un système d'axes perpendiculaires.

Caractéristiques d'une fonction

Zéro

Le nombre a est un *zéro* de la fonction f si $\boxed{f(a) = 0}$

Parité

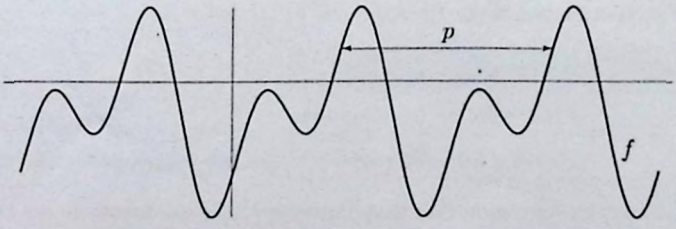
La fonction f est *paire* si $\boxed{f(-x) = f(x)}$ pour tout $x \in D_f$.
La représentation graphique de f est alors symétrique par rapport à l'axe des y.

La fonction f est *impaire* si $\boxed{f(-x) = -f(x)}$ pour tout $x \in D_f$.
La représentation graphique de f est alors symétrique par rapport à l'origine.

Périodicité

La fonction f est *périodique* s'il existe un nombre $p > 0$ tel que $\boxed{f(x+p) = f(x)}$ pour tout $x \in D_f$. La *période* de f est le plus petit $p > 0$ vérifiant cette propriété.

La représentation graphique de f est alors invariante par translation de vecteur $\binom{p}{0}$.



Croissance

On note I une partie de l'ensemble de définition de la fonction f.

La fonction f est ...	si pour tout $x_1, x_2 \in I$:
croissante sur I	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
strictement croissante sur I	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
décroissante sur I	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
strictement décroissante sur I	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Une *fonction monotone sur* I est une fonction qui est soit croissante sur I soit décroissante sur I.

Bornes

On note I une partie de l'ensemble de définition de la fonction f.

La fonction f est *majorée sur* I s'il existe un nombre réel M tel que $\boxed{f(x) \leq M}$ pour tout $x \in I$; M est un *majorant* de f sur I. La *borne supérieure* d'une fonction f majorée sur I est son plus petit majorant ; on le note $\sup\limits_{x \in I} f(x)$.

On définit de manière analogue une *fonction minorée sur* I, un *minorant* et la *borne inférieure* de f sur I.

Une *fonction bornée sur* I est une fonction qui est à la fois majorée et minorée sur I.

Extremums

Le nombre $f(a)$ est un *maximum local* de la fonction f s'il existe un intervalle ouvert I contenant a tel que, pour tout $x \in I \cap D_f$, on a $f(x) \leq f(a)$.

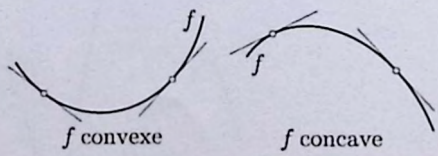
Le nombre $f(a)$ est le *maximum absolu* de la fonction f si, pour tout $x \in D_f$, on a $f(x) \leq f(a)$

On définit de manière analogue un *minimum local* et le *minimum absolu* de f.

Convexité

On note f une fonction dérivable sur un intervalle I.

La fonction f est ...	si pour tout $x, a \in I$:
convexe sur I	$f(x) \geq f(a) + (x-a)f'(a)$
concave sur I	$f(x) \leq f(a) + (x-a)f'(a)$



Lorsque f est convexe, sa représentation graphique est située au-dessus de ses tangentes.

Opérations sur les fonctions

Addition	$f+g$	$(f+g)(x)$	$=$	$f(x)+g(x)$
Soustraction	$f-g$	$(f-g)(x)$	$=$	$f(x)-g(x)$
Multiplication	$f\cdot g$	$(f\cdot g)(x)$	$=$	$f(x)g(x)$
Multiplication par un réel λ	$\lambda\cdot f$	$(\lambda\cdot f)(x)$	$=$	$\lambda f(x)$
Division	$\dfrac{f}{g}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$	$=$	$\dfrac{f(x)}{g(x)}$
Composition	$g\circ f$	$(g\circ f)(x)$	$=$	$g\big(f(x)\big)$

Fonction réciproque

Si $f\colon A\to B$ est une fonction bijective, alors la *fonction réciproque* de f est la fonction ${}^{r}f\colon B\to A$ définie par $\boxed{{}^{r}f(y)=x \;\Leftrightarrow\; y=f(x)}$

Lorsque le repère est orthonormé, les représentations graphiques des fonctions f et ${}^{r}f$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y=x$

$({}^{r}f\circ f)(x)=x$ pour tout $x\in A$	$(f\circ {}^{r}f)(y)=y$ pour tout $y\in B$

Fonctions particulières

Fonction réciproque des fonctions trigonométriques

$-1\le x\le 1$	$\arcsin(x)=y$	$\Leftrightarrow$	$x=\sin(y)$	$-\dfrac{\pi}{2}\le y\le\dfrac{\pi}{2}$
$-1\le x\le 1$	$\arccos(x)=y$	$\Leftrightarrow$	$x=\cos(y)$	$0\le y\le\pi$
$x\in\mathbb{R}$	$\arctan(x)=y$	$\Leftrightarrow$	$x=\tan(y)$	$-\dfrac{\pi}{2}<y<\dfrac{\pi}{2}$
$x\in\mathbb{R}$	$\operatorname{arccot}(x)=y$	$\Leftrightarrow$	$x=\cot(y)$	$0<y<\pi$

Définitions et propriétés des fonctions trigonométriques, voir pages 27 et suivantes.

Exponentielle et logarithme de base a

On note a un nombre tel que $a>0$ et $a\neq 1$

$a^x=y \quad\Longleftrightarrow\quad x=\log_a(y)$	
$a^x=e^{x\ln(a)}$	$\log_a(x)=\dfrac{\ln(x)}{\ln(a)}$

On note aussi $\exp_a(x)=a^x$

Autres propriétés des puissances et des logarithmes, voir pages 13 et 14.

Exponentielle de base e et logarithme naturel

$e^x = y \iff x = \ln(y)$	
$e^x = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n$	$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t}\,dt$
$e^0 = 1$	$\ln(1) = 0$
$e^1 = e$	$\ln(e) = 1$
$e^{x+y} = e^x \cdot e^y$	$\ln(uv) = \ln(u) + \ln(v)$
$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$	$\ln\left(\frac{u}{v}\right) = \ln(u) - \ln(v)$
$(e^x)^y = e^{xy}$	$\ln(u^v) = v\ln(u)$

On note aussi $\exp(x) = e^x$

Fonctions hyperboliques

$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	$\coth(x) = \frac{1}{\tanh(x)}$

$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$	$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$	$\frac{1}{\cosh^2(x)} = 1 - \tanh^2(x)$

$\sinh(-x) = -\sinh(x)$	$\cosh(-x) = \cosh(x)$	$\tanh(-x) = -\tanh(x)$

$\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$	$\sinh(2x) = 2\sinh(x)\cosh(x)$
$\cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$	$\cosh(2x) = \sinh^2(x) + \cosh^2(x)$
$\tanh(x+y) = \frac{\tanh(x)+\tanh(y)}{1+\tanh(x)\tanh(y)}$	$\tanh(2x) = \frac{2\tanh(x)}{1+\tanh^2(x)}$

$\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh(x)-1}{2}$	$\cosh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh(x)+1}{2}$	$\tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh(x)-1}{\sinh(x)} = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)+1}$

Formule de Moivre	$\left(\cosh(x)+\sinh(x)\right)^n = \cosh(nx) + \sinh(nx)$

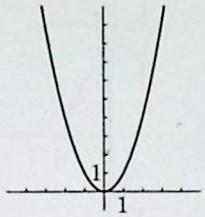
Fonction réciproque des fonctions hyperboliques

$x \in \mathbb{R}$	$\operatorname{arsinh}(x) = y$	$\Leftrightarrow \quad x = \sinh(y)$	$y \in \mathbb{R}$
$x \geq 1$	$\operatorname{arcosh}(x) = y$	$\Leftrightarrow \quad x = \cosh(y)$	$y \geq 0$
$-1 < x < 1$	$\operatorname{artanh}(x) = y$	$\Leftrightarrow \quad x = \tanh(y)$	$y \in \mathbb{R}$
$x < -1$ ou $x > 1$	$\operatorname{arcoth}(x) = y$	$\Leftrightarrow \quad x = \coth(y)$	$y \neq 0$

$\operatorname{arsinh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$	$\operatorname{arcosh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$
$\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$	$\operatorname{arcoth}(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

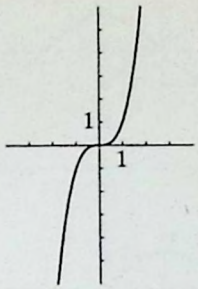
Représentation graphique de quelques fonctions

$x \mapsto x^2$

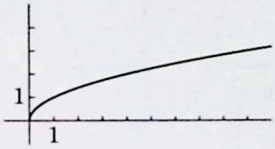


parabole

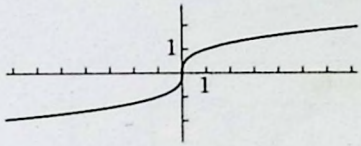
$x \mapsto x^3$



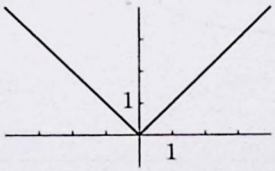
$x \mapsto \sqrt{x}$



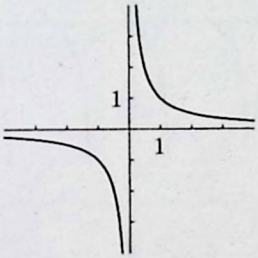
$x \mapsto \sqrt[3]{x}$



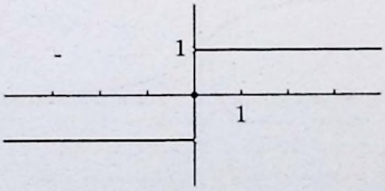
$x \mapsto |x|$



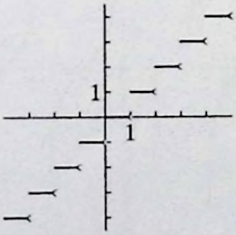
$x \mapsto \dfrac{1}{x}$



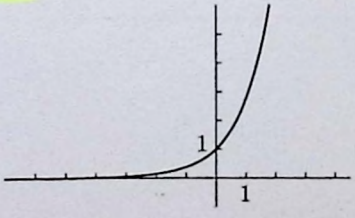
$x \mapsto \mathrm{sgn}(x)$



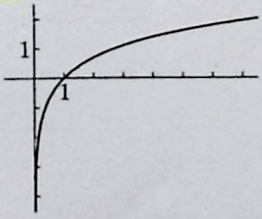
$x \mapsto \mathrm{E}(x)$



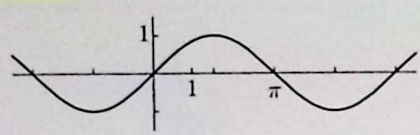
$x \mapsto e^x$



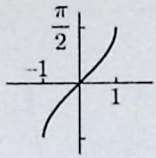
$x \mapsto \ln(x)$



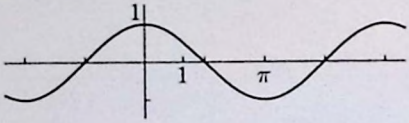
$x \mapsto \sin(x)$



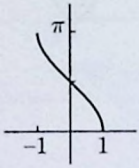
$x \mapsto \arcsin(x)$



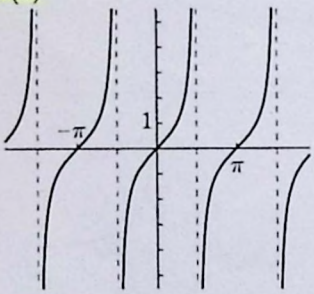
$x \mapsto \cos(x)$



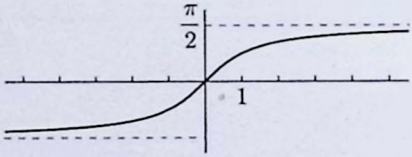
$x \mapsto \arccos(x)$



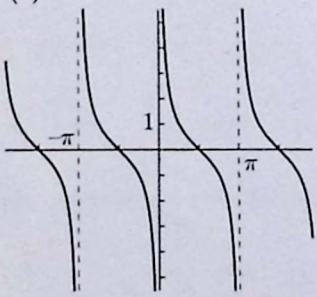
$x \mapsto \tan(x)$



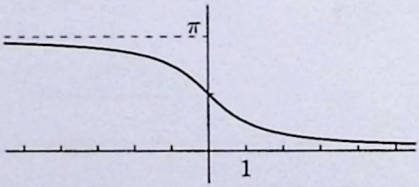
$x \mapsto \arctan(x)$



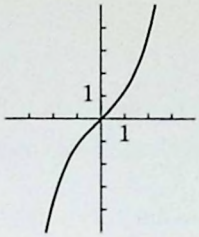
$x \mapsto \cot(x)$



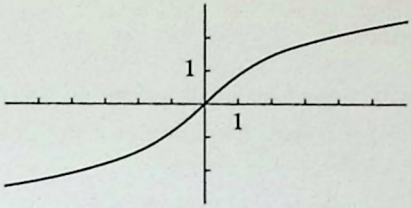
$x \mapsto \operatorname{arccot}(x)$



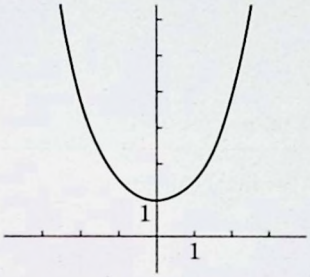
$x \mapsto \sinh(x)$



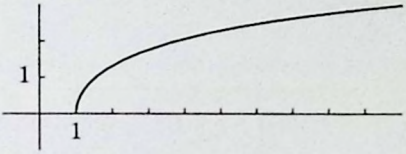
$x \mapsto \operatorname{arsinh}(x)$



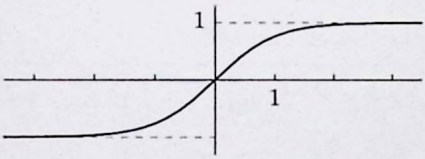
$x \mapsto \cosh(x)$



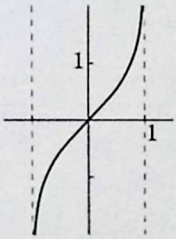
$x \mapsto \operatorname{arcosh}(x)$



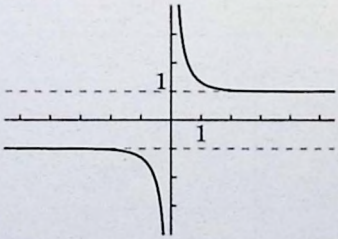
$x \mapsto \tanh(x)$



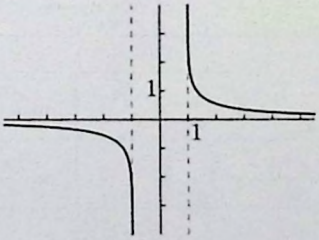
$x \mapsto \operatorname{artanh}(x)$



$x \mapsto \coth(x)$



$x \mapsto \operatorname{arcoth}(x)$



Limite et continuité

Limite

On note f une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant a, sauf éventuellement en a.

Le nombre L est la *limite* de f en a si $f(x)$ est arbitrairement proche de L dès que x est suffisamment proche de a ($x \neq a$).

On dit aussi que $f(x)$ tend vers L lorsque x tend vers a. On note $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$

Formellement, le nombre L est la limite de f en a si, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\delta > 0$ tel que $0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

Propriétés

On note f et g des fonctions dont la limite en a existe et λ un nombre réel.

$\lim\limits_{x \to a} \big(f(x) + g(x)\big) = \lim\limits_{x \to a} f(x) + \lim\limits_{x \to a} g(x)$	$\lim\limits_{x \to a} \big(f(x) \cdot g(x)\big) = \lim\limits_{x \to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to a} g(x)$
$\lim\limits_{x \to a} \big(\lambda f(x)\big) = \lambda \lim\limits_{x \to a} f(x)$	$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}$ si $\lim\limits_{x \to a} g(x) \neq 0$

Quelques limites

On note n un entier naturel, a et b des nombres réels positifs et x un nombre réel.

$\lim\limits_{n \to +\infty} a^n = +\infty$ si $a > 1$	$\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a} = 1$ si $a > 0$	$\lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e$
$\lim\limits_{n \to +\infty} a^n = 0$ si $0 < a < 1$	$\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt[n]{n} = 1$	$\lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 + \dfrac{x}{n}\right)^n = e^x$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan(x)}{x} = 1$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos(x)}{x} = 0$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos(x)}{x^2} = \dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{a^x - 1}{x} = \ln(a)$	
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1 + x)}{x} = 1$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log_a(1 + x)}{x} = \dfrac{1}{\ln(a)}$	
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x^a} = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln^b(x)}{x^a} = 0$
$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x \ln(x) = 0$	$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^a \ln(x) = 0$	$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^a \ln^b(x) = 0$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{ax}}{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{ax}}{x^b} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^x} = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^{ax}} = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^b}{e^{ax}} = 0$

Théorème de L'Hospital

On note a un nombre réel, f et g deux fonctions dérivables dans un intervalle ouvert contenant a et telles que $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ existe.

Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ ou si $\lim\limits_{x \to a} |f(x)| = \lim\limits_{x \to a} |g(x)| = +\infty$, alors $\boxed{\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}}$

Cette règle s'applique également aux calculs de limites lorsque x tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$.

Asymptotes

Asymptote verticale

La droite d'équation $x = a$ est une *asymptote verticale* de la fonction f si
$\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} |f(x)| = +\infty$ ou $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} |f(x)| = +\infty$

Asymptote horizontale

La droite d'équation $y = h$ est une *asymptote horizontale* de la fonction f lorsque x tend vers $+\infty$ si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = h$

On traite de manière analogue le cas où x tend vers $-\infty$.

Asymptote oblique

La droite d'équation $y = mx + h$ est une *asymptote oblique* de la fonction f lorsque x tend vers $+\infty$ si $\lim\limits_{x \to +\infty} \big(f(x) - (mx + h)\big) = 0$

Si $f(x)$ ne peut pas s'écrire facilement sous la forme $f(x) = mx + h + \delta(x)$ avec $\lim\limits_{x \to +\infty} \delta(x) = 0$, on peut déterminer m et h en calculant :

$$\boxed{m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} \qquad \text{et} \qquad h = \lim_{x \to +\infty} \big(f(x) - mx\big)}$$

On traite de manière analogue le cas où x tend vers $-\infty$.

Continuité

On note f une fonction définie dans un intervalle ouvert contenant a.

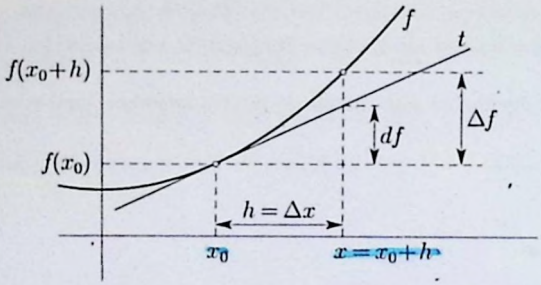
La fonction f est *continue* en a si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

Théorème de la valeur intermédiaire

Une fonction continue sur un intervalle fermé $[a\,;b]$ admet sur cet intervalle un maximum absolu, un minimum absolu, et prend toutes les valeurs entre ces extremums.

Calcul différentiel

Dérivée d'une fonction



Dérivée de f en x_0

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Le nombre $f'(x_0)$ est la pente de la tangente à la courbe en $(x_0\,;f(x_0))$

Autres formes :

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Autres notations :

Si $y = f(x)$, alors $f'(x) = \dfrac{df}{dx} = \dfrac{dy}{dx} = y'$

Différentielle de f en x_0 $\quad df = f'(x_0)\,\Delta x$

Tangente t en x_0 $\quad y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Fonction dérivée $\quad f' : x \mapsto f'(x)$

Dérivée seconde $\quad f'' = (f')'$

Autres notations :

Si $y = f(x)$, alors $f''(x) = \dfrac{d^2 f}{dx^2} = \dfrac{d^2 y}{dx^2} = y''$

Règles de dérivation

$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$	$(\lambda \cdot f)'(x) = \lambda f'(x),\ \lambda \in \mathbb{R}$
$(f \cdot g)'(x) = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$	$(g \circ f)'(x) = g'\big(f(x)\big) \cdot f'(x)$
$\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$	$({}^{r}f)'(x) = \dfrac{1}{f'({}^{r}f(x))}$

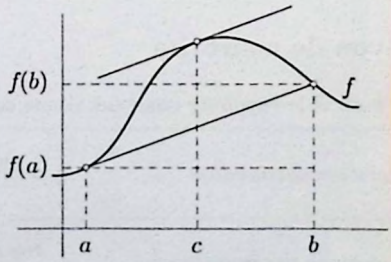
Dérivée de fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
a	0	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
x	1	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
x^n	nx^{n-1}	$\lvert x\rvert$	$\operatorname{sgn}(x)$ $\quad x \neq 0$
e^x	e^x	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
a^x	$a^x \ln(a)$	$\log_a(x)$	$\frac{1}{x\ln(a)}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1+\tan^2(x)$	$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\cot(x)$	$-\frac{1}{\sin^2(x)} = -1-\cot^2(x)$	$\operatorname{arccot}(x)$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\operatorname{arsinh}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$	$\operatorname{arcosh}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\tanh(x)$	$\frac{1}{\cosh^2(x)} = 1-\tanh^2(x)$	$\operatorname{artanh}(x)$	$\frac{1}{1-x^2}$ $\quad \lvert x\rvert < 1$
$\coth(x)$	$-\frac{1}{\sinh^2(x)} = 1-\coth^2(x)$	$\operatorname{arcoth}(x)$	$\frac{1}{1-x^2}$ $\quad \lvert x\rvert > 1$

Théorèmes

Théorème des accroissements finis

Si f est une fonction continue sur l'intervalle $[a\,;b]$ et dérivable sur l'intervalle $]a\,;b[$, alors il existe au moins un nombre c dans $]a\,;b[$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$



Dérivée première et croissance

On note f une fonction dérivable sur un intervalle I.

f croissante sur I	$\Leftrightarrow$	$f'(x) \geq 0$ pour tout x de I
f décroissante sur I	$\Leftrightarrow$	$f'(x) \leq 0$ pour tout x de I

Dérivée seconde et convexité

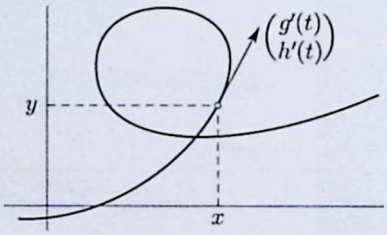
On note f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I.

f convexe sur I	$\Leftrightarrow$	$f''(x) \geq 0$ pour tout x de I
f concave sur I	$\Leftrightarrow$	$f''(x) \leq 0$ pour tout x de I

Courbe donnée sous forme paramétrique

Équations paramétriques : $\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$

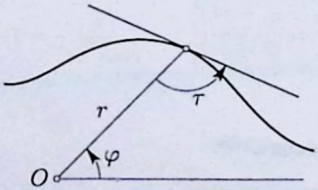
$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{h'(t)}{g'(t)} = m(t)$	$\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{m'(t)}{g'(t)}$



Courbe donnée sous forme polaire

Équation polaire : $r = f(\varphi)$
On note τ l'angle entre le rayon vecteur et la tangente.

$$\tan(\tau) = \frac{f(\varphi)}{f'(\varphi)}$$



Rayon de courbure

On note R le rayon de courbure d'une courbe.

Équation cartésienne	$y = f(x)$	$R = \dfrac{\left(1 + f'^2(x)\right)^{\frac{3}{2}}}{\lvert f''(x) \rvert}$
Équations paramétriques	$\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$	$R = \dfrac{\left(g'^2(t) + h'^2(t)\right)^{\frac{3}{2}}}{\lvert g'(t)h''(t) - g''(t)h'(t) \rvert}$
Équation polaire	$r = f(\varphi)$	$R = \dfrac{\left(f^2(\varphi) + f'^2(\varphi)\right)^{\frac{3}{2}}}{\lvert f^2(\varphi) + 2f'^2(\varphi) - f(\varphi)f''(\varphi) \rvert}$

Dérivée vectorielle

$$\vec{u}\,'(t) = \frac{d\vec{u}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{u}(t+\Delta t) - \vec{u}(t)}{\Delta t}$$

$$\boxed{\vec{u}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \Longrightarrow \vec{u}\,'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix}}$$

$(\vec{u}+\vec{v})' = \vec{u}\,' + \vec{v}\,'$	$(\vec{u}\cdot\vec{v})' = \vec{u}\,'\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{v}\,'$
$\big(f(t)\vec{u}\big)' = f'(t)\vec{u} + f(t)\vec{u}\,'$	$(\vec{u}\times\vec{v})' = (\vec{u}\,'\times\vec{v}) + (\vec{u}\times\vec{v}\,')$

Lorsque t représente le temps, les dérivées se notent aussi $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$, $\dot{z}(t)$ et $\dot{\vec{u}}(t)$

Calcul intégral

Primitive

Une fonction F est une *primitive* d'une fonction f dans l'intervalle I si $F'(x) = f(x)$ dans I.
Si F_1 et F_2 sont deux primitives de f sur I, alors $F_2 = F_1 + c$ où c est une constante.
On note $\int f(x)\,dx = F(x) + c$ une primitive quelconque de f.

Recherche de primitives

Par linéarité	$\int \big(f(x)+g(x)\big)\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$ $\int \lambda f(x)\,dx = \lambda \int f(x)\,dx$
Par parties	$\int f'(x)g(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,dx$
Par substitution	$\int g\big(f(x)\big)f'(x)\,dx = G\big(f(x)\big) + c$ où G est une primitive de g
Par changement de variable	$\int g(x)\,dx = \int g\big(f(t)\big)f'(t)\,dt$ où $x = f(t)$ avec f bijective

Primitive de quelques fonctions

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
a	ax	x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$	$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}$
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x\sqrt{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\frac{1}{(x-a)(x-b)}$	$\frac{1}{a-b}\ln\left\lvert\frac{x-a}{x-b}\right\rvert$	$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ax}{c}-\frac{ad-bc}{c^2}\ln\lvert cx+d\rvert$
$\frac{1}{x^2+a^2}$	$\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right)$	$\frac{1}{x^2-a^2}$	$\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert$
e^x	e^x	$\ln(x)$	$x(\ln(x)-1)$
a^x	$\frac{a^x}{\ln(a)}$	$\log_a(x)$	$x(\log_a(x)-\log_a(e))$
xe^{ax}	$\frac{1}{a^2}(ax-1)e^{ax}$	$x\ln(ax)$	$\frac{x^2}{4}(2\ln(ax)-1)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\arcsin(x)$	$x\arcsin(x)+\sqrt{1-x^2}$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\arccos(x)$	$x\arccos(x)-\sqrt{1-x^2}$
$\tan(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert$	$\arctan(x)$	$x\arctan(x)-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)$
$\cot(x)$	$\ln\lvert\sin(x)\rvert$	$\operatorname{arccot}(x)$	$x\operatorname{arccot}(x)+\frac{1}{2}\ln(1+x^2)$
$\sin^2(x)$	$\frac{1}{2}(x-\sin(x)\cos(x))$	$\frac{1}{\sin^2(x)}$	$-\cot(x)$
$\cos^2(x)$	$\frac{1}{2}(x+\sin(x)\cos(x))$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$
$\tan^2(x)$	$\tan(x)-x$	$\frac{1}{\sin(x)}$	$\ln\left\lvert\frac{1-\cos(x)}{\sin(x)}\right\rvert$
$\cot^2(x)$	$-\cot(x)-x$	$\frac{1}{\cos(x)}$	$\ln\left\lvert\frac{1+\sin(x)}{\cos(x)}\right\rvert$
$\frac{1}{1+\sin(x)}$	$\frac{-\cos(x)}{1+\sin(x)}$	$\frac{1}{1-\sin(x)}$	$\frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}$
$\frac{1}{1+\cos(x)}$	$\frac{\sin(x)}{1+\cos(x)}$	$\frac{1}{1-\cos(x)}$	$\frac{-\sin(x)}{1-\cos(x)}$
$x\sin(ax)$	$-\frac{1}{a}x\cos(ax)+\frac{1}{a^2}\sin(ax)$	$x\cos(ax)$	$\frac{1}{a}x\sin(ax)+\frac{1}{a^2}\cos(ax)$
$e^{ax}\sin(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin(bx)-b\cos(bx))$	$e^{ax}\cos(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos(bx)+b\sin(bx))$

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\operatorname{arsinh}(x)$	$x\operatorname{arsinh}(x) - \sqrt{x^2+1}$
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$	$\operatorname{arcosh}(x)$	$x\operatorname{arcosh}(x) - \sqrt{x^2-1}$
$\tanh(x)$	$\ln\big(\cosh(x)\big)$	$\operatorname{artanh}(x)$	$x\operatorname{artanh}(x) + \frac{1}{2}\ln(1-x^2)$
$\coth(x)$	$\ln\lvert\sinh(x)\rvert$	$\operatorname{arcoth}(x)$	$x\operatorname{arcoth}(x) + \frac{1}{2}\ln(x^2-1)$
$\sqrt{x^2+a}$	$\frac{x}{2}\sqrt{x^2+a} + \frac{a}{2}\ln\lvert x+\sqrt{x^2+a}\rvert$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}$	$\ln\lvert x+\sqrt{x^2+a}\rvert$
$\sqrt{r^2-x^2}$	$\frac{x}{2}\sqrt{r^2-x^2} + \frac{r^2}{2}\arcsin\left(\frac{x}{r}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{r^2-x^2}}$	$\arcsin\left(\frac{x}{r}\right)$

Primitive d'une fonction rationnelle

Une fonction rationnelle est une fonction $f : x \mapsto \dfrac{p(x)}{q(x)}$ où $p(x)$ et $q(x)$ sont des polynômes.

Pour trouver une primitive d'une fonction rationnelle $f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$, on effectue d'abord la division euclidienne de $p(x)$ par $q(x)$. On peut alors écrire $f(x) = d(x) + \dfrac{r(x)}{q(x)}$ avec degré$(r) <$ degré(q)

L'intégration du polynôme $d(x)$ ne pose pas de problème. Celle de $\dfrac{r(x)}{q(x)}$ dépend du degré de $q(x)$. On ne traite ici que le cas où $q(x)$ est un polynôme de degré deux : $q(x) = ax^2 + bx + c$

1er cas : $q(x)$ a deux zéros distincts x_1 et x_2

$$\boxed{\int \frac{r(x)}{q(x)}\,dx = \frac{\alpha}{a}\ln\lvert x-x_1\rvert + \frac{\beta}{a}\ln\lvert x-x_2\rvert + C}$$

avec α et β tels que $r(x) = \alpha(x-x_2) + \beta(x-x_1)$

2e cas : $q(x)$ a un zéro unique x_0

$$\boxed{\int \frac{r(x)}{q(x)}\,dx = \frac{\alpha}{a}\ln\lvert x-x_0\rvert - \frac{\beta}{a(x-x_0)} + C}$$

avec α et β tels que $r(x) = \alpha(x-x_0) + \beta$

3e cas : $q(x)$ n'a aucun zéro réel

$$\boxed{\int \frac{r(x)}{q(x)}\,dx = \alpha\ln\lvert ax^2+bx+c\rvert + \frac{2\beta}{\sqrt{4ac-b^2}}\arctan\left(\frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}}\right) + C}$$

avec α et β tels que $r(x) = \alpha(2ax+b) + \beta$

Substitutions particulières

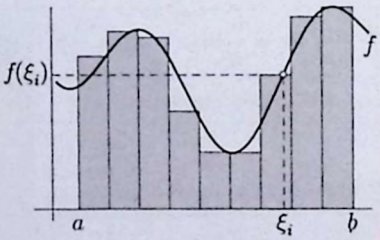
La fonction dont on cherche une primitive est fonction de	Substitution à effectuer		
e^x	$t = e^x$	$x = \ln(t)$	$dx = \frac{1}{t}\,dt$
$\sin^2(x)$ ou $\cos^2(x)$ ou $\tan(x)$	$t = \tan(x)$	$x = \arctan(t)$ $\sin^2(x) = \frac{t^2}{1+t^2}$	$dx = \frac{1}{1+t^2}\,dt$ $\cos^2(x) = \frac{1}{1+t^2}$
$\sin(x)$ ou $\cos(x)$	$t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$	$x = 2\arctan(t)$ $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$	$dx = \frac{2}{1+t^2}\,dt$ $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$
$\sqrt[n]{ax+b}$	$t = \sqrt[n]{ax+b}$	$x = \frac{t^n - b}{a}$	$dx = \frac{n}{a}t^{n-1}\,dt$
$\sqrt{a^2 - b^2x^2}$	$x = \frac{a}{b}\sin(t)$	$dx = \frac{a}{b}\cos(t)\,dt$	
$\sqrt{a^2 + b^2x^2}$	$x = \frac{a}{b}\tan(t)$ $x = \frac{a}{b}\sinh(t)$	$dx = \frac{a}{b\cos^2(t)}\,dt$ $dx = \frac{a}{b}\cosh(t)\,dt$	ou
$\sqrt{b^2x^2 - a^2}$	$x = \frac{a}{b\cos(t)}$ $x = \frac{a}{b}\cosh(t)$	$dx = \frac{a\sin(t)}{b\cos^2(t)}\,dt$ $dx = \frac{a}{b}\sinh(t)\,dt$	ou

Intégrale de Riemann

On note f une fonction continue sur $[a\,;b]$. On choisit une subdivision $x_0, x_1, \ldots, x_n$ de $[a\,;b]$ ($x_0 = a$, $x_n = b$) et ξ_i un nombre de l'intervalle $[x_{i-1}\,;x_i]$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\substack{n\to+\infty \\ \Delta x_i \to 0}} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

où $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$



Théorème fondamental du calcul intégral

Si F est une primitive de f sur $[a\,;b]$, alors $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

La fonction F telle que $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a.

Propriétés

$\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$
$\displaystyle\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$
Si $f(x) \leq g(x)$ pour tout $x \in [a\,;b]$, alors $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$

Méthodes d'intégration

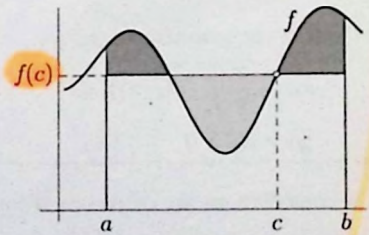
Par linéarité	$\displaystyle\int_a^b \big(f(x)+g(x)\big)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$ $\displaystyle\int_a^b \lambda f(x)\,dx = \lambda \int_a^b f(x)\,dx$
Par parties	$\displaystyle\int_a^b f'(x)g(x)\,dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_a^b f(x)g'(x)\,dx$
Par substitution	$\displaystyle\int_a^b g\big(f(x)\big)f'(x)\,dx = \int_{f(a)}^{f(b)} g(t)\,dt$ où $t = f(x)$
Par changement de variable	$\displaystyle\int_a^b g(x)\,dx = \int_c^d g\big(f(t)\big)f'(t)\,dt$ où $x = f(t)$, $f(c) = a$ et $f(d) = b$ (f bijective)

Théorème de la moyenne

On définit la *valeur moyenne* de f sur $[a\,;b]$ par

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

Si f est continue sur $[a\,;b]$, alors il existe $c \in \,]a\,;b[$ tel que $f(c) = \mu$



Applications du calcul intégral à la géométrie

On considère un arc de courbe d'équation cartésienne $y = f(x)$ avec $a \leq x \leq b$.

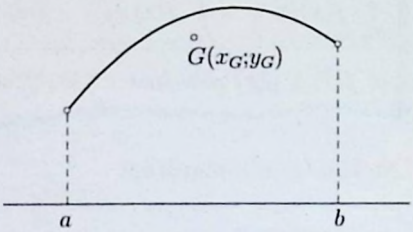
Longueur de l'arc

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\, dx$$

Centre de gravité de l'arc

$$x_G = \frac{1}{l} \int_a^b x\sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\, dx$$

$$y_G = \frac{1}{l} \int_a^b f(x)\sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\, dx$$



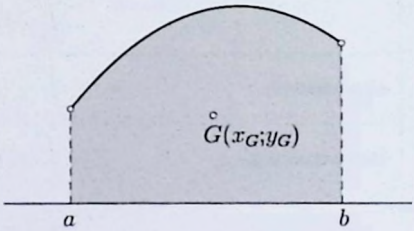
Aire de la surface

$$\mathcal{A} = \int_a^b f(x)\, dx \qquad \text{si } f \geq 0$$

Centre de gravité de la surface

$$x_G = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_a^b x f(x)\, dx \qquad \text{si } f \geq 0$$

$$y_G = \frac{1}{2\mathcal{A}} \int_a^b \left(f(x)\right)^2 dx$$



Aire latérale du corps

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\, dx \qquad \text{si } f \geq 0$$

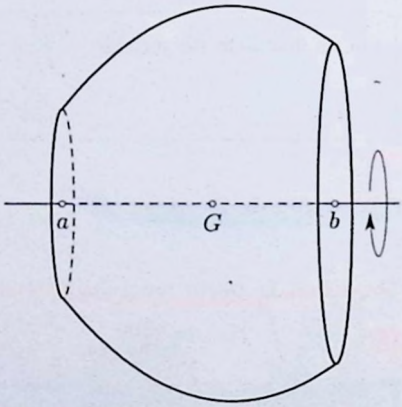
Volume du corps

$$\mathcal{V} = \pi \int_a^b \left(f(x)\right)^2 dx$$

Centre de gravité du corps

$$x_G = \frac{\pi}{\mathcal{V}} \int_a^b x\left(f(x)\right)^2 dx$$

$$y_G = z_G = 0$$



On considère un arc de courbe d'équations paramétriques $\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$ avec $t_1 \leq t \leq t_2$.

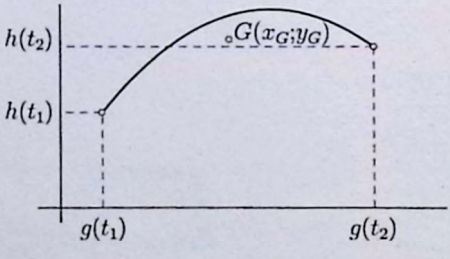
Longueur de l'arc

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(g'(t)\right)^2 + \left(h'(t)\right)^2}\, dt$$

Centre de gravité de l'arc

$$x_G = \frac{1}{l} \int_{t_1}^{t_2} g(t)\sqrt{\left(g'(t)\right)^2 + \left(h'(t)\right)^2}\, dt$$

$$y_G = \frac{1}{l} \int_{t_1}^{t_2} h(t)\sqrt{\left(g'(t)\right)^2 + \left(h'(t)\right)^2}\, dt$$



Pour les formules suivantes, on suppose g croissante et h positive sur $[t_1; t_2]$.

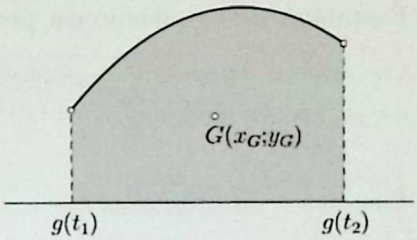
Aire de la surface

$$\mathcal{A} = \int_{t_1}^{t_2} h(t)g'(t)\,dt$$

Centre de gravité de la surface

$$x_G = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{t_1}^{t_2} g(t)h(t)g'(t)\,dt$$

$$y_G = \frac{1}{2\mathcal{A}} \int_{t_1}^{t_2} \big(h(t)\big)^2 g'(t)\,dt$$



Aire latérale du corps

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} h(t)\sqrt{\big(g'(t)\big)^2 + \big(h'(t)\big)^2}\,dt$$

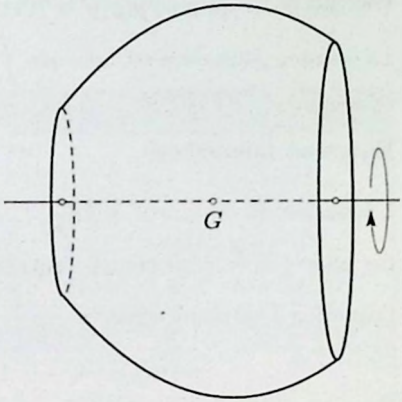
Volume du corps

$$\mathcal{V} = \pi \int_{t_1}^{t_2} \big(h(t)\big)^2 g'(t)\,dt$$

Centre de gravité du corps

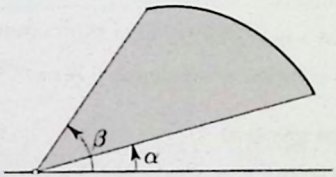
$$x_G = \frac{\pi}{\mathcal{V}} \int_{t_1}^{t_2} g(t)\big(h(t)\big)^2 g'(t)\,dt$$

$$y_G = z_G = 0$$



On considère un arc de courbe d'équation polaire $r = f(\varphi)$ avec $\alpha \leq \varphi \leq \beta$.

Longueur de l'arc	$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\big(f(\varphi)\big)^2 + \big(f'(\varphi)\big)^2}\,d\varphi$
Aire de la surface	$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \big(f(\varphi)\big)^2\,d\varphi$



Équation différentielle

Équation différentielle du premier ordre

Une *équation différentielle du premier ordre* est une relation de la forme $R(x\,;y\,;y') = 0$ avec $y = y(x)$ et $y' = y'(x) = \dfrac{dy}{dx}$

Équation à variables séparées

L'équation est du type $g(y)\,y' = f(x)$

La solution générale y est telle que $\displaystyle\int g(y)\,dy = \int f(x)\,dx$

Équation homogène

L'équation est du type $y' = f\left(\dfrac{y}{x}\right)$

On pose $z = \dfrac{y}{x}$ pour obtenir l'équation à variables séparables $z + xz' = f(z)$ et puis on résout l'équation à variables séparées $\dfrac{1}{f(z) - z} \cdot z' = \dfrac{1}{x}$

Équation linéaire

L'équation est du type $y' + f(x)\,y = g(x)$

Cas où $g(x) = 0$

La solution générale est $y = c\,e^{-F(x)}$ où F est une primitive de f et c une constante.

Cas général

La solution générale est la somme d'une solution particulière p de l'équation et de la solution générale de l'*équation sans second membre* $y' + f(x)\,y = 0$ (cas précédent).

On peut trouver une solution particulière en posant $p(x) = c(x)\,e^{-F(x)}$ où $c(x)$ est à déterminer en remplaçant y par p dans l'équation différentielle donnée (méthode de variation de la constante).

Équation différentielle du deuxième ordre

Une *équation différentielle du deuxième ordre* est une relation de la forme $R(x\,;y\,;y';\,y'') = 0$

On note c_1 et c_2 deux constantes.

Équation linéaire à coefficients constants

L'équation est du type $ay'' + by' + cy = g(x)$ avec $a \neq 0$

Cas où $g(x) = 0$

La solution générale dépend de l'*équation caractéristique* $ar^2 + br + c = 0$

Si cette équation possède ...	la solution de l'équation différentielle est ...
deux solutions réelles r_1 et r_2	$y = c_1\, e^{r_1 x} + c_2\, e^{r_2 x}$
une solution réelle r	$y = (c_1 x + c_2)\, e^{rx}$
deux solutions complexes $p \pm qi$	$y = e^{px}\big(c_1 \cos(qx) + c_2 \sin(qx)\big)$

Cas général

La solution générale est la somme d'une solution particulière p de l'équation et de la solution générale de l'*équation sans second membre* $ay'' + by' + cy = 0$ (cas précédent).

Pour trouver une solution particulière p on tient compte de la forme de g en suivant les indications du tableau ci-dessous.

On note α, β, λ, κ, μ et ω des nombres réels.

Lorsque g est du type ...	on pose comme solution particulière p ...
polynôme de degré n	un polynôme de degré n si $c \neq 0$ un polynôme de degré $n+1$ si $c = 0$ et $b \neq 0$ un polynôme de degré $n+2$ si $b = c = 0$
$g(x) = \lambda\, e^{\kappa x}$	$p(x) = \alpha\, e^{\kappa x}$ ou $p(x) = \alpha x\, e^{\kappa x}$ ou $p(x) = \alpha x^2\, e^{\kappa x}$
$g(x) = \lambda \sin(\omega x)$	$p(x) = \alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x)$ ou $p(x) = \alpha x \cos(\omega x)$
$g(x) = \lambda \cos(\omega x)$	$p(x) = \alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x)$ ou $p(x) = \alpha x \sin(\omega x)$
$g(x) = e^{\kappa x}\big(\lambda \sin(\omega x) + \mu \cos(\omega x)\big)$	$p(x) = e^{\kappa x}\big(\alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x)\big)$ ou $p(x) = x\, e^{\kappa x}\big(\alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x)\big)$
combinaison linéaire des types précédents	une combinaison linéaire des solutions particulières proposées pour ces différents types

Lorsque plusieurs possibilités sont proposées pour p, on les essaiera dans l'ordre indiqué.

Suite

Une *suite* est une application de $\mathbb{N}$ (ou d'une partie de $\mathbb{N}$) vers $\mathbb{R}$. L'image de $n \in \mathbb{N}$ par cette application, notée u_n, est le *terme de rang* n.

Une suite de terme u_n *converge vers un nombre réel* a si $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = a$

Une suite croissante et majorée converge.

Une suite décroissante et minorée converge.

Suite arithmétique

La suite $u_1, u_2, u_3, \ldots$ est une *suite arithmétique* de raison r si, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n + r$

$u_n = u_1 + (n-1)r$	$u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n = n \cdot \dfrac{u_1 + u_n}{2}$

Suite géométrique

La suite $u_1, u_2, u_3, \ldots$ est une *suite géométrique* de raison r si, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = r \cdot u_n$

$u_n = u_1 \cdot r^{n-1}$	$u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n = u_1 \cdot \dfrac{1-r^n}{1-r}$	$r \neq 1$
	$\lim\limits_{n \to +\infty} (u_1 + u_2 + \ldots + u_n) = u_1 \cdot \dfrac{1}{1-r}$	si $\lvert r \rvert < 1$

Série

La série de terme u_k *converge* si la suite de terme $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} u_k$ converge. La limite de cette suite, notée $\sum\limits_{k=1}^{\infty} u_k$, est la *somme de la série*.

Convergence d'une série à termes positifs

On considère une série de terme $u_k \geq 0$

Critère du quotient (d'Alembert)

$$\text{Si } \lim_{k \to +\infty} \frac{u_{k+1}}{u_k} = c \text{ et } \begin{cases} c < 1, & \text{la série converge} \\ c > 1, & \text{la série diverge} \end{cases}$$

Si $c = 1$, le critère ne permet pas de conclure.

Critère de la racine (Cauchy)

$$\text{Si } \lim_{k \to +\infty} \sqrt[k]{u_k} = c \text{ et } \begin{cases} c < 1, & \text{la série converge} \\ c > 1, & \text{la série diverge} \end{cases}$$

Si $c = 1$, le critère ne permet pas de conclure.

Critères de comparaison

On considère deux séries à termes positifs u_k et v_k et on note p un entier positif non nul.

Si $u_k \leq v_k$ pour tout $k \geq p$ et que la série de terme v_k converge, alors la série de terme u_k converge.
Si $u_k \geq v_k$ pour tout $k \geq p$ et que la série de terme v_k diverge, alors la série de terme u_k diverge.
Si $\lim\limits_{k \to +\infty} \dfrac{u_k}{v_k} \neq 0$ et $\lim\limits_{k \to +\infty} \dfrac{u_k}{v_k} \neq +\infty$, alors les séries considérées sont toutes deux convergentes ou toutes deux divergentes.

Les deux séries suivantes sont souvent utilisées comme séries de référence.

La série géométrique $1 + r + r^2 + r^3 + \ldots$ converge si $\lvert r \rvert < 1$, diverge sinon.

La série de Riemann $1 + \dfrac{1}{2^\alpha} + \dfrac{1}{3^\alpha} + \dfrac{1}{4^\alpha} + \ldots$ converge si $\alpha > 1$, diverge sinon.

Critère de l'intégrale

On note p un entier positif.

Si f est une fonction positive et décroissante dans l'intervalle $[p\,;+\infty[$ et $f(k) = u_k$, alors la série de terme u_k converge $\Leftrightarrow \displaystyle\int_p^{+\infty} f(x)\,dx$ existe

Dans ce cas, on a $\displaystyle\int_p^{+\infty} f(x)\,dx \leq \sum_{k=p}^{\infty} u_k \leq u_p + \int_p^{+\infty} f(x)\,dx$

Convergence d'une série alternée

On considère une série de terme $(-1)^k u_k$ avec $u_k \geq 0$

La série converge si, pour tout k, $u_{k+1} \leq u_k$ et $\lim\limits_{k\to+\infty} u_k = 0$

Dans ce cas, on a $\displaystyle\left|\sum_{k=n}^{\infty}(-1)^k u_k\right| \leq u_n$

Convergence d'une série à termes quelconques

On considère une série de terme u_k.

Si la série de terme $\lvert u_k\rvert$ converge, alors la série de terme u_k converge.
Si $\lim\limits_{k\to+\infty} u_k \neq 0$, alors la série de terme u_k diverge.

Les réciproques de ces deux théorèmes sont fausses.

Exemples de séries divergentes

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{k}+\ldots=+\infty$	(série harmonique)
$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{k}}+\ldots=+\infty$	
$1+\frac{1}{2^\alpha}+\frac{1}{3^\alpha}+\ldots+\frac{1}{k^\alpha}+\ldots=+\infty$	si $\alpha \leq 1$
$1+r+r^2+r^3+\ldots+r^k+\ldots=+\infty$	si $r \geq 1$

Exemples de séries convergentes

$1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots+\frac{1}{k!}+\ldots=e$
$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^k}+\ldots=2$ $1+r+r^2+r^3+\ldots+r^k+\ldots=\frac{1}{1-r}$ si $\lvert r\rvert<1$
$1+\frac{1}{2^\alpha}+\frac{1}{3^\alpha}+\ldots+\frac{1}{k^\alpha}+\ldots=\zeta(\alpha)$ si $\alpha>1$ (fonction zêta de Riemann) $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{k^2}+\ldots=\frac{\pi^2}{6}=\zeta(2)$ $1+\frac{1}{16}+\frac{1}{81}+\frac{1}{256}+\ldots+\frac{1}{k^4}+\ldots=\frac{\pi^4}{90}=\zeta(4)$ $1+\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\ldots+\frac{1}{(2k+1)^2}+\ldots=\frac{\pi^2}{8}$ $1+\frac{1}{81}+\frac{1}{625}+\frac{1}{2401}+\ldots+\frac{1}{(2k+1)^4}+\ldots=\frac{\pi^4}{96}$
$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{k\cdot(k+1)}+\ldots=1$ $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(2k-1)\cdot(2k+1)}+\ldots=\frac{1}{2}$ $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{k\cdot(k+2)}+\ldots=\frac{3}{4}$ $\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{7\cdot 9}+\frac{1}{11\cdot 13}+\ldots+\frac{1}{(4k-1)\cdot(4k+1)}+\ldots=\frac{1}{2}-\frac{\pi}{8}$
$1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\ldots+(-1)^k\frac{1}{k!}+\ldots=\frac{1}{e}$ $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+(-1)^k\frac{1}{k+1}+\ldots=\ln(2)$ (série harmonique alternée) $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+(-1)^k\frac{1}{2k+1}+\ldots=\frac{\pi}{4}$ $1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\frac{1}{16}+\ldots+(-1)^k\frac{1}{(k+1)^2}+\ldots=\frac{\pi^2}{12}$

Série entière

Une série de terme général u_k est appelée *série entière* si $u_k=a_kx^k$ avec $a_k\in\mathbb{R}$

Rayon de convergence : $r=\lim\limits_{k\to+\infty}\left|\frac{a_k}{a_{k+1}}\right|$ ou $r=\frac{1}{\lim\limits_{k\to+\infty}\sqrt[k]{\lvert a_k\rvert}}$

La série entière de terme a_kx^k $\begin{cases}\text{converge} & \text{si } \lvert x\rvert<r\\ \text{diverge} & \text{si } \lvert x\rvert>r\end{cases}$

Si $\lvert x\rvert=r$, il y a doute.

Si $r=+\infty$, alors la série entière converge pour tout réel x.

Formule de Taylor d'ordre n

On note f une fonction $n+1$ fois continûment dérivable dans un intervalle ouvert I contenant a.

Pour tout $x \in I$: $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$ avec $R_n(x) = \int_a^x \frac{f^{(n+1)}(t)}{n!}(x-t)^n\,dt = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$ où c est compris entre a et x.
Estimation du reste : $\lvert R_n(x)\rvert \leq \frac{\lvert x-a\rvert^{n+1}}{(n+1)!} \sup_{t\in I} \lvert f^{(n+1)}(t)\rvert$

Si $\lim_{n\to+\infty} R_n(x) = 0$, alors $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$ et la série de terme $\frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$ est appelée *série de Taylor de f centrée en a.*

Si $a = 0$, on obtient la formule de MacLaurin :

$$\boxed{f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)}$$

Développement en série entière de quelques fonctions

$f(x)$	Développement de f	Convergence
e^x	$1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^k}{k!} + \ldots$	pour tout x
$\sin(x)$	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \ldots$	pour tout x
$\cos(x)$	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \ldots$	pour tout x
$\tan(x)$	$x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \ldots$	$\lvert x\rvert < \frac{\pi}{2}$
$\arcsin(x)$	$x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} + \ldots$	$\lvert x\rvert < 1$
$\arccos(x)$	$\frac{\pi}{2} - x - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} - \ldots$	$\lvert x\rvert < 1$
$\arctan(x)$	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + \ldots$	$\lvert x\rvert \leq 1$
$\sinh(x)$	$x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \ldots + \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \ldots$	pour tout x
$\cosh(x)$	$1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \ldots + \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \ldots$	pour tout x
$\tanh(x)$	$x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \ldots$	$\lvert x\rvert < \frac{\pi}{2}$
$\frac{1}{1+x}$	$1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \ldots + (-1)^k x^k + \ldots$	$\lvert x\rvert < 1$
$\frac{1}{(1+x)^2}$	$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 + \ldots + (-1)^k (k+1) x^k + \ldots$	$\lvert x\rvert < 1$
$\sqrt{1+x}$	$1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \cdot 4}x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 + \ldots$	$\lvert x\rvert \leq 1$
$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$	$1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 - \ldots$	$-1 < x \leq 1$
$(1+x)^p$	$1 + px + \frac{p(p-1)}{2!}x^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}x^3 + \ldots$	pour tout x si $p \in \mathbb{N}$ $\lvert x\rvert < 1$ sinon
$\ln(1+x)$	$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{k+1}}{k+1} + \ldots$	$-1 < x \leq 1$
$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$	$2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots + \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + \ldots\right)$	$\lvert x\rvert < 1$
$\int_0^x e^{-t^2}\,dt$	$x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \frac{x^7}{7 \cdot 3!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1) \cdot k!} + \ldots$	pour tout x

Méthodes numériques

Approximations du premier ordre

On note n un nombre entier positif et h un nombre réel.

Approximation	Erreur maximale si $\lvert h\rvert < \frac{1}{2}$
$\sin(h) \approx h$	$\frac{1}{6}\lvert h\rvert^3$
$\cos(h) \approx 1$	$\frac{1}{2}h^2$
$\tan(h) \approx h$	$\frac{1}{2}\lvert h\rvert^3$
$(1+h)^n \approx 1+nh$	$2^{n-3}n(n-1)h^2$
$\dfrac{1}{1+h} \approx 1-h$	$8h^2$
$\sqrt[n]{1+h} \approx 1+\dfrac{1}{n}h$	$\sqrt[n]{2^{n-1}}\cdot\dfrac{n-1}{n^2}h^2$
$e^h \approx 1+h$	h^2
$\ln(1+h) \approx h$	h^2

Cas général

On note f une fonction dérivable en $x \in \mathbb{R}$

$$\boxed{f(x+h) \approx f(x) + hf'(x) \qquad \text{si } |h| \text{ est petit}}$$

Si la fonction f est deux fois continûment dérivable sur un intervalle I contenant x et $x+h$, alors l'erreur est égale à $\frac{1}{2}h^2 f''(c)$ avec c compris entre x et $x+h$.

Exemples

On note p un nombre réel.

$\sin(x+h) \approx \sin(x) + h\cos(x)$	$(x+h)^p \approx x^p + h\,p\,x^{p-1}$
$\cos(x+h) \approx \cos(x) - h\sin(x)$	$e^{x+h} \approx (1+h)e^x$
$\tan(x+h) \approx \tan(x) + h\big(1+\tan^2(x)\big)$	$\ln(x+h) \approx \ln(x) + h\dfrac{1}{x}$

Pour les approximations d'ordre supérieur, voir formule de Taylor page 89.

Calcul d'erreur

Propagation d'une erreur Δx par une fonction $y = f(x)$

Si x est un nombre réel dont on connaît une estimation x_0, avec $|x - x_0| < \Delta x$, on peut estimer $y = f(x)$ par $y_0 = f(x_0)$

Dans cette situation, on appelle $\Delta y = |y - y_0|$ l'*erreur absolue* et $\dfrac{\Delta y}{|y|}$ l'*erreur relative*.

Estimation de l'erreur absolue	$\Delta y \approx \lvert f'(x_0)\rvert \Delta x$
Estimation de l'erreur relative	$\dfrac{\Delta y}{\lvert y\rvert} \approx \left\lvert \dfrac{f'(x_0)}{f(x_0)} \right\rvert \Delta x$

Cas particuliers

$y =$	kx	x^k	e^x	$\ln(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\Delta y \approx$	$\lvert k\rvert \Delta x$	$\left\lvert k x_0^{k-1}\right\rvert \Delta x$	$e^{x_0} \Delta x$	$\dfrac{\Delta x}{\lvert x_0\rvert}$	$\lvert \cos(x_0)\rvert \Delta x$	$\lvert \sin(x_0)\rvert \Delta x$
$\dfrac{\Delta y}{\lvert y\rvert} \approx$	$\dfrac{\Delta x}{\lvert x_0\rvert}$	$\lvert k\rvert \dfrac{\Delta x}{\lvert x_0\rvert}$	Δx	$\dfrac{\Delta x}{\lvert x_0 \ln(x_0)\rvert}$	$\lvert \cot(x_0)\rvert \Delta x$	$\lvert \tan(x_0)\rvert \Delta x$

Propagation d'erreurs Δx et Δy par une fonction $z = f(x, y)$

Si x et y sont des réels dont on connaît des estimations x_0 et y_0, avec $|x - x_0| < \Delta x$ et $|y - y_0| < \Delta y$, on peut estimer $z = f(x, y)$ par $z_0 = f(x_0, y_0)$

On note f'_x et f'_y les dérivées partielles de f par rapport à x et y. L'erreur absolue est ici $\Delta z = |z - z_0|$

Estimation de l'erreur absolue	$\Delta z \approx \lvert f'_x(x_0, y_0)\rvert \Delta x + \lvert f'_y(x_0, y_0)\rvert \Delta y$
Estimation de l'erreur relative	$\dfrac{\Delta z}{\lvert z\rvert} \approx \left\lvert \dfrac{f'_x(x_0, y_0)}{f(x_0, y_0)} \right\rvert \Delta x + \left\lvert \dfrac{f'_y(x_0, y_0)}{f(x_0, y_0)} \right\rvert \Delta y$

Cas particuliers

$z =$	$x + y$	$x - y$	xy	$\dfrac{x}{y}$
$\Delta z \approx$	$\Delta x + \Delta y$	$\Delta x + \Delta y$	$y_0 \Delta x + x_0 \Delta y$	$\dfrac{\lvert y_0\rvert \Delta x + \lvert x_0\rvert \Delta y}{{y_0}^2}$
$\dfrac{\Delta z}{\lvert z\rvert} \approx$	$\dfrac{\Delta x + \Delta y}{\lvert x_0 + y_0\rvert}$	$\dfrac{\Delta x + \Delta y}{\lvert x_0 - y_0\rvert}$	$\dfrac{\Delta x}{\lvert x_0\rvert} + \dfrac{\Delta y}{\lvert y_0\rvert}$	$\dfrac{\Delta x}{\lvert x_0\rvert} + \dfrac{\Delta y}{\lvert y_0\rvert}$

Résolution numérique de l'équation $f(x) = 0$

On note f une fonction réelle continue sur un intervalle $[a\,;b]$ telle que $f(a) \cdot f(b) < 0$.

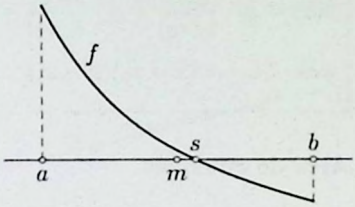
La notation $y := x$ signifie que y prend la valeur x (*affectation*).

Les méthodes itératives suivantes permettent de calculer une valeur approximative d'un zéro s de f dans $[a\,;b]$.

Méthode de bissection

On construit une suite d'intervalles emboîtés contenant s.

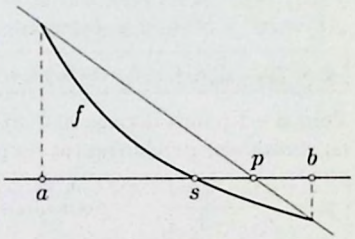
1. $m := \dfrac{a+b}{2}$
2. Si $f(m) \cdot f(b) < 0$ alors $a := m$, sinon $b := m$
3. On reprend au point 1.



Méthode de la sécante (regula falsi)

On construit une suite d'intervalles emboîtés contenant s.

1. $p := \dfrac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$
2. Si $f(p) \cdot f(b) < 0$ alors $a := p$, sinon $b := p$
3. On reprend au point 1.



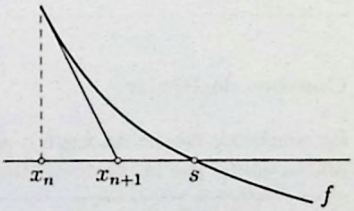
Méthode de la tangente (Newton)

Hypothèses supplémentaires :

$$\begin{cases} f \text{ est deux fois dérivable sur } [a\,;b] \\ \operatorname{sgn}\big(f''(x)\big) = \operatorname{sgn}\big(f(a)\big), \text{ pour tout } x \in [a\,;b] \end{cases}$$

On construit une suite qui converge vers s.

$$\boxed{\begin{aligned} x_0 &= a \\ x_{n+1} &= x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \end{aligned}}$$



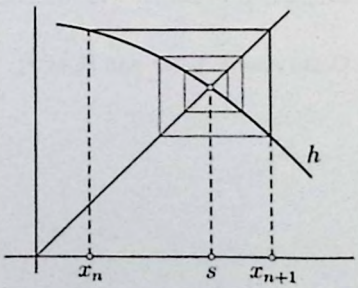
Méthode du point fixe

Hypothèse supplémentaire :
h est une fonction dérivable sur $[a\,;b]$ telle que

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Leftrightarrow h(x) = x \\ |h'(x)| < 1, \text{ pour tout } x \in [a\,;b] \end{cases}$$

On construit une suite qui converge vers s.

$$\boxed{\begin{aligned} x_0 &\in [a\,;b] \\ x_{n+1} &= h(x_n) \end{aligned}}$$



Interpolation

On note $P_0(x_0; y_0)$, $P_1(x_1; y_1)$, ..., $P_n(x_n; y_n)$ des points du plan dont les abscisses sont supposées différentes deux à deux.

Polynôme de Lagrange

Il existe exactement un polynôme p de degré inférieur ou égal à n dont le graphe passe par les $n+1$ points donnés.

$$p(x) = y_0 \cdot \frac{l_0(x)}{l_0(x_0)} + y_1 \cdot \frac{l_1(x)}{l_1(x_1)} + \ldots + y_n \cdot \frac{l_n(x)}{l_n(x_n)} = \sum_{i=0}^{n} y_i \cdot \frac{l_i(x)}{l_i(x_i)}$$

avec $l_i(x) = (x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\ldots(x - x_n) = \prod_{k \neq i}(x - x_k)$

Arcs de cubiques

Pour deux points $P_0(x_0; y_0)$ et $P_1(x_1; y_1)$ et deux nombres réels p_0 et p_1 donnés, il existe exactement un polynôme $f\colon x \mapsto \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ tel que $f(x_0) = y_0$, $f(x_1) = y_1$, $f'(x_0) = p_0$ et $f'(x_1) = p_1$. Si on pose $h = x_1 - x_0$, $t = \frac{x - x_0}{h}$ et $g(t) = f(x_0 + h\,t)$, les coefficients du polynôme $g(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ sont :

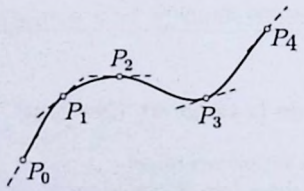
$a = 2y_0 - 2y_1 + p_0 h + p_1 h$	$b = -3y_0 + 3y_1 - 2p_0 h - p_1 h$	$c = p_0 h$	$d = y_0$

Pour $n+1$ points donnés ($n \geq 2$), on détermine pour chaque segment $[x_i; x_{i+1}]$ cet arc de cubique en choisissant préalablement les pentes, par exemple :

$$p_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \qquad \text{pour } 0 < i < n$$

$$p_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

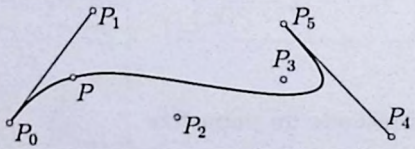
$$p_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$$



Courbes de Bézier

La courbe de Bézier de degré n associée aux points de contrôle P_0, P_1, ..., P_n est l'ensemble des points donné par la représentation paramétrique :

$$\overrightarrow{OP} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \overrightarrow{OP_k} \quad \text{où } t \in [0\,;1]$$



Cette courbe passe par P_0 et P_n. Les droites (P_0P_1) et $(P_{n-1}P_n)$ sont des tangentes à la courbe.

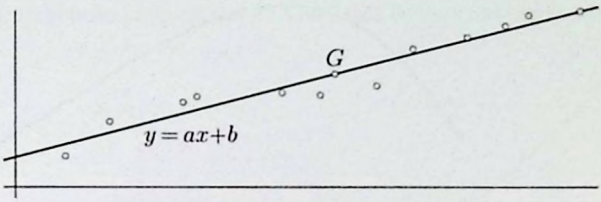
Méthode des moindres carrés

On note $P_1(x_1; y_1)$, $P_2(x_2; y_2)$, ..., $P_n(x_n; y_n)$ des points du plan. Les nombres $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k$ et $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y_k$ sont les moyennes arithmétiques des coordonnées de ces points.

Régression linéaire

La droite d'équation $y = ax + b$ telle que la somme $\sum_{k=1}^{n}(ax_k + b - y_k)^2$ soit minimale est appelée *droite de régression de y en x*. Ses coefficients sont

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \frac{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k y_k - \bar{x}\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} {x_k}^2 - \bar{x}^2} \\ b &= \bar{y} - a\bar{x} \end{aligned}}$$



Cette droite passe par le centre de gravité $G(\bar{x}; \bar{y})$ de l'ensemble des points donnés.

Si on note $\rho(X, Y)$ le coefficient de corrélation (voir page 107), σ_X l'écart type des valeurs x_i et σ_Y l'écart type des valeurs y_i, alors $\boxed{a = \rho(X, Y) \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}}$

De manière analogue, on peut calculer la *droite de régression de x en y*, d'équation $x = cy + d$.
Le coefficient de corrélation $\rho = \rho(X, Y)$ vérifie la relation $\boxed{\rho^2 = a \cdot c}$
Si $\rho^2 = 1$, alors les deux droites de régression sont confondues.

Ajustement par une droite d'équation $y = ax$

La méthode des moindres carrés donne $\boxed{a = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k y_k}{\sum_{k=1}^{n} {x_k}^2}}$

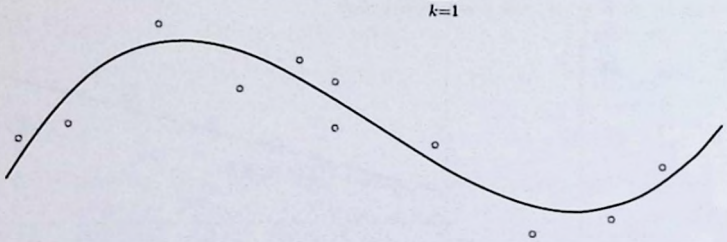
Ajustement par un polynôme

Plus généralement, il existe un polynôme $p(x) = a_m x^m + \ldots + a_0$ de degré m $(m < n)$ tel que la somme $\sum_{k=1}^{n} \big(p(x_k) - y_k\big)^2$ soit minimale. Ses coefficients sont les solutions du système d'équations linéaires $MA = B$ avec

$M = (m_{ij})$ la matrice carrée avec $m_{ij} = \sum_{k=1}^{n} {x_k}^{i+j}, \quad 0 \le i, j \le m$

$A = (a_i)$ la matrice-colonne des coefficients du polynôme p cherché

$B = (b_i)$ la matrice-colonne avec $b_i = \sum_{k=1}^{n} y_k \cdot {x_k}^{i}, \quad 0 \le i \le m$



Pour $m = n - 1$, on obtient le polynôme de Lagrange (voir page 94). Pour $m = 1$ on obtient la droite de régression de y en x.

Intégration numérique

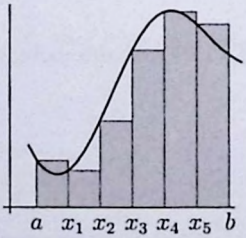
On note f une fonction intégrable dans un intervalle $[a\,;b]$. Pour déterminer une valeur approximative de l'intégrale $I = \int_a^b f(x)\,dx$, on subdivise $[a\,;b]$ en n intervalles de même longueur $\dfrac{b-a}{n}$. Les abscisses des points de subdivision sont notés a, x_1, x_2, $\ldots$, x_{n-1}, b.

Méthode des rectangles

$$I \approx \frac{b-a}{n}\Big(f(a) + f(x_1) + f(x_2) + \ldots + f(x_{n-1})\Big)$$

Erreur maximale $\dfrac{b-a}{n}\,|f(b) - f(a)|$ si f est monotone

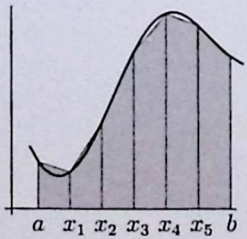
$\dfrac{(b-a)^2}{2\,n} \sup\limits_{t\in[a;b]} |f'(t)|$ si f est dérivable



Méthode des trapèzes

$$I \approx \frac{b-a}{2n}\Big(f(a) + 2\big[f(x_1) + f(x_2) + \ldots + f(x_{n-1})\big] + f(b)\Big)$$

Erreur maximale $\dfrac{(b-a)^3}{12\,n^2} \sup\limits_{t\in[a;b]} |f''(t)|$



Méthode de Simpson pour n pair

$$I \approx \frac{b-a}{3n}\Big(f(a) + 4\big[f(x_1)+f(x_3)+\ldots+f(x_{n-1})\big] + 2\big[f(x_2)+f(x_4)+\ldots+f(x_{n-2})\big] + f(b)\Big)$$

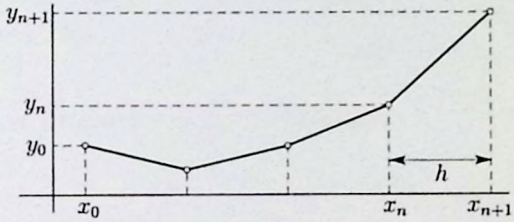
Erreur maximale $\dfrac{(b-a)^5}{180\,n^4} \sup\limits_{t\in[a;b]} |f^{(4)}(t)|$

Résolution numérique d'une équation différentielle

Une solution approximative de l'équation différentielle $y' = f(x,y)$ vérifiant la condition initiale $y(x_0) = y_0$ peut être obtenue de proche en proche (avec un pas de h) à l'aide de l'une des méthodes itératives suivantes.

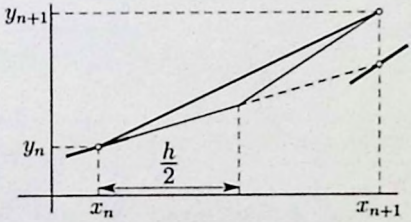
Algorithme d'Euler

$$x_{n+1} = x_n + h$$
$$y_{n+1} = y_n + p_n h$$
$$\text{avec } p_n = f(x_n, y_n)$$



Algorithme de Heun

$$x_{n+1} = x_n + h$$
$$y_{n+1} = y_n + \frac{p_n + q_n}{2}\cdot h$$
$$\text{avec } p_n = f(x_n, y_n)$$
$$q_n = f(x_n + h, y_n + p_n h)$$



Algorithme de Runge-Kutta (RK4)

$$x_{n+1} = x_n + h$$
$$y_{n+1} = y_n + \frac{p_n + 2q_n + 2r_n + s_n}{6}\cdot h$$
$$\text{avec } p_n = f(x_n, y_n) \qquad q_n = f\Big(x_n + \frac{h}{2},\, y_n + p_n\frac{h}{2}\Big)$$
$$r_n = f\Big(x_n + \frac{h}{2},\, y + q_n\frac{h}{2}\Big) \qquad s_n = f(x_n + h, y_n + r_n h)$$

Probabilités et statistique

Probabilités

Notations et définitions

On note U (*univers*) l'ensemble des issues possibles associées à une épreuve aléatoire donnée.

Un *événement* est un sous-ensemble de U. On note A, B, C, ... des événements.

U est l'événement *certain* et $\varnothing$ l'événement *impossible*.
$\overline{A}$ est l'événement *contraire* de A (on lit *non* A).
$A \cup B$ est l'événement A *ou* B.
$A \cap B$ est l'événement A *et* B. Si $A \cap B = \varnothing$, on dit que A et B sont *incompatibles*.

On note $P(A)$ la probabilité de l'événement A.

Propriétés

$P(U) = 1$	$P(\varnothing) = 0$	$0 \leq P(A) \leq 1$	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$	$A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	A et B incompatibles $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
A_1, A_2, A_3, ... incompatibles deux à deux $\Rightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \ldots$	

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B)$	$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$	$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

Issues équiprobables

Si U est formé de n issues équiprobables et que l'événement A en contient k, alors $\boxed{P(A) = \frac{k}{n}}$

Probabilité conditionnelle

On note $P(B|A)$ la probabilité conditionnelle de B sachant que A est réalisé.

$P(B\|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$	$P(A \cap B) = P(A)\ P(B\|A) = P(B)\ P(A\|B)$
$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots) = P(A_1)\ P(A_2\|A_1)\ P\big(A_3\|(A_1 \cap A_2)\big) \ldots$	

Événements indépendants

Si $\boxed{P(A \cap B) = P(A)\ P(B)}$, on dit que les événements A et B sont *indépendants*.

Dans ce cas, on a $\boxed{P(B|A) = P(B)}$ et $\boxed{P(A|B) = P(A)}$

Théorème de la probabilité totale et théorème de Bayes

Si $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup \ldots \cup B_n = U$, $B_i \cap B_j = \varnothing$ et $P(B_i) \neq 0$ pour tout i, j $(i \neq j)$, alors

$$\boxed{\begin{array}{l} P(A) = P(A|B_1)\ P(B_1) + P(A|B_2)\ P(B_2) + P(A|B_3)\ P(B_3) + .:. + P(A|B_n)\ P(B_n) \\ P(B_k|A) = \dfrac{P(A|B_k)\ P(B_k)}{P(A)} \end{array}}$$

Variable aléatoire

On note X une variable aléatoire, $E(X)$ sa moyenne ou espérance, $V(X)$ sa variance et $S(X)$ son écart type.

Autres notations : $M(X)$ ou μ pour la moyenne, $\mathrm{Var}(X)$ pour la variance, σ pour l'écart type.

Variable aléatoire discrète

Si la variable aléatoire X prend les valeurs x_1, x_2, x_3, ... avec les probabilités respectives p_1, p_2, p_3, ... telles que $\boxed{\sum_i p_i = 1}$, alors

$E(X) = \sum_i p_i x_i$	$V(X) = \sum_i p_i \big(x_i - E(X)\big)^2 = \sum_i p_i x_i^2 - E^2(X)$	$S(X) = \sqrt{V(X)}$

Variable aléatoire continue

On note f une fonction telle que $f(x) \geq 0$ pour tout x réel et $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

On dit que f est la *densité de probabilité* associée à la variable aléatoire continue X si $P(a < X \leq b) = \displaystyle\int_a^b f(x)dx$.

On dit que F est la *fonction de répartition* associée à X si $F(x) = P(X \leq x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$.

$E(X) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx$	$V(X) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ \big(x - E(X)\big)^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - E^2(X)$
$S(X) = \sqrt{V(X)}$écart type	

Variables aléatoires indépendantes

Deux variables aléatoires discrètes X et Y sont *indépendantes* si, pour tout a, b, on a $P\big((X = a) \text{ et } (Y = b)\big) = P(X = a) \cdot P(Y = b)$

Deux variables aléatoires continues X et Y sont *indépendantes* si, pour tout a, b, c, d, on a $P\big((a < X \leq b) \text{ et } (c \leq Y \leq d)\big) = P(a < X \leq b) \cdot P(c < Y \leq d)$

Propriétés de la moyenne et de la variance

On note X et Y deux variables aléatoires, k un réel et K la variable aléatoire constante correspondante, c'est-à-dire telle que $P(K = k) = 1$

$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$	$E(KX) = kE(X)$	$E(K) = k$	$E(X+K) = E(X) + k$
Si X et Y sont indépendantes, alors $E(XY) = E(X)\,E(Y)$			

$V(X) = E(X^2) - E^2(X)$	$V(KX) = k^2V(X)$	$V(K) = 0$	$V(X+K) = V(X)$
Si X et Y sont indépendantes, alors $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$			

Variable aléatoire centrée réduite

Si X est une variable aléatoire de moyenne μ et d'écart type σ, alors la variable aléatoire *centrée réduite* $X^* = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ a les propriétés suivantes $\boxed{E(X^*) = 0}$ et $\boxed{\mathrm{S}(X^*) = 1}$

Épreuves répétées indépendantes

On note $X_1, X_2, \ldots, X_n$ des variables aléatoires indépendantes de même moyenne μ et de même écart type σ. La variable aléatoire $T = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ a les propriétés suivantes :

$E(T) = n\mu$	$\mathrm{S}(T) = \sqrt{n}\,\sigma$

Si $n \to +\infty$, la variable aléatoire centrée réduite T^* tend vers la loi normale centrée réduite (théorème central limite, voir page 106).

Inégalité de Bienaymé-Tchébychev

On note X une variable aléatoire et k un réel positif. Alors

$$\boxed{P\Big(|X - E(X)| \geq k\Big) \leq \frac{V(X)}{k^2}}$$

Dans le cas d'épreuves répétées indépendantes et en appliquant cette inégalité à la variable aléatoire $F = \dfrac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$, on obtient la formule de Bernoulli :

$$\boxed{P\Big(|F - \mu| \geq k\Big) \leq \frac{\sigma^2}{nk^2}}$$

Quelques lois de probabilité discrètes

Loi binomiale

Cette loi s'applique aux épreuves de type tirages avec remise.

On note A un événement de probabilité p. La variable aléatoire X indique le nombre de fois que A se réalise lors de n tirages avec remise (épreuves successives indépendantes).

On dit que X suit une loi binomiale de paramètres n et p, notée $\mathcal{B}(n;p)$, et on a

$$\boxed{P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}}$$

Exemple type

On lance 10 fois un dé. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 7 fois un 6 ?

On a $n=10$, $p=\frac{1}{6}$ et $k=7$. Donc $P(X=7)=\binom{10}{7}(\frac{1}{6})^7(\frac{5}{6})^3$

Loi hypergéométrique

Cette loi s'applique aux épreuves de type tirages sans remise.

On note N le nombre d'objets à disposition dont R ont une caractéristique C donnée. On tire n objets, sans remise, parmi ces N objets. La variable aléatoire X indique le nombre d'objets tirés qui ont la caractéristique C.

On dit que X suit une loi hypergéométrique de paramètres N, R et n, notée $\mathcal{H}(N;R;n)$, et on a

$$\boxed{P(X=k)=\frac{\binom{R}{k}\binom{N-R}{n-k}}{\binom{N}{n}}}$$

Exemple type

On tire 7 cartes d'un jeu de 36 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 piques ?

On a $N=36$, $R=9$, $n=7$ et $k=3$. Donc $P(X=3)=\frac{\binom{9}{3}\binom{27}{4}}{\binom{36}{7}}$

Loi géométrique

Cette loi s'applique aux épreuves de type tirages avec remise interrompus à la première réussite.

On note A un événement de probabilité p. La variable aléatoire X indique le nombre de tirages avec remise effectués jusqu'à ce que A se réalise.

On dit que X suit une loi géométrique de paramètre p, notée $\mathcal{G}(p)$, et on a

$$\boxed{P(X=k)=p\,(1-p)^{k-1}}$$

Exemple type

On lance un dé jusqu'à ce qu'on obtienne un 6. Quelle est la probabilité de devoir le lancer 5 fois ?

On a $k=5$ et $p=\frac{1}{6}$. Donc $P(X=5)=\frac{1}{6}\,(\frac{5}{6})^4$

Loi de Poisson

Cette loi s'applique aux épreuves dont la réussite est un phénomène rare et sans vieillissement, c'est-à-dire se produisant avec la même probabilité quel que soit le moment où on observe et pour une même durée d'observation.

La variable aléatoire X, de moyenne λ, indique le nombre de réussites se produisant dans un intervalle de temps donné.

On dit que X suit une loi de Poisson de paramètre λ, notée $\mathcal{P}(\lambda)$, et on a

$$\boxed{P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}}$$

Exemple type

On constate que le nombre moyen d'arrivées de clients à un guichet est de 1.9 par minute. Quelle est la probabilité d'observer 5 arrivées en une minute ?

On a $\lambda = 1.9$ et $k = 5$. Donc $P(X = 5) = \dfrac{e^{-1.9}1.9^5}{5!}$

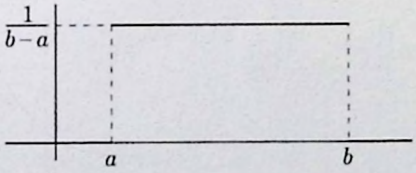
Quelques lois de probabilité continues

On note f la densité de probabilité d'une variable aléatoire continue X et F sa fonction de répartition.

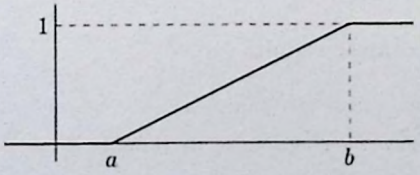
Loi uniforme

On dit que X suit une loi uniforme de paramètres a et b, notée $\mathcal{U}(a\,;b)$, si sa densité est

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } x > b \end{cases}$$



Exemple type

Un bus part du terminus toutes les 10 minutes. Quelle est la probabilité qu'un usager arrivant au hasard doive attendre moins de 3 minutes ?

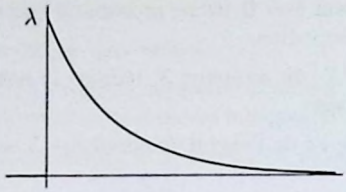
On note X le temps d'attente (en minutes) de l'usager.

On a $a = 0$ et $b = 10$. Donc $P(X \leq 3) = F(3) = \dfrac{3-0}{10-0}$

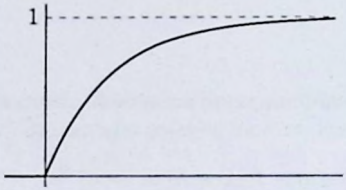
Loi exponentielle

On dit que X suit une loi exponentielle de paramètre λ positif, notée $\mathcal{E}(\lambda)$, si sa densité est

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



Exemple type

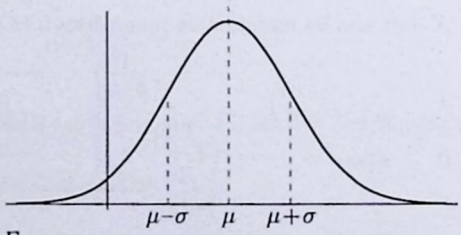
Un appareil tombe en panne en moyenne une fois tous les 4 ans. Quelle est la probabilité qu'il s'écoule moins d'une année entre 2 pannes ?

On note X le temps entre 2 pannes.
On a $\lambda = \frac{1}{4} = 0.25$. Donc $P(X \leq 1) = F(1) = 1 - e^{-0.25}$

Loi normale de Laplace-Gauss

On dit que X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type σ, notée $\mathcal{N}(\mu\,;\sigma)$, si sa densité est

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

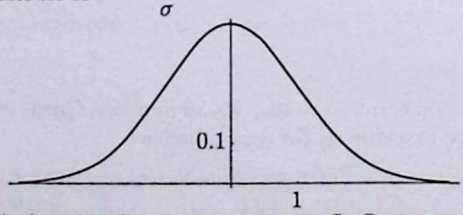


Il n'existe pas de forme analytique pour F.

Loi normale centrée réduite

Toute loi normale peut être ramenée à une loi normale de moyenne 0 et d'écart type 1, notée $\mathcal{N}(0\,;1)$, moyennant le changement de variable $X^* = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$



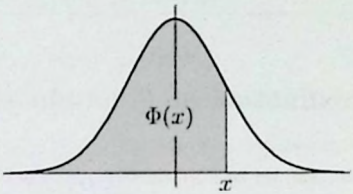
Il n'existe pas de forme analytique pour la fonction de répartition, notée Φ. On trouve les valeurs

de $\Phi(x)$ dans les tables numériques (voir page 111).

$$\boxed{\Phi(x) = P(X^* \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt}$$

Propriétés

$P(a < X \leq b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < X^* \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$
$P(X^* \leq -x) = \Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$
$P(-x < X^* \leq x) = 2\Phi(x) - 1$.



Exemple type

La taille des conscrits en Suisse suit une loi normale de moyenne 173 cm et d'écart type 8 cm. Quelle est la probabilité qu'un conscrit pris au hasard mesure entre 160 cm et 175 cm ?

On a $P(160 < X \leq 175) = \Phi(\frac{175-173}{8}) - \Phi(\frac{160-173}{8}) = \Phi(0.25) - \Phi(-1.625)$
$= \Phi(0.25) - 1 + \Phi(1.625) = 0.5987 - 1 + 0.9484 = 0.5471$

Moyenne et variance de quelques lois

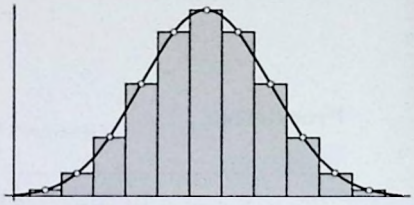
	moyenne	variance
Loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$	np	$np(1-p)$
Loi hypergéométrique $\mathcal{H}(N;R;n)$	$\frac{nR}{N}$	$\frac{nR}{N}\left(1-\frac{R}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$
Loi géométrique $\mathcal{G}(p)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$	λ	λ
Loi uniforme $\mathcal{U}(a\,;b)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Loi normale $\mathcal{N}(\mu\,;\sigma)$	μ	σ^2
Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\,;1)$	0	1

Approximations de lois

Approximation de la loi binomiale par la loi normale

Si X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$ avec n grand, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$, on peut estimer $P(a \leq X \leq b)$ à l'aide de la loi normale $\mathcal{N}\left(np\,;\sqrt{np(1-p)}\right)$

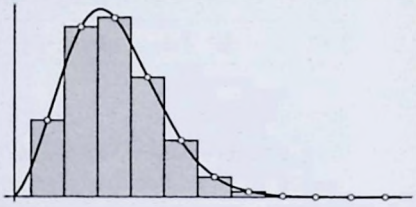
$$\boxed{P(a \leq X \leq b) \approx \Phi\left(\frac{b+\frac{1}{2}-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a-\frac{1}{2}-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)}$$



Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson

Si X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$ avec n grand, p petit et $np < 5$, on peut estimer $P(X = k)$ à l'aide de la loi de Poisson $\mathcal{P}(np)$.

$$\boxed{P(X = k) \approx \frac{(np)^k}{k!}e^{-np}}$$



Théorème central limite

On note $T = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ la somme de n variables aléatoires indépendantes de même moyenne μ et de même écart type σ.

La variable aléatoire centrée réduite $T^* = \dfrac{T - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$ suit approximativement la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\,;1)$ si $n \to +\infty$: $\lim\limits_{n\to+\infty} P(T^* \leq x) = \Phi(x)$

Loi de probabilité à deux variables

Loi de probabilité conjointe

On note X et Y deux variables aléatoires et $p_{ij} = P(X = x_i; Y = y_j)$ la *probabilité conjointe* de X et Y.

	y_1	y_2	$\cdots$	y_m	Somme
x_1	p_{11}	p_{12}	$\cdots$	p_{1m}	$P(X = x_1)$
x_2	p_{21}	p_{22}	$\cdots$	p_{2m}	$P(X = x_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_n	p_{n1}	p_{n2}	$\cdots$	p_{nm}	$P(X = x_n)$
Somme	$P(Y = y_1)$	$P(Y = y_2)$	$\cdots$	$P(Y = y_m)$	1

$$P(X = x_i) = \sum_{j=1}^{m} p_{ij}$$

$$P(Y = y_j) = \sum_{i=1}^{n} p_{ij}$$

Covariance et corrélation

On note μ_X et μ_Y les moyennes des variables aléatoires X et Y et σ_X et σ_Y leurs écarts types.

La *covariance* de X et Y est

$$\boxed{\mathrm{Cov}(X,Y) = \sum_{i,j} p_{ij}\,(x_i - \mu_X)(y_j - \mu_Y) = E\big((X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\big) = E(XY) - \mu_X\mu_Y}$$

Le *coefficient de corrélation* de X et Y est $\boxed{\rho(X,Y) = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}}$

On a $-1 \leq \rho(X,Y) \leq 1$

Si X et Y sont indépendantes, alors $\rho(X,Y) = 0$. La réciproque est fausse.

$Y = aX + b$ si et seulement si $\big|\rho(X,Y)\big| = 1$ (pour le calcul de a et de b, voir page 95).

Les notions de loi de probabilité conjointe, de covariance et de coefficient de corrélation se généralisent à un nombre fini quelconque de variables aléatoires.

Statistique

Statistique descriptive

On dispose de n mesures $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

La mesure qui apparaît le plus souvent est appelée *mode* (il n'est pas forcément unique).

Moyenne $\overline{x}$	$\overline{x} = \dfrac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$
Variance v	$v = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \overline{x}^2$
Écart type s	$s = \sqrt{v}$
Médiane $\tilde{x}$	Si les x_i sont classés par ordre croissant, alors $\tilde{x} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{si } n \text{ est impair} \\ \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n+2}{2}}) & \text{si } n \text{ est pair} \end{cases}$

Estimateurs

On prélève un échantillon de taille n dans une population à étudier. On mesure une même caractéristique sur chaque individu de l'échantillon. On note $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les valeurs obtenues.

	de l'échantillon	estimé(e) de la population	réel(le) de la population
Moyenne	$\overline{x} = \dfrac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$	$\hat{\mu} = \dfrac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$	μ
Variance	$v = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$	$\hat{v} = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu})^2$	σ^2
Écart type	$s = \sqrt{v}$	$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{v}}$	σ

On a alors

$\hat{\mu} = \overline{x}$	$\hat{v} = \dfrac{n}{n-1}\, v$	$\hat{\sigma} = \sqrt{\dfrac{n}{n-1}}\, s$

Intervalle de confiance (bilatéral)

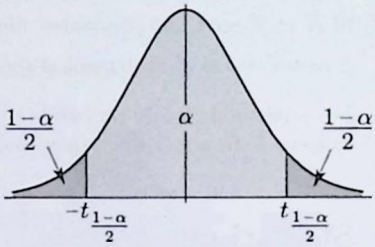
On appelle *intervalle de confiance* pour l'estimateur $\hat{X}$ l'intervalle dans lequel la valeur réelle de X a une probabilité α de se trouver. Cette probabilité α est appelée *niveau de confiance.*

Intervalle de confiance pour la moyenne d'une population normale

Sur la base d'un échantillon de taille n, $n < 30$, la moyenne réelle μ de la population est comprise dans l'intervalle de confiance au niveau α :

$$\overline{x} - t_{\frac{1-\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \overline{x} + t_{\frac{1-\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

où $t_{\frac{1-\alpha}{2}}$ est le coefficient de la loi de Student à ν degrés de liberté au niveau α ($\nu = n-1$).



Exemple type

On mesure 10 fois le diamètre d'une sphère. On trouve une moyenne de $\overline{x} = 4.38$ cm et un écart type de $s = 0.06$ cm. Trouver l'intervalle de confiance de ce diamètre au niveau 99%.

On a $\alpha = 0.99$ et donc $t_{\frac{1-\alpha}{2}} = t_{0.005} = 3.25$

$$\mu = 4.38 \text{ cm} \pm 3.25\, \frac{0.06 \text{ cm}}{\sqrt{9}} = (4.38 \pm 0.07) \text{ cm}$$

Remarque

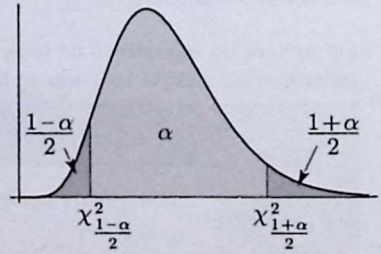
Si l'échantillon est de taille n, $n \geq 30$, l'estimateur $\hat{X}$ suit une loi normale centrée réduite. La moyenne réelle μ de la population est donc comprise dans l'intervalle de confiance au niveau α : $\overline{x} - rs \leq \mu \leq \overline{x} + rs$ où r est tel que $\Phi(r) = \frac{1+\alpha}{2}$

Intervalle de confiance pour l'écart type d'une population normale

Sur la base d'un échantillon de taille n, $n < 30$, l'écart type réel σ de la population est compris dans l'intervalle de confiance au niveau α :

$$\frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi^2_{\frac{1-\alpha}{2}}}} \leq \sigma \leq \frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi^2_{\frac{1+\alpha}{2}}}}$$

où χ^2_β est le coefficient de la loi du khi-carré à ν degrés de liberté au niveau β ($\nu = n-1$).



Exemple type

On mesure la taille de 16 étudiants d'une école et on calcule l'écart type $s = 2.4$ cm. Trouver l'intervalle de confiance à 95 % de l'écart type de la taille de tous les étudiants de cette école.

On a $n = 16$, d'où 15 degrés de liberté : $\chi^2_{0.025} = 27.5$ et $\chi^2_{0.975} = 6.26$

Donc $\dfrac{2.4 \text{ cm } \sqrt{16}}{\sqrt{27.5}} \leq \sigma \leq \dfrac{2.4 \text{ cm } \sqrt{16}}{\sqrt{6.26}}$

Remarque

Si l'échantillon est de taille n, $n \geq 30$, on utilise le fait que $\sqrt{2\chi^2_\beta} - \sqrt{2\nu - 1}$ suit une loi normale centrée réduite pour calculer la valeur de χ^2_β

On a alors $\chi^2_\beta = \frac{1}{2}(r + \sqrt{2\nu - 1})^2$ où r est tel que $\Phi(r) = \beta$

On procède ensuite comme dans l'exemple ci-dessus.

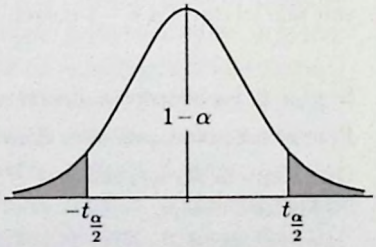
Test d'hypothèse

Test de Student (bilatéral)

Le test de Student permet de vérifier si une population normale a une moyenne réelle μ, avec une probabilité α de se tromper. Cette probabilité α est appelée *seuil.*

On note $s = \sqrt{\dfrac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}}$ l'écart type de cet échantillon par rapport à la moyenne μ à tester.

Le nombre $t = \dfrac{\overline{x} - \mu}{s}\sqrt{n-1}$ suit une distribution de Student à $n - 1$ degrés de liberté.



On note H_0 l'hypothèse "l'échantillon de taille n provient d'une population de moyenne μ".

On acceptera H_0 au seuil α si $-t_{\frac{\alpha}{2}} \leq t \leq t_{\frac{\alpha}{2}}$ (on lit $t_{\frac{\alpha}{2}}$ dans la table du test de Student à $n - 1$ degrés de liberté, page 113).

Exemple type

Une machine produit des cylindres dont la hauteur est censée être de 0.05 cm. On choisit un échantillon de 10 pièces dont les hauteurs ont une moyenne de 0.053 cm et un écart type de 0.003 cm. Peut-on admettre au seuil 5% que la machine fonctionne correctement ?

On considère l'hypothèse H_0 "l'échantillon provient d'une population de cylindres de hauteur moyenne $\mu = 0.05$ cm."

$$t = \frac{\overline{x} - \mu}{s}\sqrt{n-1} = \frac{0.053 \text{ cm} - 0.050 \text{ cm}}{0.003 \text{ cm}} \cdot \sqrt{10-1} = 3$$

$t_{0.025} = 2.26 \Rightarrow t \notin [-2.26; 2.26]$

On rejette H_0 avec la probabilité 0.05 de se tromper.

Test du khi-carré

Le test du χ^2 permet de vérifier si une distribution théorique peut ajuster une distribution empirique, c'est-à-dire si un échantillon prélevé dans une population suit une loi connue et de donner un seuil de confiance au résultat.

On répartit en k classes les valeurs prélevées dans l'échantillon.

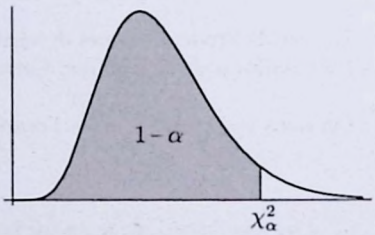
On note H_0 l'hypothèse "l'échantillon réparti en k classes suit une loi connue de paramètres connus" et α un seuil.

On note o_i l'effectif observé et e_i l'effectif espéré de la i-ème classe ($1 \leq i \leq k$, $\sum_{i=1}^{k} e_i = \sum_{i=1}^{k} o_i = n$).

Si tous les e_i sont supérieurs à 5, la variable aléatoire

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(o_1-e_1)^2}{e_1} + \frac{(o_2-e_2)^2}{e_2} + \ldots + \frac{(o_k-e_k)^2}{e_k} \\ &= \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i-e_i)^2}{e_i} = \sum_{i=1}^{k} \frac{o_i^2}{e_i} - n\end{aligned}$$

suit une loi du χ^2 à $k-1$ degrés de liberté.



Si $\chi^2 = 0$, les fréquences observées sont égales aux fréquences espérées.

Plus χ^2 est grand, plus elles diffèrent.

On acceptera H_0 au seuil α si $\chi^2 < \chi^2_\alpha$ (on lit χ^2_α dans la table du test du χ^2 à $k-1$ degrés de liberté, page 112).

Exemple type

On lance 200 fois une pièce de monnaie et on obtient 115 fois face. La pièce est-elle équilibrée au seuil de 5 % ?

On considère l'hypothèse H_0 "la variable aléatoire associée au nombre de faces suit une loi normale (c'est-à-dire que la pièce est équilibrée)."

$$\chi^2 = \frac{(o_1-e_1)^2}{e_1} + \frac{(o_2-e_2)^2}{e_2} = \frac{(115-100)^2}{100} + \frac{(85-100)^2}{100} = 4.5$$

On répartit les valeurs en deux classes (pile et face).

On a $k = 2$, donc il s'agit d'un test à un degré de liberté : $\chi^2_{0.05} = 3.84$

Comme $\chi^2 > \chi^2_{0.05}$, on rejette H_0 avec la probabilité 0.05 de se tromper.

Fonction de répartition Φ de la loi normale $N(0\,;1)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

Loi du χ^2 de Pearson

ν \ α	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.01003	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.5966
3	0.07172	0.11483	0.21580	0.35185	0.58437	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8382
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8603
5	0.41174	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031	9.23636	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.67572	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	21.9550
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5894
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	25.1882
11	2.60322	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7568
12	3.07382	3.57057	4.40379	5.22603	6.30380	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.56503	4.10692	5.00875	5.89186	7.04150	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	29.8195
14	4.07467	4.66043	5.62873	6.57063	7.78953	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412	31.3193
15	4.60092	5.22935	6.26214	7.26094	8.54676	22.3071	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.14221	5.81221	6.90766	7.96165	9.31224	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.69722	6.40776	7.56419	8.67176	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.26480	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1565
19	6.84397	7.63273	8.90652	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1909	38.5823
20	7.43384	8.26040	9.59078	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.03365	8.89720	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322	41.4011
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7957
23	9.26042	10.1957	11.6886	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6384	44.1813
24	9.88623	10.8564	12.4012	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9279
26	11.1602	12.1981	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8785	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9629	49.6449
28	12.4613	13.5647	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3371	44.4608	48.2782	50.9934
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5570	45.7223	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922	53.6720

Loi du T de Student-Fisher (test bilatéral)

ν \ α	0.25	0.2	0.1	0.075	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0005
1	1.00000	1.37638	3.07768	4.16530	6.31375	12.7062	15.8945	31.8205	63.6567	636.619
2	.816497	1.06066	1.88562	2.28193	2.91999	4.30265	4.84873	6.96456	9.92484	31.5991
3	.764892	.978472	1.63774	1.92432	2.35336	3.18245	3.48191	4.54070	5.84091	12.9240
4	.740697	.940965	1.53321	1.77819	2.13185	2.77645	2.99853	3.74695	4.60409	8.61030
5	.726687	.919544	1.47588	1.69936	2.01505	2.57058	2.75651	3.36493	4.03214	6.86883
6	.717558	.905703	1.43976	1.65017	1.94318	2.44691	2.61224	3.14267	3.70743	5.95882
7	.711142	.896030	1.41492	1.61659	1.89458	2.36462	2.51675	2.99795	3.49948	5.40788
8	.706387	.888890	1.39682	1.59222	1.85955	2.30600	2.44898	2.89646	3.35539	5.04131
9	.702722	.883404	1.38303	1.57374	1.83311	2.26216	2.39844	2.82144	3.24984	4.78091
10	.699812	.879058	1.37218	1.55924	1.81246	2.22814	2.35931	2.76377	3.16927	4.58689
11	.697445	.875530	1.36343	1.54756	1.79588	2.20099	2.32814	2.71808	3.10581	4.43698
12	.695483	.872609	1.35622	1.53796	1.78229	2.17881	2.30272	2.68100	3.05454	4.31779
13	.693829	.870152	1.35017	1.52992	1.77093	2.16037	2.28160	2.65031	3.01228	4.22083
14	.692417	.868055	1.34503	1.52310	1.76131	2.14479	2.26378	2.62449	2.97684	4.14045
15	.691197	.866245	1.34061	1.51723	1.75305	2.13145	2.24854	2.60248	2.94671	4.07277
16	.690132	.864667	1.33676	1.51213	1.74588	2.11991	2.23536	2.58349	2.92078	4.01500
17	.689195	.863279	1.33338	1.50766	1.73961	2.10982	2.22385	2.56693	2.89823	3.96513
18	.688364	.862049	1.33039	1.50371	1.73406	2.10092	2.21370	2.55238	2.87844	3.92165
19	.687621	.860951	1.32773	1.50019	1.72913	2.09302	2.20470	2.53948	2.86093	3.88341
20	.686954	.859964	1.32534	1.49704	1.72472	2.08596	2.19666	2.52798	2.84534	3.84952
21	.686352	.859074	1.32319	1.49419	1.72074	2.07961	2.18943	2.51765	2.83136	3.81928
22	.685805	.858266	1.32124	1.49162	1.71714	2.07387	2.18289	2.50832	2.81876	3.79213
23	.685306	.857530	1.31946	1.48928	1.71387	2.06866	2.17696	2.49987	2.80734	3.76763
24	.684850	.856855	1.31784	1.48714	1.71088	2.06390	2.17154	2.49216	2.79694	3.74540
25	.684430	.856236	1.31635	1.48517	1.70814	2.05954	2.16659	2.48511	2.78744	3.72514
26	.684043	.855665	1.31497	1.48336	1.70562	2.05553	2.16203	2.47863	2.77871	3.70661
27	.683685	.855137	1.31370	1.48169	1.70329	2.05183	2.15782	2.47266	2.77068	3.68959
28	.683353	.854647	1.31253	1.48014	1.70113	2.04841	2.15393	2.46714	2.76326	3.67391
29	.683044	.854192	1.31143	1.47870	1.69913	2.04523	2.15033	2.46202	2.75639	3.65941
30	.682756	.853767	1.31042	1.47736	1.69726	2.04227	2.14697	2.45726	2.75000	3.64596

Tables de mortalité de la population suisse (1998–2003)

Extrait des tables de l'Office Fédéral de la Statistique, reproduites avec son aimable autorisation.

On note x l'âge d'un homme
y l'âge d'une femme
$l_x(l_y)$ le nombre de survivants à l'âge x (y)
$p_x(p_y)$ la probabilité de survie à l'âge x (y)
$q_x(q_y)$ la probabilité de décès à l'âge x (y)
$e_x(e_y)$ l'espérance moyenne de vie à l'âge x (y)

Hommes

x	l_x	p_x	q_x	e_x
0	100000	0.994662	0.005338	77.22
1	99466	0.999597	0.000403	76.63
2	99426	0.999688	0.000312	75.66
3	99395	0.999771	0.000229	74.69
4	99372	0.999820	0.000180	73.70
5	99354	0.999850	0.000150	72.72
6	99340	0.999868	0.000132	71.73
7	99326	0.999878	0.000122	70.74
8	99314	0.999881	0.000119	69.75
9	99302	0.999878	0.000122	68.75
10	99290	0.999871	0.000129	67.76
11	99278	0.999857	0.000143	66.77
12	99263	0.999837	0.000163	65.78
13	99247	0.999808	0.000192	64.79
14	99228	0.999766	0.000234	63.80
15	99205	0.999703	0.000297	62.82
16	99176	0.999607	0.000393	61.84
17	99137	0.999474	0.000526	60.86
18	99084	0.999313	0.000687	59.89
19	99016	0.999156	0.000844	58.93
20	98933	0.999049	0.000951	57.98
21	98839	0.999003	0.000997	57.04
22	98740	0.999002	0.000998	56.09
23	98642	0.999024	0.000976	55.15
24	98545	0.999047	0.000953	54.20
25	98451	0.999066	0.000934	53.25
26	98359	0.999081	0.000919	52.30
27	98269	0.999092	0.000908	51.35
28	98180	0.999098	0.000902	50.40
29	98091	0.999099	0.000901	49.44
30	98003	0.999095	0.000905	48.49
31	97914	0.999083	0.000917	47.53
32	97824	0.999065	0.000935	46.57
33	97733	0.999038	0.000962	45.62
34	97639	0.999002	0.000998	44.66
35	97541	0.998955	0.001045	43.70
36	97439	0.998898	0.001102	42.75
37	97332	0.998830	0.001170	41.80
38	97218	0.998751	0.001249	40.84
39	97097	0.998658	0.001342	39.89
40	96967	0.998552	0.001448	38.95
41	96826	0.998432	0.001568	38.00
42	96674	0.998296	0.001704	37.06
43	96510	0.998143	0.001857	36.12
44	96330	0.997973	0.002027	35.19
45	96135	0.997783	0.002217	34.26
46	95922	0.997573	0.002427	33.34
47	95689	0.997340	0.002660	32.42
48	95435	0.997081	0.002919	31.50

Femmes

y	l_y	p_y	q_y	e_y
0	100000	0.995828	0.004172	82.82
1	99583	0.999650	0.000350	82.16
2	99548	0.999800	0.000200	81.19
3	99528	0.999837	0.000163	80.21
4	99512	0.999865	0.000135	79.22
5	99498	0.999886	0.000114	78.23
6	99487	0.999901	0.000099	77.24
7	99477	0.999912	0.000088	76.25
8	99468	0.999919	0.000081	75.25
9	99460	0.999921	0.000079	74.26
10	99453	0.999920	0.000080	73.27
11	99445	0.999915	0.000085	72.27
12	99436	0.999904	0.000096	71.28
13	99427	0.999884	0.000116	70.28
14	99415	0.999856	0.000144	69.29
15	99401	0.999822	0.000178	68.30
16	99383	0.999784	0.000216	67.31
17	99362	0.999748	0.000252	66.33
18	99337	0.999717	0.000283	65.35
19	99309	0.999695	0.000305	64.36
20	99278	0.999684	0.000316	63.38
21	99247	0.999681	0.000319	62.40
22	99215	0.999684	0.000316	61.42
23	99184	0.999687	0.000313	60.44
24	99153	0.999687	0.000313	59.46
25	99122	0.999683	0.000317	58.48
26	99090	0.999675	0.000325	57.50
27	99058	0.999664	0.000336	56.52
28	99025	0.999650	0.000350	55.54
29	98990	0.999632	0.000368	54.55
30	98954	0.999611	0.000389	53.57
31	98915	0.999587	0.000413	52.59
32	98875	0.999559	0.000441	51.62
33	98831	0.999528	0.000472	50.64
34	98784	0.999494	0.000506	49.66
35	98734	0.999456	0.000544	48.69
36	98681	0.999414	0.000586	47.71
37	98623	0.999367	0.000633	46.74
38	98560	0.999315	0.000685	45.77
39	98493	0.999257	0.000743	44.80
40	98420	0.999193	0.000807	43.83
41	98340	0.999120	0.000880	42.87
42	98254	0.999039	0.000961	41.91
43	98159	0.998948	0.001052	40.95
44	98056	0.998845	0.001155	39.99
45	97943	0.998731	0.001269	39.04
46	97818	0.998602	0.001398	38.08
47	97682	0.998460	0.001540	37.14
48	97531	0.998303	0.001697	36.19

Hommes

x	l_x	p_x	q_x	e_x
49	95156	0.996794	0.003206	30.59
50	94851	0.996477	0.003523	29.69
51	94517	0.996127	0.003873	28.79
52	94151	0.995742	0.004258	27.90
53	93750	0.995318	0.004682	27.02
54	93311	0.994853	0.005147	26.14
55	92831	0.994343	0.005657	25.28
56	92305	0.993782	0.006218	24.42
57	91731	0.993167	0.006833	23.57
58	91105	0.992491	0.007509	22.73
59	90421	0.991747	0.008253	21.89
60	89674	0.990929	0.009071	21.07
61	88861	0.990029	0.009971	20.26
62	87975	0.989037	0.010963	19.46
63	87010	0.987944	0.012056	18.67
64	85961	0.986738	0.013262	17.89
65	84821	0.985406	0.014594	17.12
66	83584	0.983930	0.016070	16.37
67	82240	0.982293	0.017707	15.63
68	80784	0.980474	0.019526	14.90
69	79207	0.978446	0.021554	14.19
70	77500	0.976181	0.023819	13.49
71	75654	0.973645	0.026355	12.81
72	73660	0.970799	0.029201	12.14
73	71509	0.967596	0.032404	11.49
74	69192	0.963984	0.036016	10.86
75	66700	0.959919	0.040081	10.25
76	64026	0.955352	0.044648	9.65
77	61167	0.950235	0.049765	9.08
78	58124	0.944520	0.055480	8.53
79	54899	0.938157	0.061843	8.00
80	51504	0.931098	0.068902	7.50
81	47955	0.923299	0.076701	7.02
82	44277	0.914721	0.085279	6.56
83	40501	0.905332	0.094668	6.12
84	36667	0.895106	0.104894	5.71
85	32821	0.883995	0.116005	5.32
86	29013	0.871946	0.128054	4.95
87	25298	0.858903	0.141097	4.61
88	21729	0.844810	0.155190	4.28
89	18356	0.829609	0.170391	3.97
90	15229	0.813240	0.186760	3.69
91	12385	0.795642	0.204358	3.42
92	9854	0.776754	0.223246	3.17
93	7654	0.756512	0.243488	2.94
94	5790	0.734884	0.265116	2.72
95	4255	0.711977	0.288023	2.52
96	3030	0.687988	0.312012	2.34
97	2084	0.663192	0.336808	2.18
98	1382	0.637941	0.362059	2.03
99	882	0.612671	0.387329	1.90
100	540	0.587901	0.412099	1.78
101	318	0.564226	0.435774	1.68
102	179	0.542305	0.457695	1.59
103	97	0.522838	0.477162	1.51
104	51	0.506548	0.493452	1.43
105	26	0.494137	0.505863	1.34
106	13	0.486256	0.513744	1.20
107	6	0.431982	0.568018	0.93
108	3	0.000000	1.000000	0.50

Femmes

y	l_y	p_y	q_y	e_y
49	97366	0.998130	0.001870	35.25
50	97184	0.997942	0.002058	34.32
51	96984	0.997739	0.002261	33.39
52	96764	0.997521	0.002479	32.46
53	96525	0.997289	0.002711	31.54
54	96263	0.997044	0.002956	30.63
55	95978	0.996787	0.003213	29.72
56	95670	0.996514	0.003486	28.81
57	95336	0.996225	0.003775	27.91
58	94977	0.995916	0.004084	27.01
59	94589	0.995584	0.004416	26.12
60	94171	0.995225	0.004775	25.24
61	93721	0.994834	0.005166	24.35
62	93237	0.994406	0.005594	23.48
63	92715	0.993932	0.006068	22.61
64	92153	0.993404	0.006596	21.74
65	91545	0.992813	0.007187	20.88
66	90887	0.992148	0.007852	20.03
67	90173	0.991395	0.008605	19.19
68	89397	0.990538	0.009462	18.35
69	88552	0.989559	0.010441	17.52
70	87627	0.988434	0.011566	16.70
71	86614	0.987134	0.012866	15.89
72	85499	0.985625	0.014375	15.09
73	84270	0.983862	0.016138	14.30
74	82910	0.981794	0.018206	13.53
75	81401	0.979369	0.020631	12.77
76	79721	0.976532	0.023468	12.03
77	77850	0.973218	0.026782	11.30
78	75766	0.969355	0.030645	10.60
79	73444	0.964862	0.035138	9.92
80	70863	0.959651	0.040349	9.26
81	68004	0.953627	0.046373	8.63
82	64850	0.946688	0.053312	8.03
83	61393	0.938729	0.061271	7.45
84	57631	0.929648	0.070352	6.91
85	53577	0.919354	0.080646	6.39
86	49256	0.907775	0.092225	5.91
87	44713	0.894864	0.105136	5.46
88	40012	0.880611	0.119389	5.04
89	35235	0.865054	0.134946	4.65
90	30481	0.848288	0.151712	4.30
91	25856	0.830483	0.169517	3.98
92	21473	0.811886	0.188114	3.69
93	17434	0.792835	0.207165	3.43
94	13822	0.773692	0.226308	3.20
95	10694	0.754601	0.245399	2.99
96	8070	0.735601	0.264399	2.80
97	5936	0.716672	0.283328	2.63
98	4254	0.697736	0.302264	2.47
99	2968	0.678650	0.321350	2.32
100	2014	0.659208	0.340792	2.18
101	1328	0.639134	0.360866	2.04
102	849	0.618077	0.381923	1.92
103	525	0.595607	0.404393	1.79
104	312	0.571199	0.428801	1.67
105	178	0.544216	0.455784	1.54
106	97	0.513885	0.486115	1.41
107	50	0.479259	0.520741	1.27
108	24	0.439166	0.560834	1.11
109	11	0.392143	0.607857	0.89
110	4	0.000000	1.000000	0.50

Physique

Unités

Les unités de base du Système International d'Unités (SI)

Grandeur	Nom	Symbole	Définition de l'unité
Longueur	mètre	m	Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde.
Masse	kilogramme	kg	Le kilogramme est égal à la masse du prototype international du kilogramme.
Temps	seconde	s	La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
Intensité du courant électrique	ampère	A	L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur.
Température	kelvin	K	Le kelvin est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau.
Quantité de matière	mole	mol	La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12.
Intensité lumineuse	candela	cd	La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 watt par stéradian.

Unités SI supplémentaires

Grandeur	Nom	Symbole	Définition de l'unité
Angle plan	radian	rad	Le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui, sur la circonférence d'un cercle, interceptent un arc de longueur égale à celle du rayon.
Angle solide	stéradian	sr	Le stéradian est l'angle solide qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe sur la surface de cette sphère une aire égale à celle d'un carré ayant pour côté le rayon de la sphère.

Unités dérivées SI

Grandeur	Symboles	Nom et symbole de l'unité		En unités SI : – dérivées	– de base
Fréquence	ν, f	hertz	Hz		s^{-1}
Force	F	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Pression, contrainte	p	pascal	Pa	$N \cdot m^{-2}$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Énergie, travail, quantité de chaleur	E, A, Q	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Puissance	P	watt	W	$J \cdot s^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Quantité d'électricité, charge électrique	q, Q	coulomb	C		$s \cdot A$
Tension électrique, différence de potentiel électrique	U, V	volt	V	$W \cdot A^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Résistance électrique	R	ohm	Ω	$V \cdot A^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Conductance électrique	G	siemens	S	$A \cdot V^{-1}$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Capacité électrique	C	farad	F	$C \cdot V^{-1}$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Flux d'induction magnétique	Φ	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Induction magnétique (champ magnétique)	B	tesla	T	$Wb \cdot m^{-2}$	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Inductance	L	henry	H	$Wb \cdot A^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Flux lumineux	Φ_v	lumen	lm		$cd \cdot sr$
Éclairement lumineux	E_v	lux	lx	$lm \cdot m^{-2}$	$m^{-2} \cdot cd \cdot sr$
Activité (rayonnement ionisant)	A	becquerel	Bq		s^{-1}
Dose absorbée	D_a	gray	Gy	$J \cdot kg^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-2}$
Équivalent de dose	D_e	sievert	Sv	$J \cdot kg^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-2}$

Unités définies indépendamment des unités SI de base

Unité de masse atomique

L'unité de masse atomique (u) est égale au 1/12 de la masse d'un atome du nucléide ^{12}C.

$$1\ \mathrm{u} = 1,660\,540\,2 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Électronvolt

L'électronvolt (eV) est l'énergie acquise par une charge élémentaire ($e^-, p^+, He^+, \ldots$) qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant une différence de potentiel de un volt.

$$1\ \mathrm{eV} = 1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Formation de multiples et sous-multiples décimaux des unités

Préfixe	Symbole	Facteur
yotta	Y	10^{24}
zetta	Z	10^{21}
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
téra	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
méga	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
déca	da	10^{1}

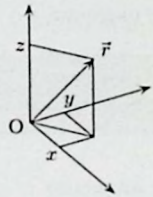
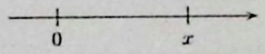
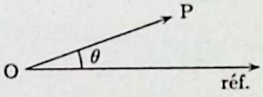
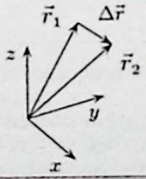
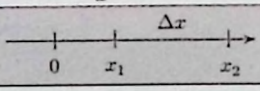
Préfixe	Symbole	Facteur
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

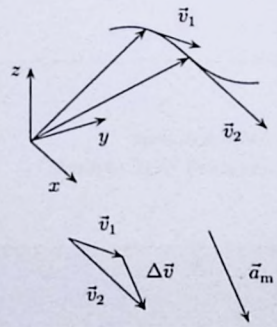
Avertissement

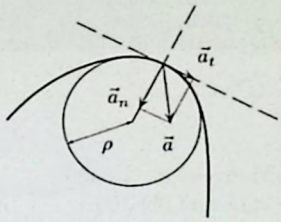
Généralement les constantes citées dans le formulaire sont données avec une précision de trois chiffres significatifs. Le symbole de l'égalité (=) a été choisi pour associer une grandeur à sa valeur, étant attendu qu'il s'agit d'une valeur exacte à la décimale mentionnée. Le symbole $\approx$ n'est utilisé que si trois chiffres significatifs ne sont pas garantis (ou selon le nombre de chiffres significatifs mentionnés).

Les symboles, abréviations et noms sont ceux qui font partie des normes ISO, publication 1999.

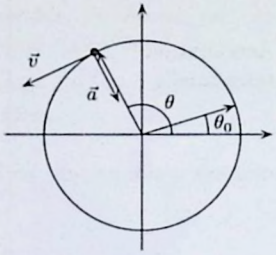
Formulaire : Mécanique

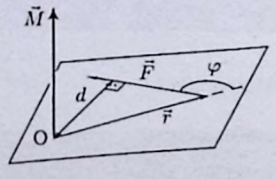
Cinématique : Définitions			
Grandeur physique Intitulé de la loi	**Unité**	**Relation de définition Loi ou formule**	**Remarques, figures**
Position (vecteur position)	m	$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$	
Position (cas monodimensionnel)	m	x	
Position angulaire	rad	θ : angle formé par une direction de référence et le rayon vecteur du point considéré	 sens de θ donné par la règle de la main droite
Déplacement (vecteur déplacement)	m	$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$	
Déplacement (cas monodimensionnel)	m	$\Delta x = x_2 - x_1$	
Temps Intervalle de temps	s s	t $\Delta t = t_2 - t_1$	 $\Delta t \geqslant 0$ toujours

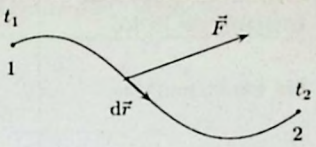
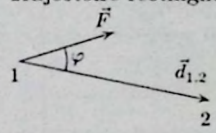
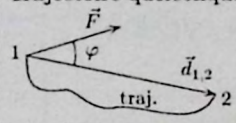
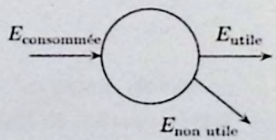
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Mouvements périodiques			
Période	s	T	durée d'un cycle
Fréquence	Hz	$\nu = \dfrac{1}{T}$	nombre de cycles par seconde (aussi noté f)
Pulsation	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$	$\omega = 2\pi\nu$	aussi appelée fréquence circulaire
Vitesse instantanée	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}$	$\vec{v}$ est tangent à la trajectoire
Vitesse moyenne	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$\vec{v}_\mathrm{m} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$	
Vitesse moyenne (cas monodimensionnel)	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$v_\mathrm{m} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$	
Vitesse angulaire instantanée	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$	$\vec{\omega}$; $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$	direction et sens de $\vec{\omega}$ tels que le trièdre $\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{\omega}$ soit trirectangle et direct (voir figure page 133)
Vitesse angulaire moyenne	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$	$\vec{\omega}_\mathrm{m}$; $\omega_\mathrm{m} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$	
Vitesse angulaire moyenne (représentation scalaire)	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$	$\omega_\mathrm{m} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$	
Accélération instantanée	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$	$\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \ddot{\vec{r}}$	
Accélération moyenne	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$	$\vec{a}_\mathrm{m} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$	
Accélération moyenne (cas monodimensionnel)	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$	$a_\mathrm{m} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Accélération tangentielle	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$	$\vec{a}_t \quad ; \quad a_t = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	
Accélération normale	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$	$\vec{a}_n \quad ; \quad a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$	ρ : rayon de courbure $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ autre notation : $\vec{a} = \vec{a}_{\parallel} + \vec{a}_{\perp}$
Accélération angulaire instantanée	$\mathrm{rad \cdot s^{-2}}$	$\vec{\alpha} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{\omega}}$	
Accélération angulaire moyenne	$\mathrm{rad \cdot s^{-2}}$	$\vec{\alpha}_{\mathrm{m}} = \dfrac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$	
Accélération angulaire moyenne (représentation scalaire)	$\mathrm{rad \cdot s^{-2}}$	$\alpha_{\mathrm{m}} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$	

Cinématique : Mouvements particuliers			
Mouvement uniforme	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ m	$v = \text{constante}$ $\Delta\ell = v\Delta t$	la trajectoire peut être une courbe $\Delta\ell$: longueur parcourue, mesurée le long de la trajectoire
Mouvement rectiligne uniforme (MRU)	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ m	$v = \text{constante}$ $x = vt + x_0$	
Mouvement uniformément accéléré (MUA)	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ m	$\vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}$ $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ $\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0$	la trajectoire est parabolique ou rectiligne

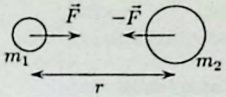
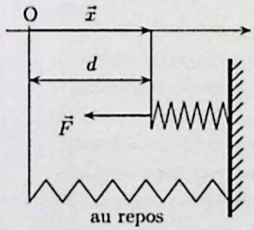
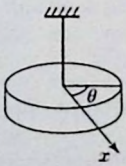
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)	$m \cdot s^{-2}$ $m \cdot s^{-1}$ m	$a =$ constante $v = at + v_0$ $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$	
Mouvement circulaire uniforme (MCU)	$rad \cdot s^{-1}$ rad	$\omega =$ constante $\theta = \omega t + \theta_0$	
Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)	$rad \cdot s^{-2}$ $rad \cdot s^{-1}$ rad	$\alpha =$ constante $\omega = \alpha t + \omega_0$ $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$	
Mouvement rectiligne sinusoïdal	$m \cdot s^{-2}$ $m \cdot s^{-1}$ m	$a = -\omega^2 x$ $v = -\omega r \cos(\omega t + \varphi)$ $x = r \sin(\omega t + \varphi)$	

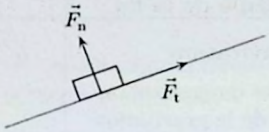
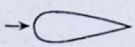
Dynamique du point matériel : Définitions			
Masse	kg	m	parfois notée M
Quantité de mouvement Moment cinétique	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$ $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$	$\vec{p} = m\vec{v}$ $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	
Force résultante	N	$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$	force unique qui produit le même effet que l'ensemble des forces $\vec{F}_i$ s'exerçant sur le point matériel
Moment d'une force (défini par rapport à un point O)	$N \cdot m$	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ $M = Fr \sin\varphi = Fd$	 $d = r \sin\varphi$ est appelé bras de levier de la force

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Impulsion d'une force	N · s	$\vec{J}_{1,2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\mathrm{d}t$	
Travail d'une force	J	$A_{1,2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$	aussi noté W
Impulsion d'une force constante	N · s	$\vec{J}_{1,2} = \vec{F}(t_2 - t_1)$	
Travail d'une force constante	J	$A_{1,2} = \vec{F} \cdot \vec{d}_{1,2}$ $= F d_{1,2} \cos\varphi$	Trajectoire rectiligne  Trajectoire quelconque  indépendant du chemin suivi
Énergie Énergie cinétique Énergie potentielle Énergie mécanique	J J J J	E $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ $E_p(P) = A_{PO} = \int_P^O \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$ $E_m = E_c + E_p$	définie seulement pour une force conservative P : point considéré O : point fixe de référence
Puissance instantanée	W	$P = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \dot{E}$	$\mathrm{d}E$: énergie transformée pendant $\mathrm{d}t$
Puissance moyenne	W	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	valeur moyenne pendant Δt
Rendement	—	$\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{consommée}}}$	 $E_{\text{utile}} + E_{\text{non utile}} = E_{\text{consommée}}$

Dynamique du point matériel : Lois			
Grandeur physique Intitulé de la loi	**Unité**	**Relation de définition Loi ou formule**	**Remarques, figures**
Loi fondamentale	N	$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{p}}$ $\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{F}$: résultante des forces s'exerçant sur le point si m est constante
Théorème du moment cinétique	N · m	$\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{L}}$	$\vec{M}$: moment de la force résultante
Variation de la quantité de mouvement	N · s	$\vec{J}_{1,2} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$	$\vec{J}_{1,2}$: impulsion de la force résultante entre l'état 1 et l'état 2
Variation de l'énergie cinétique	J	$A_{1,2} = E_\mathrm{c}(2) - E_\mathrm{c}(1)$	$A_{1,2}$: travail de la force résultante entre l'état 1 et l'état 2
Variation de l'énergie potentielle	J	$A^\mathrm{c}_{1,2} = E_\mathrm{p}(1) - E_\mathrm{p}(2)$	$A^\mathrm{c}_{1,2}$: travail des forces conservatives (indépendant du chemin suivi)
Variation de l'énergie mécanique	J	$A^\mathrm{nc}_{1,2} = E_\mathrm{m}(2) - E_\mathrm{m}(1)$	$A^\mathrm{nc}_{1,2}$: travail des forces non conservatives
Conservation de l'énergie mécanique	J	$E_\mathrm{m}(2) = E_\mathrm{m}(1)$	seulement si les forces sont conservatives

Dynamique : Forces particulières et grandeurs associées

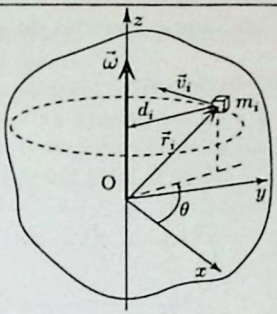
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Gravitation Force de gravitation (loi de la gravitation universelle)	N	$F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$	 $G = 6,67259 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$
Force de pesanteur	N	$\vec{F}_g = m\vec{g}$ $g = G\dfrac{M}{R^2}$	s'exerçant sur un corps de masse m à la surface d'un astre de masse M et de rayon R $\vec{g}$ définit la verticale locale $g \approx 9,8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ à la surface de la Terre
Énergie potentielle	J	$E_p = -G\dfrac{Mm}{r}$ $E_p = mgh$	point de référence $r = \infty$ M : masse de l'astre r : distance au centre de M au voisinage du sol point de référence $h = 0$ h : altitude
Ressort Force de rappel	N	$\vec{F} = -k\vec{x}$; $F = kd$	 k : constante élastique du ressort d : déformation
Énergie potentielle	J	$E_p = \frac{1}{2}kd^2$	point de référence $d = 0$
Pendule de torsion Moment de rappel	N · m	$M = C\theta$	 C : constante de torsion
Énergie potentielle	J	$E_p = \frac{1}{2}C\theta^2$	point de référence $\theta = 0$

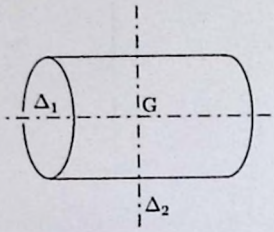
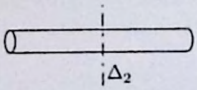
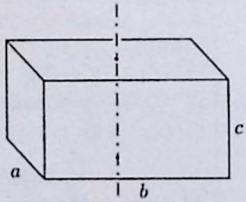
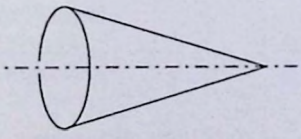
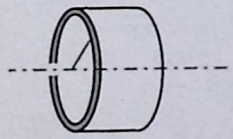
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Frottements secs			
Force de frottement entre 2 surfaces en mouvement relatif	N	$F_t = \mu F_n$	μ : coefficient de frottement dynamique $\vec{F}_n$: force normale exercée par la surface
Force de frottement statique entre 2 surfaces	N	$F_t \leqslant \mu_s F_n$	μ_s : coefficient de frottement statique
Frottements fluides			corps possédant une symétrie de révolution d'axe parallèle à la vitesse relative $\vec{v}$ du fluide
Force de frottement en écoulement laminaire	N	$F_\ell = kR\eta v$	k, C : coefficients dépendant de la forme R : rayon maximal η : viscosité S : section apparente (maître couple) ρ : masse volumique du fluide
Force de frottement en écoulement turbulent	N	$F_t = \frac{1}{2}CS\rho v^2$	k C  0,1 0,40 6π 0,47 16 1,11 1,17

Dynamique : Systèmes de points matériels			
Grandeur physique Intitulé de la loi	**Unité**	**Relation de définition Loi ou formule**	**Remarques, figures**
Masse	kg	$m = \sum_i m_i$	somme des masses des constituants du solide
Position du centre de masse (barycentre)	m	$\vec{r}_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i \vec{r}_i$	moyenne pondérée des positions de ses constituants
Vitesse du centre de masse	$m \cdot s^{-1}$	$\vec{v}_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i \vec{v}_i$	
Accélération du centre de masse	$m \cdot s^{-2}$	$\vec{a}_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i \vec{a}_i$	
Quantité de mouvement totale	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i = m\vec{v}_G$	
Moment cinétique total	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$	$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$	
Énergie cinétique totale	J	$E_c = \sum_i E_{ci}$	
Énergie potentielle totale	J	$E_p = \sum_i E_{pi}$	
Énergie potentielle totale de pesanteur	J	$E_p = mgz_G$	z_G : altitude du centre de masse (par rapport à la référence choisie)
Forces intérieures	N	$\vec{F}_{intij} = -\vec{F}_{intji}$ $\sum_i \vec{F}_{inti} = \vec{0}$	les forces intérieures au solide vont par paires et ont une résultante nulle
Forces extérieures	N	$\sum_i \vec{F}_{exti}$	résultante des forces d'origine extérieure au système
Moments intérieurs	$N \cdot m$	$\vec{M}_{intij} = -\vec{M}_{intji}$	les moments intérieurs au solide vont par paires et ont une résultante nulle
Moments extérieurs	$N \cdot m$	$\sum_i \vec{M}_{exti}$	moment des forces extérieures

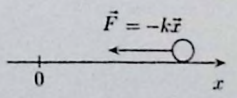
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Principe d'action et de réaction	N	$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$	si le corps A exerce une force $\vec{F}_{BA}$ sur B, alors B exerce une force $\vec{F}_{AB}$ opposée sur A
Accélération du centre de masse $\vec{a}_G$	$m \cdot s^{-2}$	$\sum_i \vec{F}_{ext\,i} = m\vec{a}_G$	dans un référentiel d'inertie
Variation du moment cinétique total	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$	$\sum_i \vec{M}_{ext\,i} = \dot{\vec{L}}$	valable - dans un référentiel d'inertie - dans un référentiel lié au centre de masse dont les axes restent constamment parallèles à ceux d'un référentiel d'inertie
		$\vec{M}(t_2 - t_1) = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$	si $\sum_i \vec{M}_{ext\,i} = \overrightarrow{\text{constante}}$
Systèmes isolés			
Conservation de la quantité de mouvement totale	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$\sum_i \vec{p}_i = \overrightarrow{\text{constante}}$	valable pour un système isolé (p. ex. collision, désintégration)
Conservation du moment cinétique total	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$	$\sum_i \vec{L}_i = \overrightarrow{\text{constante}}$	valable pour un système isolé ou pour des forces centrales
Conservation de l'énergie cinétique totale	J	$\sum_i E_{ci} = \text{constante}$	seulement pour les collisions élastiques

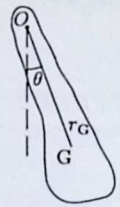
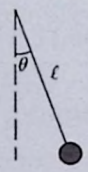
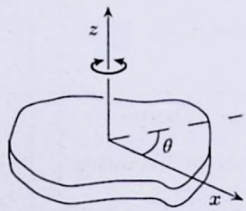
Dynamique : Corps solides (cf. « Systèmes de points matériels » p. 131)			
Masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$	$\rho = \frac{m}{V}$	corps homogène
Rotation autour d'un axe			
Position angulaire	rad	θ	
Vitesse angulaire	$rad \cdot s^{-1}$	$\vec{\omega}$	cf. dessin page suivante
Accélération angulaire	$rad \cdot s^{-2}$	$\dot{\vec{\omega}}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Vitesse de l'élément i	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i \quad ; \quad v_i = \omega d_i$	
Fréquence de rotation	$\mathrm{s^{-1}}$	$\nu = \dfrac{\omega}{2\pi}$	d_i : distance de l'élément de masse m_i à Oz $\vec{k}$: vecteur unité sur l'axe de rotation Oz
Moment d'inertie	$\mathrm{kg \cdot m^2}$	$I = \sum_i m_i d_i^2$ $I = \int_{\text{corps}} r^2 \mathrm{d}m$	$\vec{\omega} = \omega \vec{k}$ r : distance de dm à l'axe
Rotation autour de l'axe Oz d'un référentiel d'inertie			
Moment cinétique	$\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	rotation autour d'un axe principal d'inertie (I : moment d'inertie par rapport à Oz)
Accélération angulaire	$\mathrm{rad \cdot s^{-2}}$	$\sum_i M_{\mathrm{ext}zi} = I\dot{\omega}$	$M_{\mathrm{ext}zi}$: composante de $\vec{M}_{\mathrm{ext}i}$ selon Oz
Énergie cinétique de rotation	J	$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$	
Équilibre		$\sum_i \vec{F}_{\mathrm{ext}i} = \vec{0}$ $\sum_i \vec{M}_{\mathrm{ext}i} = \vec{0}$	conditions nécessaires
Rotation autour d'un axe passant par le centre de masse			
Accélération du centre de masse $\vec{a}_G$	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$	$\sum_i \vec{F}_{\mathrm{ext}i} = m\vec{a}_G$	dans un référentiel d'inertie Oxyz (G : indice relatif au centre de masse)
Accélération angulaire $\dot{\omega}$	$\mathrm{rad \cdot s^{-2}}$	$\sum_i M_{\mathrm{ext}z'i} = I_G\dot{\omega}$	dans un référentiel G$x'y'z'$ parallèle à Oxyz
Énergie cinétique totale	J	$E_c = \frac{1}{2} m {v_G}^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$	rotation autour de l'axe z'

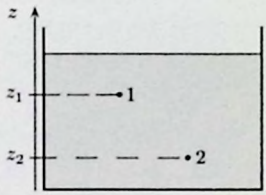
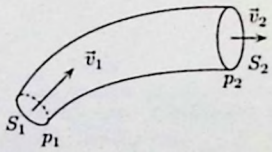
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Moments d'inertie de quelques corps homogènes			
Cylindre	$kg \cdot m^2$	$I = \frac{1}{2}mR^2$	rotation selon axe de révolution (Δ_1)
	$kg \cdot m^2$	$I = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mL^2$	rotation selon axe diamétral passant par G (Δ_2)
Tige mince			
	$kg \cdot m^2$	$I = \frac{1}{12}mL^2$	cas particulier du cylindre (selon Δ_2 avec $R \ll L$) ou du parallélipipède ($a = L$ et $b \ll a$)
Parallélépipède			
	$kg \cdot m^2$	$I = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$	
Cône			
	$kg \cdot m^2$	$I = \frac{3}{10}mR^2$	
Anneau			
	$kg \cdot m^2$	$I = mR^2$	paroi mince
Boule (pleine)	$kg \cdot m^2$	$I = \frac{2}{5}mR^2$	axe passant par le centre
Sphère (creuse)	$kg \cdot m^2$	$I = \frac{2}{3}mR^2$	paroi mince

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Règle de Steiner	$\mathrm{kg \cdot m^2}$	$I = I_G + m\ell^2$	I : moment d'inertie par rapport à un axe Δ I_G : moment d'inertie par rapport à un axe Δ_G parallèle à Δ et passant par le centre de masse ℓ : distance entre Δ et Δ_G

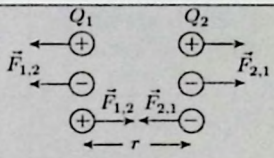
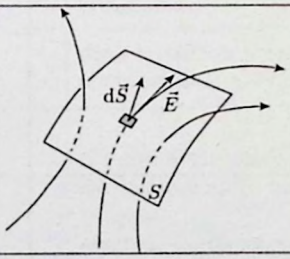
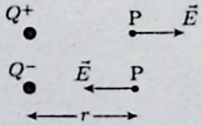
Dynamique : Mouvements particuliers			
Mouvement central Loi des aires		$\vec{L} = \overrightarrow{\text{constante}}$ Le segment qui relie le mobile au point O balaie des aires égales en des intervalles de temps égaux	$\vec{F}$ toujours dirigée vers le même point O exemple : force de gravitation (dessin cf. p. 192)
Corps célestes Vitesse de libération	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$v = \sqrt{\dfrac{2GM}{r}}$	M : masse de l'astre r : distance du corps au centre de l'astre
Vitesse d'un satellite sur une orbite circulaire	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$v = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$	M : masse de l'astre r : rayon de l'orbite
Période de révolution des satellites d'un même astre (3e loi de Kepler, cf. p. 192)	s	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{a^3}{GM}}$	M : masse de l'astre a : demi-grand axe de l'ellipse
Mouvement harmonique Oscillateur harmonique Équation horaire	m	$x = x_{\max}\sin(\omega t + \varphi_0)$	
Pulsation	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$	$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$	
Période	s	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$	

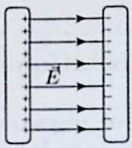
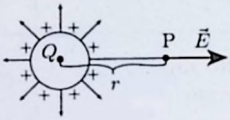
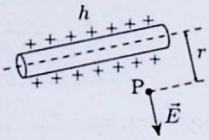
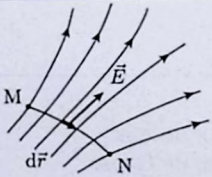
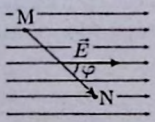
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Pendules Équation horaire	rad	$\theta = \theta_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$	
Pendule physique Pulsation Période	 $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ s	 $\omega = \sqrt{\dfrac{mgr_G}{I_O}}$ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_O}{mgr_G}}$	 pour des petites oscillations $\sin\theta \approx \theta$
Pendule simple Pulsation Période	 $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ s	 $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$	 pour des petites oscillations $\sin\theta \approx \theta$
Pendule de torsion Pulsation Période	 $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ s	 $\omega = \sqrt{\dfrac{C}{I}}$ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{C}}$	 θ dans le domaine élastique

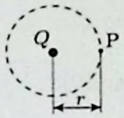
Mécanique des fluides

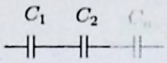
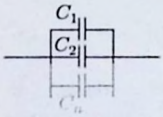
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Masse volumique	$\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$	$\rho = \dfrac{m}{V}$	V : volume occupé par le fluide de masse m
Pression	Pa	$p = \dfrac{F_n}{S}$	F_n : valeur de la force normale s'exerçant sur l'élément de surface d'aire S
Débit-volume	$\mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$	$q = \dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$	V est le volume du fluide traversant la surface S au cours du temps t
Variation de la pression	Pa	$p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$ $\Delta p = -\rho g \Delta z$	ρ : masse volumique du fluide 
Poussée d'Archimède	N	$F_A = \rho g V_{im}$	$\vec{F}_A$: force verticale ascendante avec point d'application au centre de gravité du fluide déplacé V_{im} : volume immergé
Équation de continuité	$\mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$	$S_1 v_1 = S_2 v_2$	S_1, S_2 : sections droites du tube de courant régime stationnaire 
Équation de Bernoulli	Pa	$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p = \text{constante}$	valable le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible et de viscosité négligeable

Formulaire : Électricité

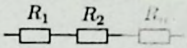
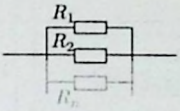
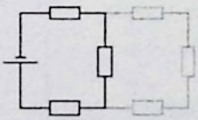
Électrostatique			
Grandeur physique Intitulé de la loi	**Unité**	**Relation de définition Loi ou formule**	**Remarques, figures**
Charge	C	$q,\ e,\ Q$	charge élémentaire $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C
Densité superficielle de charge	$\mathrm{C \cdot m^{-2}}$	$\sigma = \dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}S}$	$\sigma = \dfrac{Q}{S}$ dans le cas d'une densité uniforme
Force électrique Loi de Coulomb	N	$F_{1,2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lvert Q_1\rvert\lvert Q_2\rvert}{r^2} = F_{2,1}$	 $Q_1,\ Q_2$: charges ponctuelles $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$
Champ électrique $\vec{E}$	$\mathrm{N \cdot C^{-1}}$ $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$	$\vec{F} = q\vec{E}$	q : charge test
Flux du champ électrique	$\mathrm{V \cdot m}$	$\Psi = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$	
Loi du flux Loi de Gauss		$\Psi_S = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i$	ε_0 : constante électrique ou permittivité du vide $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}}$ Q_i : charge contenue dans la surface fermée S
Champs électriques particuliers			
Charge ponctuelle	$\mathrm{V \cdot m^{-1}}$	$E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lvert Q\rvert}{r^2}$	

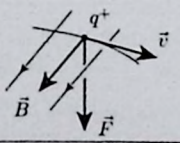
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Entre deux conducteurs plans parallèles	$V \cdot m^{-1}$	$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{S}$	effets de bords négligés  $Q = \lvert Q^+ \rvert = \lvert Q^- \rvert$
Conducteur sphérique	$V \cdot m^{-1}$	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lvert Q \rvert}{r^2}$	 r : distance mesurée entre le centre de la sphère et le point P
Conducteur cylindrique	$V \cdot m^{-1}$	$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lvert Q \rvert}{rh}$	 r : distance mesurée entre l'axe du cylindre et le point P h : longueur du cylindre $h \gg r$
Tension	V	$U_{MN} = \frac{A_{MN}}{q} = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{r}$	
Tension dans un champ uniforme	V	$U_{MN} = \vec{E} \cdot \vec{d} = Ed\cos\varphi$	 $\vec{d} = \overrightarrow{MN}$

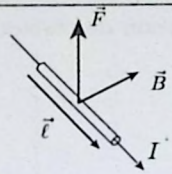
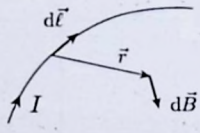
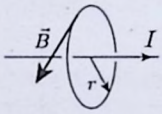
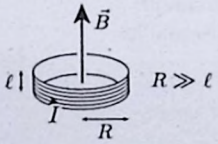
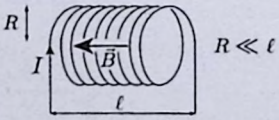
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Potentiel en un point	V	$V_P = U_{PO}$	O : point de référence $U_{PO} = -\int_O^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$
Différence de potentiel	V	$V_A - V_B = U_{AB}$	
Potentiel dans le champ d'une charge ponctuelle (ou à symétrie sphérique)	V	$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$	 r : distance mesurée entre la charge (ou le centre de la sphère) et le point P
Capacité d'un conducteur	F	$C = \frac{Q}{V}$	Q : charge portée par le conducteur V : potentiel du conducteur
Capacité d'un condensateur	F	$C = \frac{Q}{U}$	Q : charge portée par l'armature positive U : tension entre les armatures
Permittivité	$A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}$	$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$	dans le vide la permittivité relative $\varepsilon_r = 1$
Capacité d'un condensateur			
Condensateur plan	F	$C = \varepsilon \frac{S}{d}$	S : aire d'une plaque d : distance entre les plaques effets de bords négligés
Condensateur sphérique	F	$C = 4\pi\varepsilon \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$	R_i : rayons des sphères $R_1 < R_2$
Condensateur cylindrique	F	$C = 2\pi\varepsilon \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$	R_i : rayons des cylindres $R_1 < R_2$ h : hauteur des cylindres $h \gg R_2$
Énergie électrique emmagasinée dans un condensateur	J	$W = \frac{1}{2}CU^2$	
Densité d'énergie du champ électrique	$J \cdot m^{-3}$	$w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$	

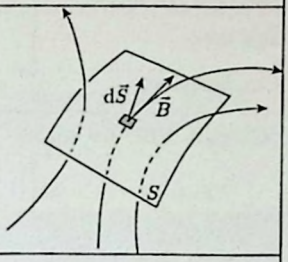
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Combinaison de condensateurs			
En série		$\frac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$ $= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$	 $C_{\text{éq}}$: capacité équivalente
En parallèle		$C_{\text{éq}} = \sum_i C_i$ $= C_1 + C_2 + \ldots + C_n$	

Électrocinétique			
Intensité du courant	A	$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$	
		$I = \frac{Q}{t}$	courant constant
Densité du courant j	$\mathrm{A \cdot m^{-2}}$	$I = \int_S \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ $j = \frac{I}{S}$	S : section du conducteur courant uniforme
Conductivité γ	$\mathrm{A \cdot m^{-1} \cdot V^{-1}}$	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$	loi d'Ohm locale
Résistivité	$\Omega \cdot \mathrm{m}$	$\rho = \frac{1}{\gamma}$	
Coefficient de température de la résistivité α	$\mathrm{K^{-1}}$	$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = \alpha\rho_1\Delta T$	
Résistance d'un conducteur	Ω	$R = \rho\frac{\ell}{S}$	S : section du conducteur ℓ : longueur du conducteur
Loi d'Ohm		$U = RI$	U : tension aux bornes du conducteur I : intensité du courant dans le conducteur
Puissance électrique	W	$P_{\text{AB}} = U_{\text{AB}}I$	puissance associée à un courant (entre A et B : générateur, récepteur...)
Loi de Joule	J	$W_{\text{él}} = RI^2t$	transformation d'énergie électrique en énergie thermique

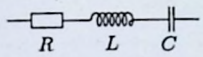
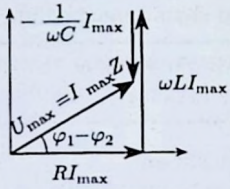
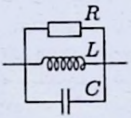
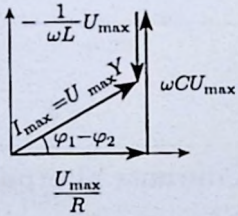
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Combinaison de résistances			
En série		$R_{\text{éq}} = \sum_i R_i$ $= R_1 + R_2 + \ldots + R_n$	 $R_{\text{éq}}$: résistance équivalente
En parallèle		$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ $= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$	
Générateur Puissance électrique totale	W	$P = U_0 I$	U_0 : tension électromotrice ou tension à vide
Tension aux bornes	V	$U = U_0 - rI$	r : résistance interne
Récepteur Puissance utile (non thermique)	W	$P = U'I$	U' : tension contre-électromotrice
Tension aux bornes	V	$U = U' + r'I$	r' : résistance interne
Première loi de Kirchhoff Loi des nœuds	A	$I = \sum_i I_i = 0$ $I_1 + I_2 + \ldots + I_n = 0$	
Seconde loi de Kirchhoff Loi des mailles	V	$U = \sum_i U_i = 0$ $U_1 + U_2 + \ldots + U_n = 0$	

Magnétisme			
Champ magnétique $\vec{B}$	T		
Force de Lorentz	N	$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Force de Laplace	N	$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$	 $\vec{B}$ uniforme
Circulation du champ magnétique	T · m	$C = \int_{\Gamma} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$	si $\Gamma = \Gamma_0$, ligne fermée, la circulation se note C_0
Loi d'Ampère	T · m	$C_0 = \oint_{\Gamma_0} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \mu_0 \sum_k I_k$	μ_0 : constante magnétique ou perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{V \cdot s \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}}$ I_k : courant enlacé par Γ_0
Champ magnétique d'un élément de courant (Loi de Biot-Savart)	T	$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$	
Champs magnétiques particuliers			
Courant rectiligne infini	T	$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$	
Centre d'une bobine quelconque	T	$B = \mu_0 \frac{nI}{\sqrt{4R^2 + \ell^2}}$	R : rayon des spires ℓ : longueur de la bobine n : nombre de spires
Centre d'une bobine plate	T	$B = \mu_0 \frac{nI}{2R}$	
Centre d'une bobine longue (solénoïde)	T	$B = \mu_0 \frac{nI}{\ell}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Flux du champ magnétique	Wb	$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$	
Loi du flux relative au champ magnétique		$\Phi_S = 0$	S : surface fermée
Loi d'induction de Faraday	V	$U_{\text{ind}} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$	U_{ind} : tension induite le long d'une ligne fermée
Coefficient d'auto-induction L	H	$\Phi = LI$ $U_{\text{ind}} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$	
Coefficient d'auto-induction d'une bobine longue	H	$L = \mu_0 n^2 \dfrac{S}{\ell}$	ℓ : longueur de la bobine n : nombre de spires S : aire limitée par une spire
Énergie magnétique d'une bobine	J	$W = \frac{1}{2}LI^2$	
Densité d'énergie du champ magnétique	$\mathrm{J \cdot m^{-3}}$	$w = \dfrac{1}{2\mu_0}B^2$	dans le vide
Loi d'Ampère-Maxwell		$\oint_{\Gamma_0} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \mu_0 \sum_k I_k + \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$	c : vitesse de la lumière $\dfrac{1}{c^2} = \varepsilon_0\mu_0$

Courants alternatifs			
Tension	V	$U = U_{\max}\sin(\omega t + \varphi_1)$ $U_{\text{eff}} = \dfrac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$	$U_{\max}$, $I_{\max}$: valeurs de crête U_{eff}, I_{eff} : valeurs efficaces
Intensité de courant	A	$I = I_{\max}\sin(\omega t + \varphi_2)$ $I_{\text{eff}} = \dfrac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$	$\varphi_1 - \varphi_2$: déphasage
Impédance	Ω	$Z = \dfrac{U_{\max}}{I_{\max}} = \dfrac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$	ω : pulsation de la tension alternative (et du courant alternatif)
Résistance ohmique		$Z = R$	$\omega = 2\pi\nu$; ν : fréquence

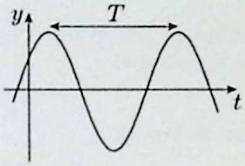
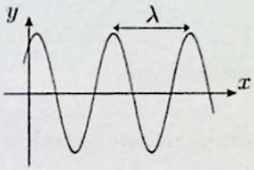
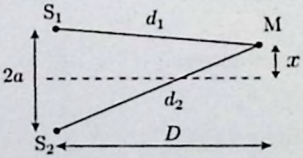
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Self pure Condensateur		$Z = \omega L$ $Z = \dfrac{1}{\omega C}$	
Circuit *RLC* en série			
	V	$U = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_1)$	
	A	$I = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_2)$	
		$U_{\max} = I_{\max} Z$	
Impédance	Ω	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$	
Déphasage		$\varphi_1 - \varphi_2 = \arctan \dfrac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$	Représentation de Fresnel
Résonance		$\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$	
Circuit *RLC* en parallèle			
	V	$U = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_1)$	
	A	$I = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_2)$	
		$I_{\max} = U_{\max} Y$	
Admittance	S	$Y = \dfrac{1}{Z} = \sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \left(\dfrac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$	
Déphasage		$\varphi_1 - \varphi_2 = \arctan R\left(\dfrac{1}{\omega L} - \omega C\right)$	Représentation de Fresnel
Antirésonance		$\omega = \omega_0 \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$	
Puissance	V · A	$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$	$\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$: facteur de puissance
Période d'un circuit oscillant		$T = 2\pi\sqrt{LC}$	

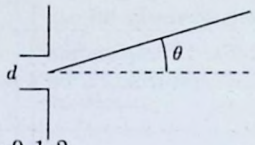
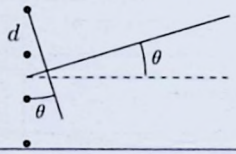
Formulaire : Chaleur

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Température absolue T Température Celsius θ	K °C	 $\theta = T - 273$	$\Delta T = T_2 - T_1$ $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \Delta T$
Coefficient de dilatation – linéique α – volumique γ	 K^{-1} K^{-1}	 $\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1 = \alpha\ell_1\Delta T$ $\Delta V = V_2 - V_1 = \gamma V_1 \Delta T$	 $\gamma \approx 3\alpha$
Quantité de chaleur Q Énergie thermique E, W	J J		
Chaleur massique c	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$Q = mc\Delta T$	
Capacité thermique C	$J \cdot K^{-1}$	$C = \sum_i m_i c_i$ $Q = C\Delta T$	
Chaleur latente de fusion L_f Chaleur latente de vaporisation L_v	$J \cdot kg^{-1}$ $J \cdot kg^{-1}$	$Q = mL_f$ $Q = mL_v$	
Loi des gaz parfaits	$pV = nRT$ $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$		n : nombre de moles R : constante des gaz $R = 8,31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$ entre 2 états pour une même quantité de gaz
Équation de Van der Waals	$\left(p + \frac{n^2}{V^2}a\right)(V - nb) = nRT$		a, b : constantes propres aux gaz ; air : $a = 0,14\ N \cdot m^4 \cdot mol^{-2}$ $b = 3,6 \cdot 10^{-5}\ m^3 \cdot mol^{-1}$ gaz parfait : $a = 0$; $b = 0$
Énergie cinétique moyenne par molécule d'un gaz parfait	J	$\overline{E_c} = \frac{i}{2}kT$	i : nombre de degrés de liberté ; gaz : – monoatomique : $i = 3$ – diatomique : $i = 5$ – triatomique : $i = 6$ k : constante de Boltzmann $k = R/N_A$ $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Énergie interne d'un gaz parfait	J	$U = \frac{i}{2}nRT$	U : somme des énergies cinétiques des particules
Premier principe de la thermodynamique	J	$Q^{\swarrow} = \Delta U + A^{\nearrow}$	$Q^{\swarrow}$: quantité de chaleur reçue par le système ΔU : variation de l'énergie interne (toutes les formes d'énergies possibles sont prises en considération) $A^{\nearrow}$: travail mécanique fourni par le système
Rendement maximal d'une machine thermique (cycle de Carnot)	—	$\eta_{\max} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$	T_f : température de la source froide T_c : température de la source chaude
Chaleur massique – à volume constant – à pression constante	 $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	 $c_v = \frac{iR}{2M}$ $c_p = \frac{(i+2)}{2M}R$	M : masse molaire
Chaleur molaire – à volume constant – à pression constante	 $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$	 $C_v = \frac{i}{2}R$ $C_p = C_v + R$	
		$pV^{\gamma} = \text{constante}$	Processus adiabatique $\gamma = c_p/c_v > 1$ $\gamma = 5/3$ monoatomique $\gamma = 7/5$ diatomique $\gamma = 4/3$ triatomique
Transfert de chaleur **Conduction** Coefficient de conductibilité thermique λ	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x}$	
Convection Constante de convection α	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha S \Delta T$	α dépend de la forme et de l'orientation de la surface
Rayonnement Constante de Stefan-Boltzmann σ	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = e\sigma S T^4$	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ e : facteur d'émission $0 \leqslant e \leqslant 1$

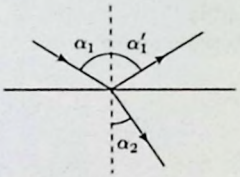
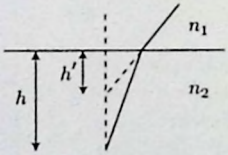
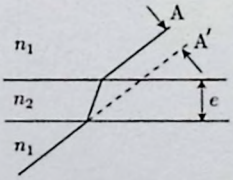
Formulaire : Ondes et Optique

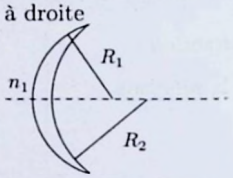
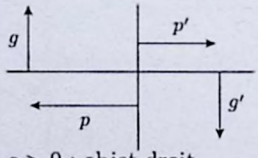
Généralités			
Grandeur physique Intitulé de la loi	**Unité**	**Relation de définition Loi ou formule**	**Remarques, figures**
Vitesse de propagation d'une perturbation ou célérité	$m \cdot s^{-1}$	c, v : vitesse constante de propagation de l'onde dans un milieu donné	
Période	s	T : intervalles de temps égaux séparant la reproduction de 2 perturbations identiques	
Fréquence	Hz	$\nu = \dfrac{1}{T}$	
Longueur d'onde	m	$\lambda = \dfrac{c}{\nu}$	
Pulsation	s^{-1}	$\omega = 2\pi\nu$	
Nombre d'onde	m^{-1}	$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$	
Onde sinusoïdale		$y = A\sin(kx - \omega t)$	A : amplitude y : écart par rapport à la position d'équilibre
Interférences			
Différence de marche au point M	m	$\delta = d_2 - d_1 = \dfrac{2ax}{D}$	
Position des maxima d'intensité		$\delta = N\lambda$	$N = 0, 1, 2, \ldots$
Position des minima d'intensité		$\delta = \dfrac{(2N+1)\lambda}{2}$	
Interfrange	m	$\Delta = \dfrac{\lambda D}{2a}$	Δ : distance entre 2 maxima d'intensité dans un plan parallèle à S_1S_2

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Diffraction			$N = 1, 2, \ldots$ θ : angle de diffraction correspondant à un minimum d'intensité pour la fente, à un maximum pour le réseau
Pour une fente		$\sin\theta = \pm\dfrac{N\lambda}{d}$	
			$N = 0, 1, 2, \ldots$ d : largeur de la fente ou constante du réseau
Pour un réseau		$\sin\theta = \pm\dfrac{N\lambda}{d}$	

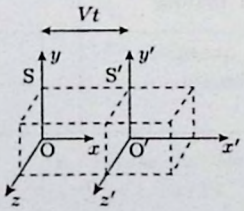
Acoustique			
Vitesse de propagation d'une perturbation ou célérité			
Le long d'une corde tendue	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$	F : force de tension de la corde μ : masse par unité de longueur
Dans un solide		$v = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$	E : module d'élasticité ou de Young ρ : masse volumique
Dans un gaz parfait		$v = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}}$	γ, R, M : cf. pages 147 et 148
Fréquences propres			
Corde	Hz	$\nu = \dfrac{Nv}{2\ell}$	ℓ : longueur de la corde ou du tuyau
Tuyau ouvert		$\nu = \dfrac{Nv}{2\ell}$	$N = 1, 2, 3, \ldots$
Tuyau fermé		$\nu = \dfrac{(2N-1)v}{4\ell}$	$N = 1$: mode fondamental
Effet Doppler		$\nu_{\text{app}} = \nu_{\text{réelle}} \dfrac{v_{\text{onde}} + v_{\text{obs}}}{v_{\text{onde}} - v_{\text{source}}}$	v_{onde}, v_{obs}, v_{source} par rapport au milieu $v_{\text{obs}} > 0$ quand l'observateur se déplace vers la source $v_{\text{source}} > 0$ quand la source se déplace vers l'observateur toutes les vitesses ont même direction

Optique géométrique

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Vitesse de la lumière :			
– dans le vide	$m \cdot s^{-1}$	c	$c = 2,99792458 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$
– dans un milieu	$m \cdot s^{-1}$	v	$v < c$
Réflexion et réfraction			
Indice de réfraction absolu	—	$n = \dfrac{c}{v}$	$n \geqslant 1$
Angles :			
– d'incidence	° ou rad	α_1	angles formés par le rayon lumineux et la normale au point d'incidence
– de réflexion		α'_1	
– de réfraction		α_2	
Loi de la réflexion		$\alpha_1 = \alpha'_1$	
Loi de la réfraction		$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$ les rayons incident, réfléchi, réfracté et la normale sont coplanaires	
Dipotre plan Profondeur apparente	m	$h' \approx h\dfrac{n_1}{n_2}$	 rayons peu inclinés par rapport à la normale
Lame à faces parallèles Déplacement	m	$AA' \approx e\dfrac{n_2 - n_1}{n_2}$	 e : épaisseur de la lame rayons peu inclinés par rapport à la normale

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Miroirs et lentilles			
Distance focale	m	f	
Vergence	m^{-1}	$C = \dfrac{1}{f}$	m^{-1} = dioptrie
Miroir sphérique de faible ouverture		$f = \dfrac{R}{2}$	R : rayon de courbure $R > 0$: miroir concave $R < 0$: miroir convexe
Lentille sphérique mince		$\dfrac{1}{f} = \left(\dfrac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$	sens de la lumière de gauche à droite  R_i : rayons de courbure $f > 0$: lentille convergente $f < 0$: lentille divergente
Miroir sphérique de faible ouverture et lentille sphérique mince		$\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} = \dfrac{1}{f}$ $\dfrac{g}{g'} = -\dfrac{p}{p'}$	$p > 0$: objet réel $p < 0$: objet virtuel $p' > 0$: image réelle $p' < 0$: image virtuelle  $g > 0$: objet droit $g < 0$: objet renversé $g' > 0$: image droite $g' < 0$: image renversée
Système de lentilles		$p_n = e - p'_{n-1}$	e : distance entre la $(n-1)^e$ et la n^e lentille
Lentilles minces accolées		$C = C_1 + C_2 + \ldots$	

Formulaire : Relativité

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Les deux postulats d'Einstein		1er principe : Toutes les lois de la physique ont la même forme dans tous les référentiels d'inertie 2e principe : La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie. Elle ne dépend pas du mouvement de la source ou de l'observateur	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Temps propre	s	T_0	le temps propre est l'intervalle de temps entre deux événements mesurés dans le référentiel propre d'une horloge
Longueur propre	m	L_0	la longueur propre d'un objet est l'intervalle séparant ses extrémités dans l'espace, mesuré dans un référentiel au repos par rapport à l'objet
Masse au repos	kg	m_0	la masse au repos d'un objet est sa masse mesurée dans un référentiel au repos par rapport à l'objet
Transformations de Galilée		$x' = x - Vt$ $y' = y$ $z' = z$ $t' = t$	le référentiel S′ est animé d'une vitesse $+V$ parallèle à l'axe des x du référentiel S
Transformations de Lorentz		$x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ $y' = y$ $z' = z$ $t' = \dfrac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Dilatation du temps	s	$T = T_0 \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	V est la vitesse relative de deux référentiels
Contraction des longueurs	m	$L = L_0 \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}$	L est la longueur de l'objet mesuré parallèlement à la direction du mouvement
Intervalle de l'espace temps	m^2	$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2$ invariant par la transformation de Lorentz	
Composition des vitesses (cas mono-dimensionnel)	$m \cdot s^{-1}$	$V_{AB} = \dfrac{V_{AC} + V_{CB}}{1 + \dfrac{V_{AC}V_{CB}}{c^2}}$	V_{AB} : vitesse de A par rapport à B V_{AC} : vitesse de A par rapport à C V_{CB} : vitesse de C par rapport à B
Effet Doppler relativiste		$\nu = \nu_0 \sqrt{\dfrac{c - V}{c + V}}$	ν_0 : fréquence d'une onde électromagnétique dans un référentiel lié à sa source ν : fréquence de la même onde mesurée dans un référentiel se déplaçant à la vitesse $\vec{V}$ par rapport à la source $\vec{V}$ est parallèle à la direction de propagation de l'onde $V > 0$: le second référentiel s'éloigne de la source $V < 0$: dans le cas contraire
Masse relativiste	kg	$m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	
Quantité de mouvement	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$\vec{p} = m\vec{v}$	m : masse relativiste $\vec{v}$: vitesse de la particule
Énergie totale	J	$E = mc^2$	m : masse relativiste
Énergie cinétique		$E_c = E - m_0c^2$	
Relation quantité de mouvement - énergie		$E^2 = p^2c^2 + {m_0}^2c^4$	la quantité $E^2 - p^2c^2$ est invariante

Formulaire : Atomes et particules

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Corps noir. Corps chaud. Gaz chaud sous pression			
Émission énergétique d'un corps quelconque	$\mathrm{W \cdot m^{-2}}$	$M = e\sigma T^4$	M : exitance énergétique e : facteur d'émission $0 \leqslant e \leqslant 1$ T : température en K σ : constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$
Émission du corps noir dans un environnement	$\mathrm{W \cdot m^{-2}}$	$M' = \sigma(T^4 - T_0{}^4)$	T_0 : température de l'environnement en K T : température du corps noir en K
Loi du déplacement de Wien	m	$\lambda_{\max} = \dfrac{b}{T}$	$b = 2,90 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$
Gaz raréfié chaud			
Spectre des raies de l'hydrogène	$\mathrm{m^{-1}}$	$\dfrac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\dfrac{1}{n_\mathrm{f}{}^2} - \dfrac{1}{n_\mathrm{i}{}^2}\right)$	$n_\mathrm{f} = 1, 2, \ldots$ état final $n_\mathrm{i} = 2, 3, \ldots$ état initial R_∞ : constante de Rydberg $R_\infty = 1,097373 \cdot 10^7\ \mathrm{m^{-1}}$
Particules			
Énergie du photon	J	$E = h\nu$	h : constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$ ν : fréquence
Relation de de Broglie	$\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$	$p = \dfrac{h}{\lambda}$	
Relations d'incertitude de Heisenberg	$\mathrm{J \cdot s}$	$\Delta x \cdot \Delta p \gtrsim \hbar$ $\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \hbar$	$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$
Atomes. Noyaux			
Énergie de l'électron de l'atome d'hydrogène	eV	$E_n = -13,6 \cdot \dfrac{1}{n^2}$	n : niveau de l'électron $1\ \mathrm{eV} = 1,60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$
Rayon des noyaux	m	$R \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \cdot A^{\frac{1}{3}}$	A : nombre de masse

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Décroissance radioactive		$N = N_0 \exp(-\lambda t)$	N : nombre de noyaux non désintégrés à l'instant t N_0 : nombre de noyaux initiaux λ : constante de désintégration
Demi-vie		$T_{\frac{1}{2}} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$	$T_{\frac{1}{2}}$: demi-vie = intervalle de temps pour que la moitié des atomes présents initialement se désintègrent
Activité	Bq	$A = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N$	
Radioprotection			
Dose absorbée	Gy	$D_a = \dfrac{\Delta E}{m}$	ΔE : énergie perdue par la radiation m : masse de tissu irradié
Dose équivalente	Sv	$D_e = \sum W_R D_{TR}$	facteur de pondération de la radiation : $1 \leqslant W_R \leqslant 20$ D_{TR} : dose absorbée par un tissu
Dose effective	Sv	$E = \sum W_T W_R D_{TR}$	facteur de pondération du tissu : $0,01 \leqslant W_T \leqslant 0,20$

Constantes physiques

Vitesse de la lumière dans le vide	c	=	$2,99792458$	$\cdot$	10^{8}	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Constante de la gravitation universelle	G	=	$6,67259$	$\cdot$	10^{-11}	$\mathrm{N \cdot m^{2} \cdot kg^{-2}}$
Charge élémentaire	e	=	$1,60218$	$\cdot$	10^{-19}	C
Constante de Planck	h	=	$6,626076$	$\cdot$	10^{-34}	$\mathrm{J \cdot s}$
Constante de Boltzmann	k	=	$1,38066$	$\cdot$	10^{-23}	$\mathrm{J \cdot K^{-1}}$
Masse au repos de l'électron	m_{e}	=	$9,10939$	$\cdot$	10^{-31}	kg
Masse au repos du proton	m_{p}	=	$1,672623$	$\cdot$	10^{-27}	kg
Masse au repos du neutron	m_{n}	=	$1,674929$	$\cdot$	10^{-27}	kg
Nombre d'Avogadro	N_{A}	=	$6,022137$	$\cdot$	10^{23}	$\mathrm{mol^{-1}}$
Volume molaire normal des gaz parfaits	V_0	=	$2,2414$	$\cdot$	10^{-2}	$\mathrm{m^{3} \cdot mol^{-1}}$
Température normale (0 °C)	T_0	=	$273,15$			K
Pression normale	p_0	=	$1,01325$	$\cdot$	10^{5}	Pa
Constante des gaz	R	=	$8,314510$			$\mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	=	$5,67051$	$\cdot$	10^{-8}	$\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$
Constante de Faraday	F	=	$9,64853$	$\cdot$	10^{4}	$\mathrm{C \cdot mol^{-1}}$
Permittivité électrique	ε_0	=	$8,85419$	$\cdot$	10^{-12}	$\mathrm{A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}}$
Perméabilité magnétique	μ_0	=	4π	$\cdot$	10^{-7}	$\mathrm{V \cdot s \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}}$

Unités diverses

Longueur

1 Å (ångström)	=	1	·	10^{-10}	m
1 μ (micron)	=	1	·	10^{-6}	m
1 in (inch)	≈	2,540	·	10^{-2}	m
1 ft (foot) = 12 in	≈	0,3048			m
1 yd (yard) = 3 ft	≈	0,9144			m
1 mile (mille anglais) = 1760 yd	≈	1,609	·	10^{3}	m
1 n. mile (mille marin)	≈	1,852	·	10^{3}	m
1 AL (année lumière)	=	9,4607	·	10^{15}	m
1 pc (parsec)	≈	3,0857	·	10^{16}	m

Aire

1 ha (hectare)	=	1	·	10^{4}	m^2

Volume

1 L ou 1 l (litre) = 1 dm^3	=	1	·	10^{-3}	m^3

Vitesse

1 nœud $\approx 1,852\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$	≈	0,5144	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
1 M (mach)	≈	340	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Masse

1 u (unité de masse atomique)	=	1,6605402	·	10^{-27}	kg
1 t (tonne)	=	1	·	10^{3}	kg

Viscosité

1 daP (décapoise)	=	1			Pa · s

Énergie

1 eV (électronvolt)	=	1,60218	·	10^{-19}	J
1 cal (calorie)	≈	4,186			J
1 kWh (kilowatt·heure)	=	3,6	·	10^{6}	J
1 tec (tonne équivalent charbon)	≈	2,9	·	10^{10}	J
1 tep (tonne équivalent pétrole)	≈	4,19	·	10^{10}	J

Puissance

1 Ch (CV cheval-vapeur) = $75 \cdot 9,81$ W	≈	736			W

Pression

1 bar	=	1	·	10^{5}	Pa
1 atm = 760 mmHg	=	1,01325	·	10^{5}	Pa
1 Torr = 1 mmHg	≈	1,333	·	10^{2}	Pa

Température

Conversions d'unités :

$\theta(^\circ\mathrm{C}) = \frac{5}{9} \cdot [\theta_{\mathrm{F}}(^\circ\mathrm{F}) - 32]$

$\theta(^\circ\mathrm{C}) = T(\mathrm{K}) - 273,15$

Magnétisme

1 G (gauss)	=	1	·	10^{-4}	T

Radioactivité

1 Ci (curie)	=	3,7	·	10^{10}	Bq
1 rd (rad)	=	1	·	10^{-2}	Gy
1 R (röntgen)	=	2,58	·	10^{-4}	$\mathrm{C \cdot kg^{-1}}$
1 rem	=	1	·	10^{-2}	Sv

Tables générales

Avertissement

Les valeurs qui figurent dans les tables suivantes ont été systématiquement exprimées en unités de base du Système International d'Unités (SI), sauf les températures pour lesquelles on a utilisé le degré Celsius (°C).

Sauf indication contraire, la température de référence est de 20 °C.

Pour les gaz, les conditions normales sont la température normale de 0 °C et la pression normale de $1,01325 \cdot 10^5$ Pa.

Signes de renvoi

A	:	à la température de fusion (sublimation)	H	:	$\perp$ axe
B	:	à la température d'ébullition	K	:	$\parallel$ axe
C	:	à −188 °C	L	:	amorphe
D	:	à 100 °C	X	:	à 2000 °C
E	:	à 0 °C	Z	:	à 25 °C
G	:	gaz			

Sources

- Handbook of Chemistry and Physics, 79e édition
- Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchanstalt (EMPA), Dübendorf
- Association suisse de fabricants d'objets en matière plastique, Zurich
- Shell Switzerland, Zurich
- Hecht, Physique, DeBoeck, 1999

	Substances	1. Formule	Masse volumique		
			2. Solide	3. Liquide	4. Gaz (conditions normales)
			ρ (kg · m^{-3})	ρ (kg · m^{-3})	ρ (kg · m^{-3})
1	Acétone	CH_3COCH_3		790	
2	Acier	99 % Fe 0,2 % C	7850		
3	Air	23 % O_2 76 % N_2			1,293
4	Alcool (Éthanol)	CH_3CH_2OH		790	
5	Aluminium	Al	2700		
6	Araldit®	Résine époxy	1200		
7	Argent	Ag	10500		
8	Argon	Ar	1784	B 1400	1,78
9	Azote	N_2	A 1250	B 808	1,25
10	Benzène	C_6H_6		877	
11	Béton		2300–2500		
12	Bois (chêne)		600–750		
13	Bois (ébène)		1110–1330		
14	Bois (épicéa)		440–470		
15	Brique		1100–1200		
16	Brome	Br_2		3100	
17	Bronze	Cu, Sn	8730–8850		
18	Caoutchouc (naturel)	$(C_5H_8)_n$ + 2 % S	930		
19	Carbone (Diamant)	C	3520		
20	Carbone (Graphite)	C	2250		
21	Chlore	Cl_2		B 1560	3,21
22	Chloroforme	$CHCl_3$		1490	
23	Chlorure de polyvinyle (PVC)	$(C_2H_3Cl)_n$	1350		
24	Cobalt	Co	8860		
25	Constantan	60 % Cu 40 % Ni	8900		
26	Cuivre	Cu	8920		
27	Eau	H_2O	A 917	998	D 0,59
28	Essence (avion)			690	
29	Essence (voiture)			725	
30	Étain	Sn	7260		
31	Éther	$(C_2H_5)_2O$		714	
32	Fer	Fe	7870		
33	Fluor	F_2		B 1500	1,69
34	Fonte grise	95 % Fe 5 % C	7100–7300		
35	Gaz carbonique	CO_2	A 1560	B 1100	1,98
36	Germanium	Ge	5320		
37	Glycérine	$C_3H_5(OH)_3$		1260	
38	Granit		2600–2700		
39	Hélium	He		B 147	0,178
40	Huile (arachide)			914	
41	Huile (chauffage)			840	
42	Huile (olive)			918	
43	Huile (transmission de chaleur)			870	

Coefficient de dilatation						
5. Linéique (solide) α (K^{-1})	6. Volumique (liquide) γ (K^{-1})	7. Conductivité thermique λ ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)	8. Résistivité ρ ($\Omega \cdot m$)	9. Coefficient de température de la résistivité α (K^{-1})	Subst.	
		0,162			1	Acétone
$11 \cdot 10^{-6}$		50–60	$(10–13) \cdot 10^{-8}$	$(5,7–6,6) \cdot 10^{-3}$	2	Acier
	G $36,7 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-3}$			3	Air
	$11 \cdot 10^{-4}$	0,169			4	Alcool
$23,1 \cdot 10^{-6}$		237	$2,7 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$	5	Alu.
$60 \cdot 10^{-6}$		0,15	$10 \cdot 10^{13}$		6	Araldit
$19 \cdot 10^{-6}$		427	$1,57 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$	7	Argent
		$17,7 \cdot 10^{-3}$			8	Argon
	G $36,7 \cdot 10^{-4}$	Z $26 \cdot 10^{-3}$			9	Azote
		0,141			10	Benzène
$10 \cdot 10^{-6}$		0,3–1,8	$10^{8}–10^{10}$		11	Béton
H $(45–55) \cdot 10^{-6}$		0,23			12	chêne
					13	ébène
H $(35–45) \cdot 10^{-6}$		0,12	H $10^{10}–10^{14}$		14	épicéa
		0,1–0,5			15	Brique
		Z $0,122 \cdot 10^{-3}$		$0,226 \cdot 10^{-3}$	16	Brome
$(14,6–17,5) \cdot 10^{-6}$		54	$3,6 \cdot 10^{-8}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	17	Bronze
		0,22–0,29	10^{13}		18	Caout.
10^{-6}		10^{3}	10^{14}		19	C Dia.
		5	$1,2 \cdot 10^{-5}$		20	C Gra.
		$8,9 \cdot 10^{-3}$			21	Cl
		0,117			22	Chloro.
$78 \cdot 10^{-6}$		0,14	10^{14}		23	PVC
$13,0 \cdot 10^{-6}$		100	$6,3 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-3}$	24	Cobalt
$15 \cdot 10^{-6}$		22	$49 \cdot 10^{-8}$	10^{-5}	25	Const.
$16,6 \cdot 10^{-6}$		401	$1,68 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-3}$	26	Cuivre
	$2 \cdot 10^{-4}$	0,561	$2 \cdot 10^{5}$		27	Eau
					28	avion
					29	voiture
$20 \cdot 10^{-6}$		66,6	$11 \cdot 10^{-8}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	30	Étain
	$17 \cdot 10^{-4}$	0,138			31	Éther
$12 \cdot 10^{-6}$		80,2	$9,7 \cdot 10^{-8}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$	32	Fer
		$27,9 \cdot 10^{-3}$			33	Fluor
$9 \cdot 10^{-6}$		40–65	$67 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-3}$	34	Fonte
	G $37 \cdot 10^{-4}$	$16,8 \cdot 10^{-3}$			35	CO_2
		60	$46 \cdot 10^{-2}$	$-5 \cdot 10^{-2}$	36	Ge
	$5 \cdot 10^{-4}$	0,292			37	Glycé.
$(5–9) \cdot 10^{-6}$		2–10	$10^{4}–10^{6}$		38	Granit
	G $36,6 \cdot 10^{-4}$	0,15			39	He
					40	arachide
					41	chauff.
					42	olive
	$7 \cdot 10^{-4}$	0,134			43	chaleur

	Substances	Température		Chaleur latente	
		10. Fusion θ_f (°C)	11. Ébullition θ_e (°C)	12. Fusion L_f $(J \cdot kg^{-1})$	13. Vaporisation L_v $(J \cdot kg^{-1})$
1	Acétone	−94,8	56,0	$0{,}98 \cdot 10^5$	$5{,}23 \cdot 10^5$
2	Acier	1515	2500		
3	Air	−220	−194		
4	Alcool (Éthanol)	−114,1	78,2	$1{,}09 \cdot 10^5$	$8{,}5 \cdot 10^5$
5	Aluminium	660,3	2467	$3{,}96 \cdot 10^5$	$108 \cdot 10^5$
6	Araldit				
7	Argent	961,8	2212	$1{,}05 \cdot 10^5$	$23{,}2 \cdot 10^5$
8	Argon	−189,35	−185,8	$0{,}29 \cdot 10^5$	$1{,}63 \cdot 10^5$
9	Azote	−210,0	−196	$0{,}26 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$
10	Benzène	5,5	80,1	$1{,}28 \cdot 10^5$	$3{,}9 \cdot 10^5$
11	Béton				
12	Bois (chêne)				
13	Bois (ébène)				
14	Bois (épicéa)				
15	Brique)				
16	Brome	−7,2	58,8	$0{,}67 \cdot 10^5$	$1{,}84 \cdot 10^5$
17	Bronze	900–1170			
18	Caoutchouc (naturel)	60–90			
19	Carbone (Diamant)				
20	Carbone (Graphite)	3700	4827		$594 \cdot 10^5$
21	Chlore	−101,5	−34,6	$0{,}96 \cdot 10^5$	$2{,}9 \cdot 10^5$
22	Chloroforme	−63,6	61,1		
23	Chlorure de polyvinyle	160			
24	Cobalt	1495	2927	$2{,}75 \cdot 10^5$	$63{,}4 \cdot 10^5$
25	Constantan	≈ 1200			
26	Cuivre	1084	2562	$2{,}05 \cdot 10^5$	$47{,}3 \cdot 10^5$
27	Eau	0	100	$3{,}3 \cdot 10^5$	$23 \cdot 10^5$
28	Essence (avion)	<−60	[40 ; 160]		
29	Essence (voiture)	<−40	[35 ; 200]		
30	Étain	232	2260	$0{,}6 \cdot 10^5$	$24{,}5 \cdot 10^5$
31	Éther	−116,3	34,6	$0{,}98 \cdot 10^5$	$3{,}7 \cdot 10^5$
32	Fer	1538	2861	$2{,}47 \cdot 10^5$	$63{,}1 \cdot 10^5$
33	Fluor	−219,6	−188,1	$0{,}27 \cdot 10^5$	$1{,}71 \cdot 10^5$
34	Fonte grise	1177		$1{,}3 \cdot 10^5$	
35	Gaz carbonique	sous pression −57	−78,5	$1{,}81 \cdot 10^5$	$5{,}9 \cdot 10^5$
36	Germanium	937,4	2833	$4{,}39 \cdot 10^5$	$45{,}5 \cdot 10^5$
37	Glycérine	18,2	290	$2 \cdot 10^5$	
38	Granit	1200–1300			
39	Hélium	−272,2	−268,9	$0{,}04 \cdot 10^5$	$0{,}24 \cdot 10^5$
40	Huile (arachide)	3			
41	Huile (chauffage)	−15			
42	Huile (olive)	−6			
43	Huile (tr. de chaleur)	−10	>360		

Chaleur massique								
14. Solide		15. Liquide		16. Gaz			Substances	
c $(\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}})$		c $(\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}})$		c_p $(\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}})$				
			$2{,}18 \cdot 10^3$		$1{,}3 \cdot 10^3$	1		Acétone
	$0{,}46 \cdot 10^3$					2		Acier
					$1 \cdot 10^3$	3		Air
			$2{,}46 \cdot 10^3$		$1{,}43 \cdot 10^3$	4		Alcool (Éthanol)
	$0{,}897 \cdot 10^3$	X	$1{,}09 \cdot 10^3$			5		Aluminium
						6		Araldit
	$0{,}23 \cdot 10^3$	X	$0{,}28 \cdot 10^3$			7		Argent
				Z	$0{,}52 \cdot 10^3$	8		Argon
				Z	$1{,}04 \cdot 10^3$	9		Azote
			$1{,}74 \cdot 10^3$		$1{,}05 \cdot 10^3$	10		Benzène
	$(0{,}8\text{–}1{,}0) \cdot 10^3$		$(1{,}0\text{–}1{,}1) \cdot 10^3$			11		Béton
	$2{,}4 \cdot 10^3$					12		Bois (chêne)
						13		Bois (ébène)
	$1{,}5 \cdot 10^3$					14		Bois (épicéa)
						15		Brique
		Z	$0{,}42 \cdot 10^3$		$0{,}226 \cdot 10^3$	16		Brome
						17		Bronze
	$2{,}1 \cdot 10^3$					18		Caoutchouc (naturel)
	$0{,}520 \cdot 10^3$					19		Carbone (Diamant)
Z	$0{,}72 \cdot 10^3$					20		Carbone (Graphite)
					$0{,}48 \cdot 10^3$	21		Chlore
						22		Chloroforme
			$1{,}05 \cdot 10^3$			23		Chlorure de polyvinyle (PVC)
	$0{,}420 \cdot 10^3$					24		Cobalt
	$0{,}41 \cdot 10^3$					25		Constantan
	$0{,}39 \cdot 10^3$	X	$0{,}49 \cdot 10^3$			26		Cuivre
E	$2{,}06 \cdot 10^3$		$4{,}18 \cdot 10^3$			27		Eau
						28		Essence (avion)
						29		Essence (voiture)
Z	$0{,}21 \cdot 10^3$	X	$0{,}24 \cdot 10^3$			30		Étain
			$2{,}3 \cdot 10^3$			31		Éther
Z	$0{,}44 \cdot 10^3$	X	$0{,}83 \cdot 10^3$			32		Fer
					$0{,}83 \cdot 10^3$	33		Fluor
	$0{,}53 \cdot 10^3$					34		Fonte grise
					$0{,}84 \cdot 10^3$	35		Gaz carbonique
Z	$0{,}32 \cdot 10^3$					36		Germanium
			$2{,}4 \cdot 10^3$			37		Glycérine
	$\approx 0{,}84 \cdot 10^3$					38		Granit
				Z	$5{,}2 \cdot 10^3$	39		Hélium
						40		Huile (arachide)
						41		Huile (chauffage)
						42		Huile (olive)
			$1{,}87 \cdot 10^3$			43		Huile (transmission de chaleur)

Substances		1. Formule	Masse volumique		
			2. Solide	3. Liquide	4. Gaz (conditions normales)
			ρ ($kg \cdot m^{-3}$)	ρ ($kg \cdot m^{-3}$)	ρ ($kg \cdot m^{-3}$)
44	Hydrogène	H_2		B 70	0,0899
45	Invar	64 % Fe 36 % Ni	8130		
46	Iode	I_2	4930		
47	Krypton	Kr		B 2160	3,74
48	Laiton	70 % Cu 30 % Zn	8470		
49	Liège		120–260		
50	Magnésium	Mg	1740		
51	Manganèse	Mn	7300		
52	Manganine	83 % Ni 13 % Mn 4 % Ni	8400		
53	Marbre	$CaCO_3$	2700–2800		
54	Mélamine-Formol		1500		
55	Mercure	Hg	C 14400	13590	
56	Méthane	CH_4		B 446	0,717
57	Méthanol	CH_3OH		791	
58	Molybdène	Mo	10200		
59	Naphtaline	$C_{10}H_8$	960		
60	Néon	Ne		B 1204	0,9002
61	Nichrome	60 % Ni 12 % Cr 28 % Fe	8200		
62	Nickel	Ni	8900		
63	Nylon	$[NH(CH_2)_6NHCO(CH_2)_6CO]_n$	1140		
64	Or	Au	19300	A 17000	
65	Oxygène	O_2	A 1430	B 1150	1,43
66	Phénol	C_6H_5OH	1060		
67	Platine	Pt	21450		
68	Plomb	Pb	11300		
69	Polyéthylène	$(CH_2)_n$	930		
70	Polypropylène	$(CH_3CHCH_2)_n$	910		
71	Polystyrène	$(C_6H_5CHCH_2)_n$	1050		
72	Polyuréthane		350–650		
73	Quartz (Silice)	SiO_2	2640–2660		
74	Sagex®	$(C_6H_5CHCH_2)_n$	20		
75	Silicium	Si	2320–2340		
76	Sodium	Na	970		
77	Soufre	S_8	2070		
78	Téflon® (PTFE)	$(CF_2)_n$	2160		
79	Titane	Ti	4540		
80	Tungstène	W	19350		
81	Verre (acrylique)		1180		
82	Verre (Pyrex®)		2320		
83	Xénon	Xe		B 3520	5,89
84	Zinc	Zn	7140		
85	Zirconium	Zr	6520		

Coefficient de dilatation						
5. Linéique (solide) α (K^{-1})	6. Volumique (liquide) γ (K^{-1})	7. Conductivité thermique λ ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)	8. Résistivité ρ ($\Omega \cdot m$)	9. Coefficient de température de la résistivité α (K^{-1})	Substances	
	G $36{,}6 \cdot 10^{-4}$	0,18			44	Hydrogène
$2 \cdot 10^{-6}$		11			45	Invar
		0,45	$1{,}3 \cdot 10^{7}$		46	Iode
		$9{,}5 \cdot 10^{-3}$			47	Krypton
$(18\text{–}19) \cdot 10^{-6}$		90–120	$6{,}4 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-3}$	48	Laiton
		$42 \cdot 10^{-3}$			49	Liège
Z $25 \cdot 10^{-6}$		156	$4{,}5 \cdot 10^{-8}$	$16{,}5 \cdot 10^{-3}$	50	Magnésium
$21{,}7 \cdot 10^{-6}$		7,8	$1{,}44 \cdot 10^{-6}$		51	Manganèse
		22	$44 \cdot 10^{-8}$	10^{-5}	52	Manganine
$(6\text{–}26) \cdot 10^{-6}$		5–6	10^{4}–10^{6}		53	Marbre
$40 \cdot 10^{-6}$		0,35	10^{8}		54	Mélamine-F.
	$1{,}8 \cdot 10^{-4}$	8,39	$94 \cdot 10^{-8}$	$9 \cdot 10^{-4}$	55	Mercure
		$34 \cdot 10^{-3}$			56	Méthane
		$20 \cdot 10^{-3}$			57	Méthanol
$48 \cdot 10^{-6}$		138	$5{,}3 \cdot 10^{-8}$		58	Molybdène
					59	Naphtaline
		$49 \cdot 10^{-3}$			60	Néon
		12	$108 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-3}$	61	Nichrome
$13 \cdot 10^{-6}$		90,9	$7{,}2 \cdot 10^{-8}$	$6{,}3 \cdot 10^{-3}$	62	Nickel
$70 \cdot 10^{-6}$		0,1–0,3	$5 \cdot 10^{10}$		63	Nylon
Z $14{,}2 \cdot 10^{-6}$		318	$2{,}21 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-3}$	64	Or
		$2{,}6 \cdot 10^{-3}$			65	Oxygène
					66	Phénol
$9 \cdot 10^{-6}$		71,6	$10{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$	67	Platine
Z $29 \cdot 10^{-6}$		35	$20{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}4 \cdot 10^{-3}$	68	Plomb
$(100\text{–}200) \cdot 10^{-6}$		0,31	10^{15}		69	Polyéthylène
$150 \cdot 10^{-6}$		0,22	10^{14}		70	Polypropylène
$(60\text{–}80) \cdot 10^{-6}$		0,15	$>10^{14}$		71	Polystyrène
$(50\text{–}80) \cdot 10^{-6}$		$18 \cdot 10^{-3}$			72	Polyuréthane
		6–12	K 10^{12}		73	Quartz
		$38 \cdot 10^{-3}$			74	Sagex®
		149	100–2000	$-75 \cdot 10^{-3}$	75	Silicium
		142	$4{,}21 \cdot 10^{-8}$		76	Sodium
		0,20	$2 \cdot 10^{15}$		77	Soufre
$195 \cdot 10^{-6}$		0,23	$>10^{14}$		78	Téflon®
$8{,}5 \cdot 10^{-6}$		22	$4{,}2 \cdot 10^{-8}$		79	Titane
$4{,}5 \cdot 10^{-6}$		173	$5{,}6 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-3}$	80	Tungstène
$68 \cdot 10^{-6}$		0,18	10^{17}		81	Verre
$3 \cdot 10^{-6}$		1,0–1,3	10^{12}		82	Pyrex®
		$5{,}7 \cdot 10^{-3}$			83	Xénon
$35 \cdot 10^{-6}$		116	$5{,}9 \cdot 10^{-8}$	$4{,}2 \cdot 10^{-3}$	84	Zinc
$5{,}7 \cdot 10^{-6}$		22,7	$42 \cdot 10^{-8}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$	85	Zirconium

	Substances	Température		Chaleur latente	
		10. Fusion	11. Ébullition	12. Fusion	13. Vaporisation
		θ_f (°C)	θ_e (°C)	L_f ($J \cdot kg^{-1}$)	L_v ($J \cdot kg^{-1}$)
44	Hydrogène	-259,1	-252,8	$0{,}58 \cdot 10^5$	$4{,}52 \cdot 10^5$
45	Invar	1450			
46	Iode	113,5	184,4	$0{,}6 \cdot 10^5$	
47	Krypton	-157	-153	$0{,}16 \cdot 10^5$	$1{,}08 \cdot 10^5$
48	Laiton	932		$1{,}7 \cdot 10^5$	
49	Liège				
50	Magnésium	650	1090	$3{,}49 \cdot 10^5$	$52{,}4 \cdot 10^5$
51	Manganèse	1245	1961	$2{,}35 \cdot 10^5$	$41{,}8 \cdot 10^5$
52	Manganine	900			
53	Marbre	800			
54	Mélamine-Formol				
55	Mercure	-38,9	356,67	$0{,}11 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$
56	Méthane	-182	-164	$0{,}61 \cdot 10^5$	
57	Méthanol	-93,9	65,1	$0{,}99 \cdot 10^5$	
58	Molybdène	2623	4639	$3{,}9 \cdot 10^5$	$61{,}5 \cdot 10^5$
59	Naphtaline	80,5	218	$1{,}47 \cdot 10^5$	
60	Néon	-248,6	-246,2	$0{,}16 \cdot 10^3$	$0{,}87 \cdot 10^5$
61	Nichrome	1400	3000		
62	Nickel	1455	2730	$2{,}98 \cdot 10^5$	$64{,}3 \cdot 10^5$
63	Nylon	215			
64	Or	1064	2856	$0{,}64 \cdot 10^5$	$16{,}5 \cdot 10^5$
65	Oxygène	-218,4	-183	$0{,}14 \cdot 10^5$	$2{,}13 \cdot 10^5$
66	Phénol	43	181,7	$1{,}2 \cdot 10^5$	
67	Platine	1772	3800	$1{,}01 \cdot 10^5$	$26{,}2 \cdot 10^5$
68	Plomb	327,5	1740	$0{,}25 \cdot 10^5$	$8{,}6 \cdot 10^5$
69	Polyéthylène	120			
70	Polypropylène	165	1740		
71	Polystyrène	>160			
72	Polyuréthane	120			
73	Quartz (Silice)	1610	2400		
74	Sagex®				
75	Silicium	1410	2355	$14{,}12 \cdot 10^5$	$128 \cdot 10^5$
76	Sodium	97,8	882,9	$1{,}15 \cdot 10^5$	$42{,}6 \cdot 10^5$
77	Soufre	112,8	444,7	$0{,}39 \cdot 10^5$	$3{,}12 \cdot 10^5$
78	Téflon®	327			
79	Titane	1675	3260	$4{,}186 \cdot 10^5$	$88{,}8 \cdot 10^5$
80	Tungstène	3410	5660	$1{,}92 \cdot 10^5$	
81	Verre (acrylique)	210			
82	Verre (Pyrex®)	700–1200			
83	Xénon	-111,9	-107,1	$0{,}23 \cdot 10^5$	$0{,}96 \cdot 10^5$
84	Zinc	419,6	907	$1{,}02 \cdot 10^5$	$17{,}6 \cdot 10^5$
85	Zirconium	1855	4409	$2{,}3 \cdot 10^5$	$64{,}7 \cdot 10^5$

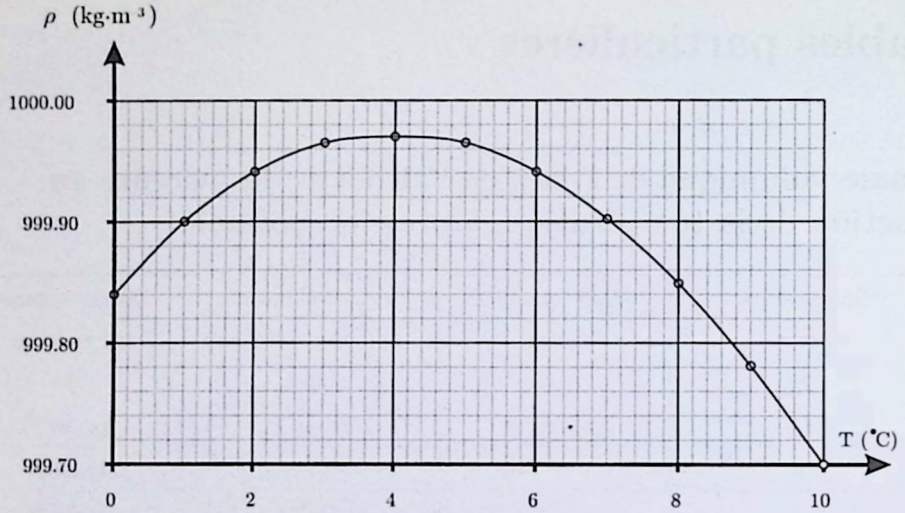
Chaleur massique								Substances	
14. Solide		15. Liquide		16. Gaz					
c $(J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$		c $(J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$		c_p $(J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$					
				Z	$14{,}3 \cdot 10^3$	44	Hydrogène
	$0{,}5 \cdot 10^3$					45	Invar
	$0{,}45 \cdot 10^3$					46	Iode
				Z	$0{,}25 \cdot 10^3$	47	Krypton
	$0{,}39 \cdot 10^3$					48	Laiton
						49	Liège
Z	$1{,}02 \cdot 10^3$	X	$1{,}34 \cdot 10^3$			50	Magnésium
Z	$0{,}48 \cdot 10^3$	X	$0{,}84 \cdot 10^3$			51	Manganèse
						52	Manganine
	$0{,}88 \cdot 10^3$					53	Marbre
	$1{,}38 \cdot 10^3$					54	Mélamine-Formol
		Z	$0{,}14 \cdot 10^3$			55	Mercure
	$0{,}61 \cdot 10^3$		$5{,}78 \cdot 10^3$		$2{,}2 \cdot 10^3$	56	Méthane
			$2{,}72 \cdot 10^3$		$1{,}47 \cdot 10^3$	57	Méthanol
	$0{,}251 \cdot 10^3$					58	Molybdène
						59	Naphtaline
				Z	$1{,}03 \cdot 10^3$	60	Néon
						61	Nichrome
Z	$0{,}145 \cdot 10^3$	X	$0{,}73 \cdot 10^3$			62	Nickel
	$1{,}36 \cdot 10^3$					63	Nylon
Z	$0{,}13 \cdot 10^3$	X	$0{,}15 \cdot 10^3$			64	Or
				Z	$0{,}92 \cdot 10^3$	65	Oxygène
						66	Phénol
Z	$0{,}13 \cdot 10^3$	X	$0{,}18 \cdot 10^3$			67	Platine
Z	$0{,}12 \cdot 10^3$	X	$0{,}14 \cdot 10^3$			68	Plomb
	$(2{,}1–3{,}2) \cdot 10^3$					69	Polyéthylène
	$1{,}6 \cdot 10^3$					70	Polypropylène
						71	Polystyrène
						72	Polyuréthane
	$0{,}8 \cdot 10^3$					73	Quartz (Silice)
						74	Sagex® (Polystyrène expansé)
Z	$0{,}7 \cdot 10^3$	X	$0{,}91 \cdot 10^3$			75	Silicium
Z	$1{,}23 \cdot 10^3$					76	Sodium
Z	$0{,}73 \cdot 10^3$					77	Soufre
	$1{,}05 \cdot 10^3$					78	Téflon® (Polytétrafluoréthylène)
	$0{,}523 \cdot 10^3$					79	Titane
Z	$0{,}13 \cdot 10^3$	X	$0{,}17 \cdot 10^3$			80	Tungstène
	$1{,}45 \cdot 10^3$					81	Verre (acrylique)
	$0{,}83 \cdot 10^3$					82	Verre (Pyrex®)
					$0{,}16 \cdot 10^3$	83	Xénon
Z	$0{,}39 \cdot 10^3$					84	Zinc
	$0{,}278 \cdot 10^3$					85	Zirconium

Tables particulières

Masse volumique de l'eau, de l'alcool et du mercure en fonction de la température, à pression normale

Température θ (°C)	Masse volumique de l'eau ρ ($kg \cdot m^{-3}$)	Masse volumique de l'alcool (éthanol) ρ ($kg \cdot m^{-3}$)	Masse volumique du mercure ρ ($kg \cdot m^{-3}$)
−10		814,57	13 620,3
−5		810,41	13 607,9
0	999,840	806,25	13 595,6
5	999,965	802,07	13 583,3
10	999,700	797,88	13 570,9
15	999,101	793,67	13 558,6
20	998,203	789,45	13 546,3
25	997,039	785,22	13 534,1
30	995,639	780,97	13 521,8
35	994,026	776,71	13 509,6
40	992,211	772,44	13 497,4
50	988,045		13 473,1
60	983,207		13 448,8
70	977,775		13 424,6
80	971,798		13 400,5
90	965,316		13 376,4
100	958,350		13 352,4

Masse volumique de l'eau en fonction de la température entre 0 et 10 °C, à pression normale



La température correspondant à la valeur maximale de ρ est de 3,98 °C

Viscosités de quelques fluides

Liquides		η (Pa · s)
Eau	0 °C	$1{,}8 \cdot 10^{-3}$
Eau	20 °C	$1{,}0 \cdot 10^{-3}$
Eau	40 °C	$0{,}7 \cdot 10^{-3}$
Alcool (éthanol)	20 °C	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$
Glycérine	20 °C	1,5
Huile machine (légère)	40 °C	$3{,}4 \cdot 10^{-2}$
Huile machine (lourde)	40 °C	$13{,}0 \cdot 10^{-2}$
Huile moteur	40 °C	$2{,}4 \cdot 10^{-1}$
Huile moteur	100 °C	$0{,}2 \cdot 10^{-1}$
Mercure	20 °C	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$

Gaz		η (Pa · s)
Air	0 °C	$1{,}7 \cdot 10^{-5}$
Air	20 °C	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
Air	40 °C	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$
Vapeur d'eau	100 °C	$1{,}25 \cdot 10^{-5}$
Vapeur d'eau	200 °C	$1{,}65 \cdot 10^{-5}$
Ammoniac	20 °C	$1 \cdot 10^{-5}$
Azote	20 °C	$1{,}75 \cdot 10^{-5}$
Gaz carbonique	20 °C	$1{,}5 \cdot 10^{-5}$
Hydrogène	20 °C	$0{,}9 \cdot 10^{-5}$
Oxygène	20 °C	$2 \cdot 10^{-5}$

Pouvoirs énergétiques moyens de quelques combustibles

Combustibles	$(J \cdot kg^{-1})$
Acétylène (C_2H_2)	$46 \cdot 10^6$
Alcool (Éthanol)	$27 \cdot 10^6$
Anthracite	$32 \cdot 10^6$
Bois	$16 \cdot 10^6$
Briquette (lignite)	$19 \cdot 10^6$
Butane	$45,6 \cdot 10^6$
Coke	$29 \cdot 10^6$
Essence super	$45 \cdot 10^6$
Gaz naturel (90 % CH_4)	$44 \cdot 10^6$
Houille	$33 \cdot 10^6$
Huile de chauffage (Diesel)	$42 \cdot 10^6$
Huile de table	$39 \cdot 10^6$
Hydrogène	$120 \cdot 10^6$
Méthane (CH_4)	$50 \cdot 10^6$
Pétrole lampant	$40 \cdot 10^6$
Propane (C_3H_8)	$50 \cdot 10^6$
Stéarine (bougie)	$34 \cdot 10^6$
Tourbe	$14 \cdot 10^6$

La combustion libère du gaz carbonique et de la vapeur d'eau, à la différence du tableau des enthalpies de combustion (cf. Chimie) où l'on admet que l'eau est produite à l'état liquide.

Rendements de quelques machines

Machines	%
Générateur électrique	70–99
Pile sèche	90
Moteur électrique industriel	60–90
Pile à combustible hydrogène-oxygène	60
Moteur Diesel	34–50
Fusée à carburant liquide	47
Turbine à vapeur	35–46
Centrale électrique à combustible fossile	40
Centrale électrique à combustible nucléaire	32
Moteur à essence	27
Corps humain	25
Machine à vapeur à pistons	10–25

Rendements de quelques lampes

Lampes	%	$(lm \cdot W^{-1})$
Lampe à incandescence	5–10	7–15
Lampe à basse tension au krypton	10–14	15–20
Tube fluorescent compact	18–46	25–65
Tube fluorescent TL	40–57	55–80
Tube fluorescent TL-HF	64–78	90–110

Rendement lumineux visible, ordre de grandeur.

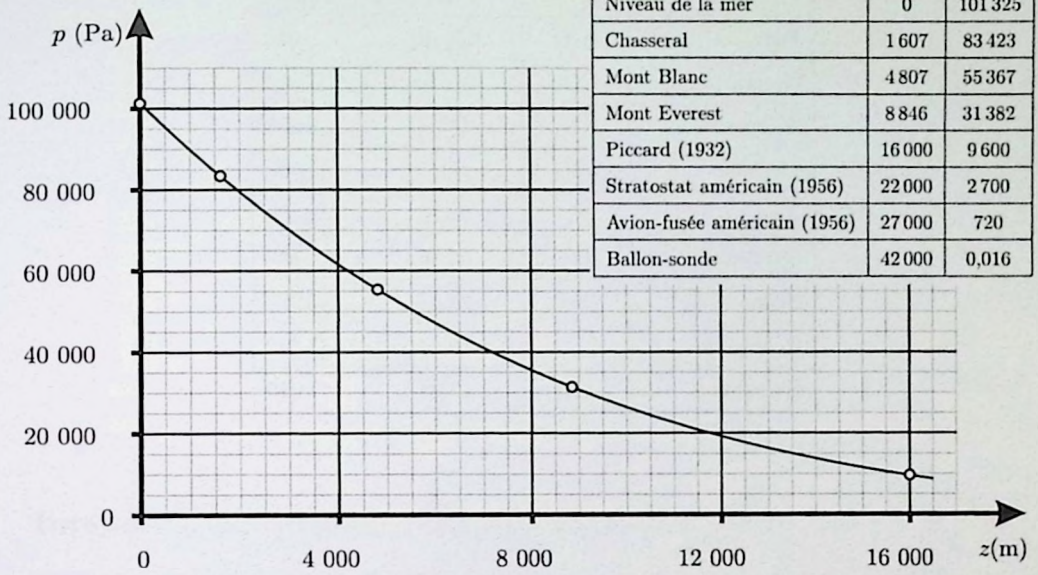
Énergies diverses (ordre de grandeur)

Phénomènes	E (J)
Photon dans le domaine visible	10^{-19}
Électron dans un tube TV	10^{-15}
Clin d'œil	10^{-7}
Proton dans un grand accélérateur	10^{-7}
Pomme en chute libre	1
Balle de tennis	10^{2}
Balle de fusil	10^{4}
Chauffage de l'eau d'un bain	10^{7}
Travail journalier d'un homme	10^{7}
Bombe (1 tonne de TNT)	10^{10}
Éclair (foudre)	10^{10}
Consommation énergétique totale en Suisse, par jour	10^{14}
Bombe H (100 mégatonnes)	10^{18}
Éruption solaire	10^{24}
Explosion d'une supernova	10^{40}

Puissances diverses

Systèmes	P (W)
Corps humain au repos	70–100
Récepteur TV	100
Vélomoteur 50 cm^3	900
Brûleur butane	900
Sèche-cheveux	$(1{,}0–1{,}3)\cdot 10^3$
Plaque électrique	$1{,}5\cdot 10^3$
Corps humain en activité	$(0{,}3–2)\cdot 10^3$
Séchoir à linge	$(5–8)\cdot 10^3$
Voiture de tourisme 1400 cm^3	$40\cdot 10^3$
Locomotive électrique Re 4/4 IV	$5\cdot 10^6$
Centrale nucléaire (Goesgen)	$600\cdot 10^6$
Centrale hydroélectrique (Dixence)	$750\cdot 10^6$

Variation de la pression atmosphérique avec l'altitude



Positions	z (m)	p (Pa)
Niveau de la mer	0	101 325
Chasseral	1 607	83 423
Mont Blanc	4 807	55 367
Mont Everest	8 846	31 382
Piccard (1932)	16 000	9 600
Stratostat américain (1956)	22 000	2 700
Avion-fusée américain (1956)	27 000	720
Ballon-sonde	42 000	0,016

Relation donnée page 197.

Pression de saturation de la vapeur d'eau, en fonction de la température.

(°C)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	611	657	706	758	813	872	935	1 002	1 073	1 148
10	1 228	1 312	1 402	1 497	1 598	1 705	1 818	1 937	2 063	2 197
20	2 338	2 487	2 643	2 809	2 983	3 167	3 360	3 564	3 780	4 005
30	4 243	4 492	4 755	5 030	5 319	5 623	5 941	6 275	6 625	6 992
40	7 375	7 778	8 199	8 639	9 101	9 583	10 086	10 612	11 160	11 735
50	12 334	12 959	13 611	14 292	15 000	15 737	16 505	17 308	18 143	19 012
60	19 916	20 856	21 834	22 849	23 906	25 003	26 143	27 326	28 554	29 828
70	31 157	32 517	33 944	35 424	36 957	38 543	40 183	41 877	43 636	45 463
80	47 343	49 289	51 316	53 409	55 569	57 809	60 115	62 488	64 941	67 474
90	70 096	72 801	75 592	78 474	81 447	84 513	87 675	90 935	94 295	97 757
100	* 101 325	105 000	108 772	112 673	116 665	120 799	125 046	129 403	133 912	138 511
110	143 263	148 148	153 153	158 310	163 620	169 050	174 644	180 378	186 275	192 335

* 101 325 Pa = 760 mmHg. Les pressions sont exprimées en pascals.

Points triples de diverses substances

Substances	Formule	Température (K)	Pression (Pa)
Eau	H_2O	273,16	610
Gaz carbonique	CO_2	216,55	517 000
Ammoniac	NH_3	195,4	6 070
Méthane	CH_4	90,7	11 700
Azote	N_2	63,18	12 500
Oxygène	O_2	54,36	152
Néon	Ne	24,57	43 200
Deutérium		18,63	17 100
Hydrogène	H_2	13,84	7 040

Chaleurs molaires des gaz, valeurs à 20 °C

Gaz	Formule	C_p ($J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)
Air		29,1
Ammoniac	NH_3	36,8
Argon	Ar	20,9
Azote	N_2	29,1
Chlore	Cl_2	33,8
Dioxyde de carbone	CO_2	36,8
Dioxyde de soufre	SO_2	41,0
Éthine (Acétylène)	C_2H_2	43,8
Gaz sulfhydrique	H_2S	35,7
Hélium	He	20,9
Hydrogène	H_2	28,9
Méthane	CH_4	35,6
Néon	Ne	20,8
Oxygène	O_2	29,3

Coefficients de frottements statique et dynamique de quelques matériaux

Matériaux	μ_s	μ
Acier sur acier, sec	0,6	0,4
Corde sur bois	0,5	0,3
Téflon® sur acier	0,04	0,04
Chaussure de montagne sur rocher	1,0	0,8
Semelle de cuir sur bois	0,3	0,2
Pneus de voiture sur béton sec	1,0	0,7–0,8
Téflon® sur Téflon®	0,04	0,04
Bois sur bois	0,5	0,3

Intensités de quelques champs magnétiques

Systèmes	B (T)
Plus petite valeur mesurée sous blindage	$1,6 \cdot 10^{-14}$
Espace interstellaire	10^{-10}
Galaxie	$3 \cdot 10^{-10}$
Composante horizontale du champ magnétique terrestre en Suisse	$0,5 \cdot 10^{-4}$
Ligne de transport à 765 kV, 4 kA, à 16 m (au sol)	$0,5 \cdot 10^{-4}$
TV couleur	10^{-4}
Terre	$3 \cdot 10^{-4}$
Soleil	$5 \cdot 10^{-3}$
Aimant permanent classique	10^{-2}
Tache solaire	10^{-1}
Aimant permanent au néodyme	0,5
Étoile magnétique	1
Électro-aimant : accélérateur de particules	0,014–1,4
Électro-aimant (au maximum, lors d'une impulsion)	20
Électro-aimant : supraconducteur	40
Étoile à neutrons (à la surface)	10^{8}

Indices de réfraction

Indices absolus pour une longueur d'onde $\lambda = 589,3$ nm (raie D du Na) et une température de 20°C

Solides	n
Diamant	2,417
Glace	1,31
Phosphure de gallium	3,5
Plexiglas	1,49
Pyrex®	1,492
Quartz fondu	1,458
Rutile (TiO_2)	2,907
Sel (NaCl)	1,544
Verre	1,5
Verre crown	1,52
Verre flint léger	1,58
Verre flint lourd	1,66
Verre au lanthane	1,80

Solution aqueuse de sucre de canne	
% massique de sucrose	n
0	1,3330
10	1,3479
20	1,3639
30	1,3811
40	1,3997
50	1,4200
60	1,4118
70	1,4651
80	1,4901

Liquides	n
Acétone	1,3588
Benzène	1,5011
Eau	1,3330
Éthanol	1,3611
Éther	1,3526
Glycérine	1,4729
Méthanol	1,3288
Pétrole ordinaire	1,4480
Propanol	1,3850
Sulfure de carbone	1,6277

Gaz ($p = 1 \cdot 10^5$ Pa)	n
Air	1,000293
Azote	1,000297
Hélium	1,000036
Hydrogène	1,000132
Oxygène	1,000271
Vapeur d'alcool éthylique	1,000881
Vapeur d'eau	1,000257
Vapeur d'éther éthylique	1,001535

Oeil humain	n
Cristallin entier	1,38
Humeur aqueuse	1,34

Verres de lunettes minéraux	n	ρ ($kg \cdot m^{-3}$)
Stigmal 18®	1,807	$3,65 \cdot 10^3$
Fit 40®	1,706	$3,21 \cdot 10^3$
Stigmal 15®	1,604	$2,63 \cdot 10^3$

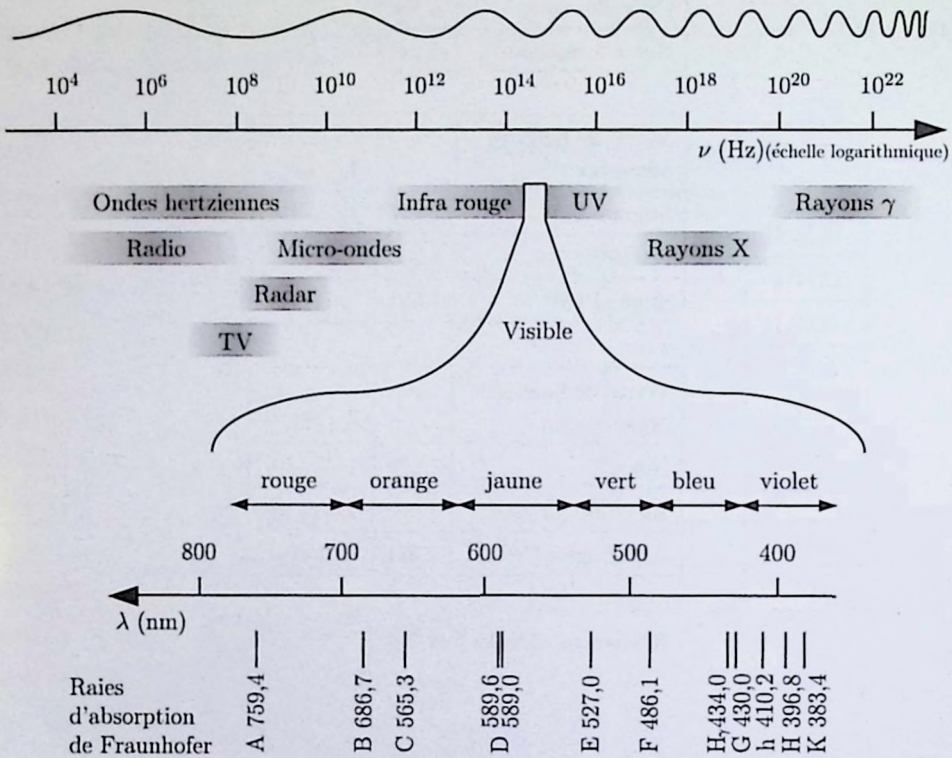
Verres de lunettes organiques	n	ρ ($kg \cdot m^{-3}$)
Nikon®	1,670	$1,35 \cdot 10^3$
As Ormil Crizal®	1,600	$1,36 \cdot 10^3$
As Airmear Crizal®	1,591	$1,2 \cdot 10^3$

Références : Essilor® et Nikon®

Indices absolus à 20°C pour diverses longueurs d'onde

λ (nm)	768,20	656,28	589,30	486,13	434,05	632,8
Couleur	rouge	rouge	jaune	vert-bleu	bleu-violet	rouge-orange
Raie de Fraunhofer	A'	C	D	F	G'	laser
Élément	K	H	Na	H	H	He-Ne
Eau	1,3289	1,3312	1,3330	1,3371	1,3403	1,3317
Glace	1,3062		1,3104	1,3147		
Quartz vitreux	1,4539	1,4563	1,4584	1,4631	1,4669	1,4571
Quartz cristallin						
$\perp$ axe ordinaire	1,5390	1,5419	1,5442	1,5497	1,5539	1,5426
$\perp$ axe extraordinaire	1,5479	1,5509	1,5533	1,5590	1,5634	1,5517
Sulfure de carbone	1,6088	1,6182	1,6277	1,6523	1,6750	1,6211

Tableau des ondes électromagnétiques



Éclairements courants

Lieux	(lx)
En plein soleil	100 000
À l'ombre d'un arbre	20 000
Salle d'opération	10 000
Salle de dessin	1 000
Salle de lecture	300
Atelier ordinaire	200
Éclairage urbain	50
Minimum pour la lecture	10
Limite de la perception de l'œil	10^{-9}

Vitesses des ondes sonores dans différents milieux

Milieux	$(m \cdot s^{-1})$
Granit	6000
Fer à 20 °C	5850
Cuivre à 20 °C	3560
Eau à 20 °C	1485
Vapeur d'eau à 0 °C	401
Air sec à 20 °C	343
Air sec à 0 °C	332

Pressions sonores et niveaux sonores

Au voisinage de	p (Pa)	β (dB)
Décollage d'une fusée Saturne à 100 m	$2 \cdot 10^5$	200
Réacteur d'avion à 25 m *Seuil de la douleur* pour 1 kHz	$2 \cdot 10^2$	140
Avion à 100 m. Orchestre « pop »	$2 \cdot 10^1$	120
Marteau pneumatique	$2 \cdot 10^0$	100
Klaxon d'automobile. Circulation urbaine	$2 \cdot 10^{-1}$	80
Bureau. Conversation	$2 \cdot 10^{-2}$	60
Restaurant calme. Bibliothèque	$2 \cdot 10^{-3}$	40
Forêt calme	$2 \cdot 10^{-4}$	20
Seuil de l'audition pour 1 kHz pression p_0	$2 \cdot 10^{-5}$	0

Niveau sonore : $\beta = 20 \log \dfrac{p}{p_0}$

Fréquences audibles : 20–20000 Hz

Fréquences de la gamme

Gamme de Zarlino (Hz)	Notes	Gamme tempérée de Bach (Hz)
264	Do_3	262
297	Re_3	294
330	Mi_3	330
352	Fa_3	349
396	Sol_3	392
440	La_3 *	440
495	Si_3	494
528	Do_4	523

* Fréquence de référence. Dans la gamme tempérée, un demi-ton correspond à un rapport de fréquence égale à $\sqrt[12]{2}$

Températures et pressions critiques de quelques substances

Substances	T_c (K)	p_c (Pa)
Hélium	5,19	$0{,}299 \cdot 10^6$
Hydrogène	33	$1{,}3 \cdot 10^6$
Azote	126,2	$3{,}4 \cdot 10^6$
Oxygène	154,6	$5{,}08 \cdot 10^6$
Air	132,3	$3{,}77 \cdot 10^6$
Méthane (CH_4)	190,5	$4{,}67 \cdot 10^6$
Dioxyde de carbone (CO_2)	304	$7{,}4 \cdot 10^6$
Eau	647,14	$22{,}1 \cdot 10^6$
Iode	819	–
Mercure	1750	–

Permittivités relatives et résistivités de quelques isolants

Isolants	ε_r	ρ ($\Omega \cdot$ m)
Air	≈ 1	
Ambre jaune	2,5	$1 \cdot 10^{14}$
Caoutchouc vulcanisé	2,7	$1 \cdot 10^{16}$
Chlorure de polyvinyle (PVC)	4,5	$1 \cdot 10^{14}$
Eau pure	80	$2 \cdot 10^5$
Mica	7	$5 \cdot 10^{14}$
Paraffine	2,2	$1 \cdot 10^{16}$

Isolants	ε_r	ρ ($\Omega \cdot$ m)
Plexiglas	3,2	$1 \cdot 10^{17}$
Porcelaine	4–8	10^{12}–10^{14}
Quartz ($\perp$ axe)	4,3	$3 \cdot 10^{14}$
Quartz ($\parallel$ axe)	4	$1 \cdot 10^{12}$
Soufre	4	$2 \cdot 10^{15}$
Téflon®	2	$> 10^{14}$
Verre	3–7	$1 \cdot 10^{12}$

Les particules fondamentales (Modèle standard)

Constituants de la matière

	Nom (saveur)	Symbole	Constitution (en quarks)	Masse (MeV/c^2)	Spin	Charge électrique (e)	Temps de vie (s)
Quarks	haut (up)	u		330		$\frac{2}{3}$	
	bas (down)	d		333		$-\frac{1}{3}$	
	charme	c		$1,65 \cdot 10^3$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	
	étrange (strange)	s		$0,5 \cdot 10^3$		$-\frac{1}{3}$	
	vérité (top)	t		$> 175 \cdot 10^3$		$\frac{2}{3}$	
	beauté (bottom)	b		$4,3 \cdot 10^3$		$-\frac{1}{3}$	
Leptons	neutrino électron	ν_e		$< 10^{-5}$		0	stable
	électron	e		0,51		-1	stable
	neutrino muon	ν_μ		$< 0,2$	$\frac{1}{2}$	0	stable
	muon	μ		106		-1	$2 \cdot 10^{-6}$
	neutrino tau	ν_τ		20		0	?
	tau	τ		1777		-1	$< 5 \cdot 10^{-13}$
Hadrons	proton	p	uud	938		1	stable
Baryons qqq	anti-proton	$\bar{p}$	$\bar{u}\bar{u}\bar{d}$	938		-1	
Antibaryons $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$	neutron	n	udd	940		0	10^3
	lambda	Λ	uds	1116		0	$2 \cdot 10^{-10}$
	sigma	Σ^+	uus	1189	$\frac{1}{2}$	$+1$	$0,8 \cdot 10^{-10}$
		Σ^0	uds	1192		0	$5,8 \cdot 10^{-20}$
		Σ^-	dds	1197		-1	$1,5 \cdot 10^{-10}$
	xi	Ξ^0	uss	1315		0	$2,9 \cdot 10^{-10}$
		Ξ^-	dss	1321		-1	$1,64 \cdot 10^{-10}$
	omega	Ω^-	sss	1672	$\frac{3}{2}$	-1	$0,8 \cdot 10^{-10}$
Mésons $q\bar{q}$	pion	π^+	$u\bar{d}$	140	0	$+1$	$3 \cdot 10^{-8}$
	kaon	K^-	$s\bar{u}$	494	0	-1	10^{-8}
	rho	ρ^+	$u\bar{d}$	770	1	$+1$	
	B-zéro	B^0	$d\bar{b}$	5279	0	0	
	eta-c	η_c	$c\bar{c}$	2980	0	0	

Quarks	u *up*	c *charm*	t *top*	γ *photon*	Particules d´échange
	d *down*	s *strange*	b *bottom*	g *gluon*	
Leptons	ν_e *neutrino e*	ν_μ *neutrino μ*	ν_τ *neutrino τ*	Z *boson Z*	
	e *electron*	μ *muon*	τ *tau*	W *boson W*	

Particules intermédiaires d'échange

Type d'interaction	Particule	Spin	Masse (MeV/c^2)	Charge électrique (e)
Electrofaible unifiée	photon γ	1	0	0
	W^-	1	$8,06 \cdot 10^4$	-1
	W^+	1	$8,06 \cdot 10^4$	+1
	Z^0	1	$9,11 \cdot 10^4$	0
Forte	gluon g	1	0	0
Gravitationnelle	graviton	pas encore observé		

Remarques

Matière et antimatière : À chaque type de particule, il correspond une antiparticule de même masse, de même spin mais de charge opposée (proton et antiproton, électron et positron).

Unité (correspondance avec système SI) :

- charge électrique $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
- masse au repos $\frac{\text{MeV}}{\text{c}^2} = 1,78 \cdot 10^{-30}$ kg
- spin (moment angulaire intrinsèque) $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ J·s

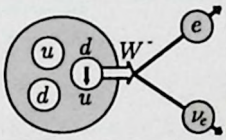
Les interactions fondamentales

Type d'interaction	Particules intermédiaires d'échange	Intervient sur	Intensité relative des forces entre 2 quarks à 10^{-18} m	entre 2 quarks à $3 \cdot 10^{-17}$ m	entre 2 protons dans le noyau
Forte fondamentale	Gluons	Quarks	25	60	–
Forte résiduelle	Mésons	Hadrons (dans noyau atomique)	–	–	20
Electrofaible unifiée	γ	charges électriques des particules	1	1	1
	W^+, W^-, Z^0	Quarks, leptons (dans désintégration β)	0,8	10^{-4}	10^{-7}
Gravitationnelle	graviton (?)	masse-énergie	10^{-41}	10^{-41}	10^{-36}

Exemple

Désintégration β^-

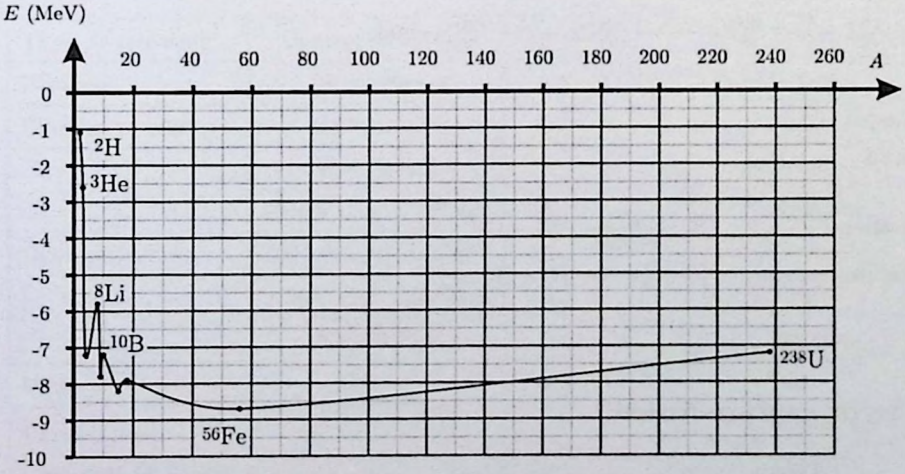
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$



Énergie de liaison nucléaire

A : Nombre de masse atomique (nombre de nucléons)

E : Énergie de liaison par nucléon en MeV



Réactions nucléaires

Désintégration radioactive

$\beta^- : n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ ou $\beta^+ : p \longrightarrow n + e^+ + \nu$

Capture électronique (CE) : $p + e^- \longrightarrow n + \gamma + \nu$

Série U-Ra

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow[T=4{,}5\cdot 10^9\ \mathrm{a}]{\alpha} {}^{234}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta^-} {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow{\beta^-} {}^{234}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$$

$$\xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow{\alpha} {}^{218}_{84}\mathrm{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{214}_{82}\mathrm{Pb} \xrightarrow{\beta^-} {}^{214}_{83}\mathrm{Bi} \xrightarrow{\beta^-} {}^{214}_{84}\mathrm{Po}$$

$$\xrightarrow{\alpha} {}^{210}_{82}\mathrm{Pb} \xrightarrow{\beta^-} {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} \xrightarrow{\beta^-} {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{206}_{82}\mathrm{Pb}\ \text{stable}$$

Série U-Ac

$$^{235}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow[T=7{,}13\cdot 10^8\ \mathrm{a}]{\alpha} \cdots \longrightarrow {}^{207}_{82}\mathrm{Pb}\ \text{stable}$$

Série Iode 139

$$^{139}_{53}\mathrm{I} \xrightarrow{n} {}^{138}_{53}\mathrm{I} \xrightarrow{\beta^-} {}^{138}_{54}\mathrm{Xe} \xrightarrow{\beta^-} {}^{138}_{55}\mathrm{Cs} \xrightarrow{\beta^-} {}^{138}_{56}\mathrm{Ba}\ \text{stable}$$

Carbone 14

Désintégration : $^{14}_{6}\mathrm{C} \xrightarrow[T=5730\ \mathrm{a}]{\beta^-} {}^{14}_{7}\mathrm{N}$

Formation par capture : $^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

Exemples de capture-fission

$$^{238}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \xrightarrow[T=4\cdot 10^9\ \mathrm{a}]{} {}^{239}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow[T=23\ \mathrm{min}]{\beta^-} {}^{239}_{93}\mathrm{Np} \xrightarrow[T=2{,}3\ \mathrm{j}]{\beta^-} {}^{239}_{94}\mathrm{Pu} \xrightarrow[T=2{,}4\cdot 10^4\ \mathrm{a}]{\alpha} \cdots$$

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \xrightarrow[T=7\cdot 10^8\ \mathrm{a}]{} {}^{236}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow[T=2{,}4\cdot 10^7\ \mathrm{a}]{\alpha} \cdots$$

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{95}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{139}_{54}\mathrm{Xe} + 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n} + \gamma$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & & {}^{139}_{55}\mathrm{Cs} \xrightarrow{\beta^-} {}^{139}_{56}\mathrm{Ba} \xrightarrow{\beta^-} {}^{139}_{57}\mathrm{La\ stable} \\
 & & & & & & \uparrow \beta^- \\
 & & & & & & {}^{139}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \\
 & & & & & & \uparrow \\
{}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} & \longrightarrow & {}^{95}_{39}\mathrm{Y} + {}^{141}_{53}\mathrm{I} & \longrightarrow & {}^{140}_{53}\mathrm{I} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} & \longrightarrow & {}^{140}_{54}\mathrm{Xe} \\
 & & \downarrow & & & & \downarrow \beta^- \\
 & & {}^{94}_{39}\mathrm{Y} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} & & & & {}^{140}_{55}\mathrm{Cs} \\
 & & \downarrow \beta^- & & & & \downarrow \beta^- \\
 & & {}^{94}_{40}\mathrm{Zr} & & & & {}^{140}_{56}\mathrm{Ba} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{57}\mathrm{La} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{58}\mathrm{Ce\ stable}
\end{array}
$$

Fusion

Etoiles **(voir p. 214)**

Bombe H

$${}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + 5,5\ \mathrm{MeV}$$

$${}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 19,8\ \mathrm{MeV}$$

Tokamak

$${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

$${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

$${}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n} + 11,3\ \mathrm{MeV}$$

Radioprotection

Facteurs de pondération de la radiation W_R et des tissus W_T

Type de radiation	Domaine d'énergie	W_R
Photons	toute énergie	1
Électron et muons	toute énergie	1
Neutrons	$E < 10$ keV	5
	10 keV $< E <$ 100 keV	10
	100 keV $< E <$ 2 MeV	20
	2 MeV $< E <$ 20 MeV	10
	$E > 20$ MeV	5
Protons		5
Particules α, fragments de fission, noyaux lourds		20

Tissu ou organe	W_T
Gonades	0,20
Moëlle osseuse	0,12
Colon	0,12
Poumons	0,12
Estomac	0,12
Vessie	0,05
Poitrine	0,05
Foie	0,05
Oesophage	0,05
Thyroïde	0,05
Peau	0,01
Surface des os	0,01
Autre	0,05

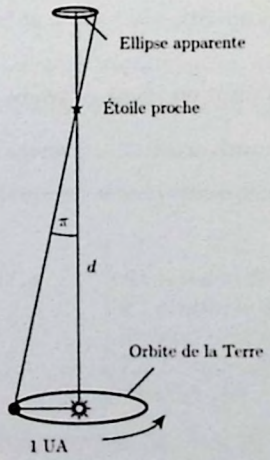
Limite de la dose individuelle selon l'ORaP

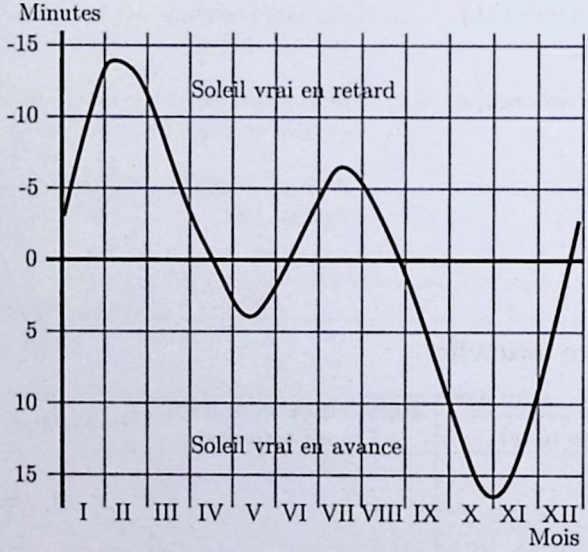
	Valeurs limites par année ($mSv \cdot a^{-1}$)
Professionnels	
Dose effective	
– situation normale	20
– situation exceptionnelle	50
Dose équivalente	
– au cristallin	150
– à la peau	500
– aux extrémités	500
Professionnels : cas particuliers	
– entre 16 et 18 ans	5
– femme enceinte, à l'abdomen	2
– femme enceinte, par ingestion	1
Public	
Dose effective	1
Lors d'irradiation aigüe	
Dose de seuil	500 mSv
Dose semi-létale	5000 mSv

Formulaire : Astronomie

Données et définitions générales

Mesures de distance	
Année lumière (AL) :	distance parcourue par la lumière en 1 an ($9,461 \cdot 10^{15}$ m)
Unité Astronomique (UA) :	demi-grand axe de l'orbite terrestre ($1,496 \cdot 10^{11}$ m)
Parsec (pc) :	distance à laquelle 1 UA est vue sous un angle de $1''$ d'arc ($3,086 \cdot 10^{16}$ m)

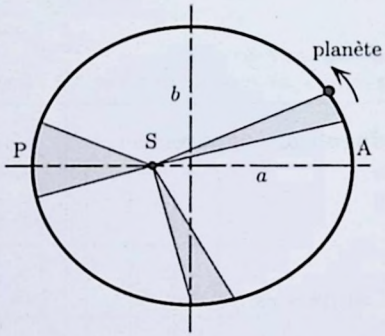
Parallaxe annuelle		
Grandeur physique Intitulé de la loi	**Relation de définition Loi ou formule**	**Remarques, figures**
Définition de la parallaxe annuelle (angle π)	d : distance (pc) π : angle de parallaxe annuelle ($''$) $d = \dfrac{1}{\pi}$	 avec l'approximation des petits angles

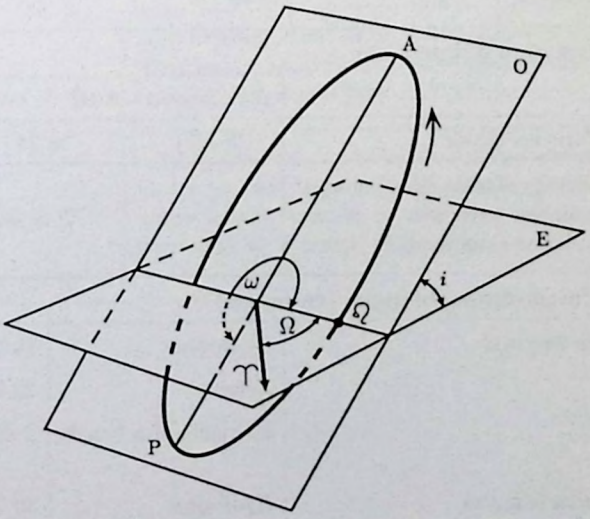
Mesures du temps	
Jour sidéral :	période de révolution apparente de la sphère des étoiles autour de la Terre 1 jour sidéral = 23 heures 56 minutes 4,091 secondes
Jour solaire vrai :	période de révolution apparente du Soleil autour de la Terre (variable)
Jour solaire moyen :	période de révolution d'un Soleil moyen fictif 1 jour solaire moyen = 24 heures
Équation du temps :	différence entre *temps solaire vrai* et *temps solaire moyen* en fonction de la date 
Temps civil ou légal :	temps conventionnel des fuseaux horaires
Temps universel :	temps solaire moyen du méridien de Greenwich

Définitions de photométrie

Grandeur physique Intitulé de la loi	Symbole	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Luminosité d'un astre :	L	puissance totale émise sous forme de rayonnement (W)	
Éclat d'un astre : Loi de Lambert :	E	puissance totale reçue par unité de surface perpendiculaire au rayonnement ($\mathrm{W \cdot m^{-2}}$) $E = \dfrac{L}{4\pi d^2}$	d : distance (m)
Magnitude apparente : Pour deux astres A et B :	m	échelle conventionnelle d'éclat définie par la relation : $m = -\log_{10} E + C$ $m_A - m_B = 2,5 \log_{10} \dfrac{E_B}{E_A}$	C : constante de calibration
Magnitude absolue :	M	magnitude apparente qu'aurait un astre s'il était placé à 10 pc	
Module de distance :	$m - M$	différence entre magnitude apparente et magnitude absolue (sans extinction interstellaire) $m - M = 2,5 \log_{10} d - 5$	d : distance (pc)
Magnitude bolométrique :	m_{bol}	donnée par l'éclat dû à tout l'ensemble du spectre	
Magnitude visuelle :	m_{v}	limitée à l'éclat dû à la partie visible du spectre	
Température effective : Loi de Stefan-Boltzman :	T_{eff}	celle du corps noir qui rayonne la même puissance totale $L = 4\pi R^2 \sigma {T_{\mathrm{eff}}}^4$ $(\sigma = 5,67051 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}})$	R : rayon stellaire (m) σ : constante de Stefan-Boltzmann T_{eff} : température effective (K)

Lois de Kepler

Grandeur physique Intitulé de la loi	Formule	Remarques, figures
Forme empirique (observationnelle) :		
1. Les orbites des planètes sont des ellipses dont le Soleil occupe l'un des foyers		
2. La vitesse orbitale d'une planète varie de façon que le rayon-vecteur Soleil-planète balaye des aires égales en des temps égaux		 A : aphélie (point le plus éloigné du Soleil) P : périhélie (point le plus proche du Soleil) a : demi-grand axe b : demi-petit axe
3. Les périodes des planètes et leurs demi-grands axes sont dans un rapport sesquilatère Pour deux planètes A et B : 3e loi tirée de la loi de la gravitation universelle (forme déduite) :	$\frac{{a_A}^3}{{T_A}^2} = \frac{{a_B}^3}{{T_B}^2}$ $\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}(M+m)$	a : demi-grand axe de l'orbite (m) T : période orbitale (s) G : constante universelle de gravitation $(G = 6,67259 \cdot 10^{-11}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2})$ M : masse du Soleil (kg) m : masse planétaire (kg)

Les 6 éléments orbitaux	
Grandeur physique **Intitulé de la loi**	**Formule, remarques, figures**
Éléments nécessaires pour définir une orbite :	
1. L'inclinaison i du plan de l'orbite par rapport à un plan de référence. Pour les planètes le plan de l'orbite terrestre (écliptique) et pour un satellite de la Terre, le plan équatorial	
2. La longitude Ω du noeud ascendant ☊ relativement à la direction du point vernal ♈	
3. L'argument ω de latitude du périhélie P (ou périgée ou périastre)	
4. Le demi-grand axe a de l'orbite	$a = \frac{1}{2}\mathrm{AP}$
5. L'excentricité de l'orbite e	$e = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$
6. L'instant t de passage au périhélie P O : plan de l'orbite E : plan de l'écliptique	

Le système solaire

Le Soleil

Caractéristiques générales

	Au périhélie	À l'aphélie	Demi-grand axe de l'orbite
Distance Terre-Soleil	$1,471 \cdot 10^{11}$ m	$1,521 \cdot 10^{11}$ m	$1,496 \cdot 10^{11}$ m
Diamètre angulaire apparent	$32' \, 35,6''$	$31' \, 31,3''$	$31' \, 59,3''$

Rayon	$R_\odot = 6,95 \cdot 10^8$ m $= 109,3 \, R_{\text{Terre}}$
Masse	$M_\odot = 1,9891 \cdot 10^{30}$ kg $= 332\,946 \, M_{\text{Terre}}$
Masse volumique moyenne	$\rho_\odot = 1,41 \cdot 10^3$ kg $\cdot$ m$^{-3} = 0,256 \, \rho_{\text{Terre}}$
Accélération de la pesanteur	$g_\odot = 273,4$ m $\cdot$ s$^{-2} = 27,9 \, g_{\text{Terre}}$ (en surface)
Luminosité	$L_\odot = 3,85 \cdot 10^{26}$ W
Constante solaire	$E_\odot = 1,39 \cdot 10^3$ W $\cdot$ m^{-2}
Magnitude visuelle apparente	$m_{\text{v}\odot} = -26,9$
Magnitude visuelle absolue	$M_{\text{v}\odot} = +4,79$
Type spectral	G2 V
Température effective	$T_{\text{eff}} = 5785$ K
Âge	$\tau_\odot = 4,55 \cdot 10^9$ a
Durée de vie totale	$\approx 10^{10}$ a

Rotation différentielle

	À l'équateur	À 60° de latitude	Aux pôles
Période sidérale	25,03 j	≈ 30 j	≈ 34 j
Période synodique en jours (j) pour une latitude λ (relation empirique) :	$T = 26,75 + 5,7 \sin^2 \lambda$		

Composition chimique (en masse)

En moyenne	Hydrogène	75 %	
	Hélium	23 %	
	Éléments plus lourds	2 %	(principalement : O, C, N, Si, Mg, Ne, Fe, S)
Dans le noyau	Hydrogène	36 %	
	Hélium	62 %	
Principales bandes moléculaires identifiées dans l'atmosphère :	OH, NH, CH, SiH, MgH, CaH, C_2, CN, O_2, TiO, MgO, AlO, FeH, CO, H_2O		

Structure interne du soleil	Rayon	Température	
Au centre : ($T_{\odot c}$)	0	$15,5 \cdot 10^6$ K	$p_{\odot c} = 2,2 \cdot 10^{16}$ Pa, $\rho_{\odot c} = 1,64 \cdot 10^5$ kg·m^{-3}
Noyau			Lieu des réactions thermonucléaires (cycle P-P et cycle du CNO). 50 % de la masse solaire concentrée dans ce noyau riche en hélium. Transfert d'énergie radiatif
	$0,25\ R_\odot$	$7,5 \cdot 10^6$ K	
Zone radiative			Composition chimique homogène. Transfert d'énergie radiatif
	$0,8\ R_\odot$	$1,5 \cdot 10^6$ K	
Enveloppe convective			Brassage convectif assurant le transfert d'énergie. Mouvements verticaux de l'ordre du km · s^{-1}
	$1\ R_\odot$	5800 K	

Atmosphère solaire	Altitude	Température	
	0	5800 K	
Photosphère			Mince couche d'où provient le rayonnement solaire. On y voit les *facules*, sommets des cellules de convection
	400 km	4200 K	
Chromosphère			Zone hétérogène formée de fines colonnes de matière, les *spicules*, montant à plusieurs milliers de km à des vitesses jusqu'à 30 km · s^{-1}
	1800 km	8000 K	
Couronne			Auréole blanche peu brillante et très étendue, visible lors des éclipses totales. Matière de très faible densité chauffée par des ondes de choc provenant de la couche convective
	quelques $R_\odot$	10^6 K	

La Terre

Caractéristiques générales

	À l'équateur	Aux pôles	En moyenne
Rayon	$R_e = 6,378\,140 \cdot 10^6$ m	$R_p = 6,356\,777 \cdot 10^6$ m	$6,371\,030 \cdot 10^6$ m

Aplatissement :	$\dfrac{R_e - R_p}{R_e} = 3,35 \cdot 10^{-3}$
Masse	$M_T = 5,9742 \cdot 10^{24}$ kg
Masse volumique moyenne	$\rho_T = 5,517 \cdot 10^3$ kg $\cdot$ m^{-3}
Albédo moyen	0,43
Flux géothermique moyen	$0,06$ W $\cdot$ m^{-2} (en surface)
Champ magnétique moyen	$\approx 5 \cdot 10^{-5}$ T (en surface)
Âge	$\tau_T = 4,55 \cdot 10^9$ a

Accélération de la pesanteur (m $\cdot$ s^{-2}) pour une latitude λ et une altitude h (m) :

$$g_T = 9,780318 \cdot (1 + 5,3024 \cdot 10^{-3} \sin^2 \lambda + 5,9 \cdot 10^{-6} \sin^2 2\lambda - 3,15 \cdot 10^{-7} h)$$

Si $\lambda = 45°$ et $h = 0$ m, alors $g_T = 9,80619$ m $\cdot$ s^{-2}.

Structure interne

	Profondeur (km)	Température (K)	Pression (Pa)	Masse vol. (kg $\cdot$ m^{-3})	Composition
Croûte terrestre					Aluminosilicates de Ca, K et Na. Les plaques de la lithosphère glissent sur l'athénosphère sous-jacente (dérive des continents)
	≈ 30	730	$0,009 \cdot 10^{11}$	$3,32 \cdot 10^3$	
Manteau (solide)					Silicates (olivines et pyroxènes)
	2800	280	$1,3 \cdot 10^{11}$	$5,62 \cdot 10^3$	
Noyau (liquide)					Mélange de Fe-Ni en fusion (avec Cu, Si, S ou O). Par effet dynamo les mouvements de matière créent le champ magnétique terrestre
	5150	3650	$3,3 \cdot 10^{11}$	$16,82 \cdot 10^3$	
Graine (solide)					Même composition que le noyau, mais à l'état solide. (Peut-être plus de Ni)
	6370	≈ 5000	$3,6 \cdot 10^{11}$	$17,2 \cdot 10^3$	

Mouvements de la Terre	
Mouvement diurne	Période sidérale (1 jour sidéral) : $T_s = 23$ h 56 min 4,091 s Inclinaison de l'équateur sur l'écliptique : $23^\circ\ 27,44'$
Mouvement orbital	Année sidérale : 365,256 360 42 j (période orbitale relativement aux étoiles) Année tropique : 365,242 198 79 j (période orbitale relativement au passage à l'équinoxe de printemps) Période de précession : 25 760 a Période de nutation : 18,6 a (amplitude 9″)

Atmosphère terrestre

	Altitude (km)	Température (°C)	
	0	15	
Troposphère			Couche météorologique contenant les 3/4 de la masse atmosphérique. Température décroissante (de 6 à 7 °C par km)
	6 à 18	−85 à −40	
Stratosphère			Couche de température croissante. Ozonosphère entre 20 et 30 km
	50	−20 à +20	
Mésosphère			Couche de température décroissante
	70 à 85	−120 à −50	
Thermosphère			Couche de température croissante. Diverses couches ionisées entre 80 et 400 km (ionosphère)
	500	600	

Modèle d'atmosphère standard OACI

Pression :	$p = p_0(1 - 2,26 \cdot 10^{-5}h)^{5,255}$	p_0 : pression au niveau de la mer ($p_0 = 1013,25$ hPa) h : altitude (m)
Température :	$T = T_0 - 6,5 \cdot 10^{-3}h$	T_0 : température au niveau de la mer ($T_0 = 15$°C) h : altitude (m)

Composition chimique de l'air sec (constante jusque vers 80 km d'altitude)
Pourcentage (en masse) de chaque constituant

N_2	O_2	Ar	CO_2	Ne	He	Kr	Xe	H_2	CH_4	N_2O
75,520	23,140	1,288	0,050	0,001267	0,000072	0,000330	0,000039	0,000003	0,00011	0,00008

La Lune

Caractéristiques générales

	Au périgée	À l'apogée	Demi-grand axe de l'orbite
Distance Terre-Lune	$3,564 \cdot 10^8$ m	$4,067 \cdot 10^8$ m	$3,84404 \cdot 10^8$ m
Diamètre angulaire apparent	$33' \, 31,7''$	$29' \, 22,9''$	$31' \, 05,2''$

Rayon	$R_L = 1,738 \cdot 10^6$ m $= 0,2725 \, R_{\text{Terre}}$
Masse	$M_L = 7,350 \cdot 10^{22}$ kg $= 0,01230 \, M_{\text{Terre}}$
Masse volumique moyenne	$\rho_L = 3,344 \cdot 10^3$ kg $\cdot$ m$^{-3} = 0,6061 \, \rho_{\text{Terre}}$
Accélération de la pesanteur	$g_L = 1,627$ m $\cdot$ s$^{-2} = 0,165 \, g_{\text{Terre}}$ (en surface)
Albédo moyen	0,073
Champ magnétique	(de 5 à 300) 10^{-9} T
Magnitude visuelle apparente	$m_v = -12,7$ (pleine lune)
Température du sol	398 K de jour et 98 K de nuit

Mouvements

Période sidérale	27 j 7 h 43 min 11,5 s
Révolution sur elle-même	27 j 7 h 43 min 11,5 s
Période synodique (entre mêmes aspects)	29 j 12 h 44 min 2,9 s
Inclinaison de l'équateur sur le plan de l'orbite	$6,7°$
Inclinaison du plan de l'orbite sur l'écliptique	$5,9°$
Excentricité de l'orbite	0,0549

Petits objets du système solaire

Astéroïdes ou petites planètes

Constitution :	objets rocheux plus ou moins métalliques
Tailles :	de 1 km à quelques centaines de km
Quantité :	plus de 10 000 identifiés sur 10^6 estimés
Situation :	dans la *ceinture des astéroïdes* (entre les orbites de Mars et de Jupiter) et dans la *ceinture de Kuiper* (entre 50 et 500 UA du Soleil)

Quelques grands astéroïdes

Nom	N°	Rayon (km)	Demi-grand axe (UA)	Excentricité	Inclinaison sur l'écliptique (°)
Cérès	1	457	2,767	0,097	10,61
Pallas	2	261	2,771	0,18	34,81
Vesta	4	250	3,362	0,097	7,14
Hygeia	10	215	3,144	0,136	3,84
Davida	511	168	3,178	0,171	15,94
Interamnia	704	167	3,062	0,081	17,3
Europa	52	156	3,097	0,119	7,44
Eunomia	15	136	2,644	0,143	11,76
Sylvia	87	136	3,486	0,051	10,87
Psyché	16	132	2,922	0,1	3,09
Euphrosyne	31	124	3,156	0,099	26,34
Cybèle	65	123	3,429	0,129	3,55
Junon	3	122	2,67	0,128	13,00
Bamberga	324	121	2,683	0,285	11,14
Camilla	107	118	3,488	0,084	9,93

Comètes

Noyau :	quelques dizaines de km, constitués de glaces incrustées de matières rocheuses
Tête :	enveloppe gazeuse du noyau formée par la sublimation de celui-ci
Queues :	matériaux (poussières et gaz) de la tête poussés par le vent solaire
Situation :	dans le *nuage de Oort* (réservoir sphérique de 50 000 UA de rayon) et dans la ceinture de Kuiper

Comète de Halley		
	Dimensions du noyau	$16 \times 8 \times 7$ km
	Diamètre de la tête	de 50 000 à 250 000 km
	Longueur de la queue	jusqu'à 10^8 km
	Masse	$M = 10^{14}$ kg $= 10^{-11}\ M_{\text{Terre}}$
	Masse volumique moyenne	$\rho = 200\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
	Accélération de la pesanteur	$g = 0,004\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
	Albédo moyen	0,04
	Distance moyenne au Soleil	17,8 UA
	Période de révolution orbitale	T = 76,1 a
	Inclinaison de l'orbite	$i = 18°$ (mouvement rétrograde)
	Excentricité	$e = 0,97$

Les planètes du système solaire

Caractéristiques physiques des planètes

Planète	Masse (M_{Terre})	Taille (R_{Terre})	Masse volumique ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Accélération pesanteur au pole ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
Mercure ☿	0,056	0,387	5440	3,72
Vénus ♀	0,82	0,95	5240	8,85
Terre ♁	1	1	5500	9,81
Mars ♂	0,11	0,53	3940	3,72
Jupiter ♃	317,8	11,19	1310	24,8
Saturne ♄	95,2	9,41	700	10,5
Uranus ♅	14,5	3,98	1300	9,0
Neptune ♆	17,2	3,81	1660	11,0
Pluton ♇	0,0025	0,18	2000	1,0

Caractéristiques des orbites des planètes

Planète	Période sidérale	Période synodique	Demi-grand axe a (UA)	Excentricité e
Mercure ☿	87,969 j	115,88 j	0,357	0,207
Vénus ♀	224,701 j	1 a 218 j	0,723	0,007
Terre ♁	365,256 j	—	1	0,017
Mars ♂	1 a 321 j	2 a 49 j	1,524	0,093
Jupiter ♃	11 a 314 j	1 a 33 j	5,203	0,048
Saturne ♄	29 a 167 j	1 a 13 j	9,5	0,056
Uranus ♅	84 a 7 j	1 a 4 j	19,218	0,046
Neptune ♆	164 a 280 j	1 a 2 j	30,11	0,009
Pluton ♇	251 a 314 j	1 a 1 j	39,8	0,256

Les planètes du système solaire

Caractéristiques physiques des planètes

Vitesse libération ($km \cdot s^{-1}$)	Principaux composants atmosphériques	Température moyenne (°C)	Pression au sol (hPa)	Planète
4,3	—	90	0	Mercure ☿
10,4	CO_2 N_2	460	90000	Vénus ♀
11,2	N_2 O_2	14	1013	Terre ♁
5,0	CO_2 N_2	−60	2 – 10	Mars ♂
60	H_2 He	−150	—	Jupiter ♃
36	H_2 He	−180	—	Saturne ♄
21,2	H_2 He	−210	—	Uranus ♅
23,6	H_2 He	−220	—	Neptune ♆
1,0	—	−230	0	Pluton ♇

Caractéristiques des orbites des planètes

Inclinaison sur l'écliptique i (°)	Longitude du périhélie Ω (°)	Période de rotation (j)	Inclinaison de l'équateur sur l'orbite (°)	Nombre de satellites	Planète
7,00	76,67	58,65	0	0	Mercure ☿
3,39	130,85	243,02	177,4	0	Vénus ♀
0	102,07	1	23,45	1	Terre ♁
1,85	335,57	1,026	24	2	Mars ♂
1,31	13,52	0,414	3,1	$\geqslant 16$	Jupiter ♃
2,49	92,07	0,444	26,7	$\geqslant 23$	Saturne ♄
0,77	169,85	0,718	97,9	$\geqslant 15$	Uranus ♅
1,78	44,17	0,671	28,8	$\geqslant 8$	Neptune ♆
17,14	223,5	6,387	99	1	Pluton ♇

Les satellites naturels des planètes

	Satellite	Découverte	Rayon orbite ($R_{planète}$)	Excentricité	Inclinaison (°)	Période sidérale (j)	Diamètre (km)	Masse (10^{21} kg)	Densité (ρ_{eau})
♁	Lune		60,2	0,0549	18,3–28,6	27,322	3476	73,4	3,34
♂	Phobos	1877 A. Hall	2,76	0,015	1,1	0,318	21,8	0,00001	2,0
	Deimos	1877 A. Hall	6,91	0,0008	0,9–2,7	1,262	11,4	0,000005	1,9
♃	Métis	1979 S. Synnot	1,78	0,0	0,0	0,295	40	—	—
	Adrastée	1979 D. Jewitt	1,88	0,0	0,0	0,295	10	—	—
	Amalthée	1892 E. Barnard	2,53	0,0028	0,4	0,498	220	—	—
	Thébée	1979 S. Synnot	3,1	0,0	1,25	0,6726	80	—	—
	Io	1610 Galilée	5,91	0,0	0,0	1,769	3640	89,2	3,53
	Europe	1610 Galilée	9,4	0,0003	0,0	3,551	3130	48,6	3,03
	Ganymède	1610 Galilée	14,99	0,0015	0,1	7,155	5280	148,9	1,93
	Callisto	1610 Galilée	26,6	0,0075	0,4	16,689	4840	106,4	1,79
	Léda	1974 C. Kowal	156	0,148	26,7	240	10	—	—
	Himalia	1904 C. Perrine	161	0,158	27,6	250	170	—	—
	Elara	1938 S. Nicholson	165	0,207	24,8	260	80	—	—
	Lysithéa	1905 C. Perrine	166	0,13	29	263	24	—	—
	Ananké	1951 S. Nicholson	294	0,17	147	617	20	—	—
	Carmé	1938 S. Nicholson	313	0,21	164	692	30	—	—
	Pasiphaé	1908 P. Melotte	329	0,38	145	739	40	—	—
	Sinopé	1914 S. Nicholson	332	0,28	153	758	28	—	—
♄	Pan	1990 Voyager 2	—	0,0	—	—	10	—	—
	Atlas	1980 R. Terrile	2,27	0,0	—	0,1599	15	—	—
	Prométhée	1980 S. Collins	2,31	0,0	—	0,611	100	—	—
	Pandore	1980 S. Collins	2,34	0,0	—	0,627	100	—	—
	Epiméthée	1966 R. Walker	2,51	0,01	0	0,692	80	—	—
	Janus	1966 A. Dollfus	2,51	0,01	0	0,698	80	—	—
	Mimas	1789 W. Herschel	3,12	0,02	1,5	0,942	390	0,038	1,17
	Enicelade	1789 W. Herschel	3,98	0,0044	0,02	1,37	500	0,084	1,24
	Téthys	1684 G. Cassini	4,9	0,0022	1,08	1,887	1050	0,64	1,26
	Telesto	1980 B. Smith	4,9	0,01	—	1,887	30	—	—
	Calypso	1980 B. Smith	4,9	0,01	—	1,887	20	—	—
	Dioné	1684 G. Cassini	6,26	0,0022	0,02	2,236	1120	1	1,44
	Hélène	1980 P. Laques	6,27	0,01	0,2	2,74	30	—	—
	Rhéa	1672 G. Cassini	8,7	0,0009	0,35	4,517	1530	2,5	1,33
	Titan	1655 C. Huygens	20,3	0,029	0,2	15,94	5140	137	1,9
	Hypérion	1848 W. Bond	24,7	0,104	0,3	21,276	300	—	—
	Japet	1671 G. Cassini	59,3	0,028	14,72	79,33	1440	1,9	1,2
	Phoebé	1898 W. Pickering	216	0,163	150,05	550,45	200	—	—

	Satellite	Découverte	Rayon orbite ($R_{\text{planète}}$)	Excentricité	Inclinaison (°)	Période sidérale (j)	Diamètre (km)	Masse (10^{21} kg)	Densité (ρ_{eau})
♁	Cordelia	1986 Voyager 2	1,95	0,00047	0,19	0,335	25	—	—
	Ophélie	1986 Voyager 2	2,11	0,01	0,09	0,376	30	—	—
	Bianca	1986 Voyager 2	2,3	0,00088	0,16	0,435	40	—	—
	Cressida	1986 Voyager 2	2,4	0,00023	0,04	0,464	60	—	—
	Desdémone	1986 Voyager 2	2,46	0,00023	0,16	0,474	55	—	—
	Juliette	1986 Voyager 2	2,5	0,00058	0,06	0,493	80	—	—
	Portia	1986 Voyager 2	2,58	0,00016	0,09	0,513	100	—	—
	Rosalinde	1986 Voyager 2	2,8	0,0001	0,28	0,558	50	—	—
	Belinda	1986 Voyager 2	2,93	0,00011	0,03	0,624	65	—	—
	Puck	1986 Voyager 2	3,36	0,00005	0,31	0,761	150	—	—
	Miranda	1948 G. Kuiper	5,1	0,017	3,4	1,41	480	0,09	1,35
	Ariel	1851 W. Lassel	7,6	0,0028	0,0	2,52	1180	1,25	1,65
	Umbriel	1851 W. Lassel	10,5	0,0035	0,0	4,144	1220	1,3	1,5
	Titania	1787 W. Herschel	17,2	0,0024	0,0	8,706	1620	3,5	1,68
	Obéron	1787 W. Herschel	23,1	0,00	0,12	13,4	1570	3,00	1,6
♅	Naïade	1989 Voyager 2	1,94	0,00038	4,74	0,294	55	—	—
	Thalassa	1989 Voyager 2	2,00	0,00023	0,21	0,311	80	—	—
	Despina	1989 Voyager 2	2,12	0,00017	0,07	0,335	150	—	—
	Galathée	1989 Voyager 2	2,5	0,00007	0,05	0,429	160	—	—
	Larissa	1989 Voyager 2	2,97	0,00138	2	0,555	200	—	—
	Protée	1989 Voyager 2	4,74	0,00046	0,55	1,122	400	—	—
	Triton	1846 W. Lassel	14,6	0,00002	159,9	5,876	2700	20	2,00
	Néréide	1949 G. Kuiper	228	0,74	27,7	359,8	300	—	—
♇	Charon	1978 J. Kristy	15,8	0	94	6,39	1200	1	1,4

Cette liste n'est pas exhaustive, elle évolue avec les techniques d'observation et la recherche spatiale

Météorites

Poussières et morceaux de matière solide tombant sur la Terre et portés à incandescence vers 100 km d'altitude. Origine généralement cométaire

Masses : – *étoiles filantes* < 1 g

– *bolides* > 1 kg (impact au sol !)

Débit de masse sur Terre $> 10^5$ kg $\cdot$ j^{-1}

Principales grandeurs stellaires caractéristiques

Type spectral
Classification basée sur des critères d'intensités relatives des raies spectrales. Indication de température et de couleur. Types : W, O, B, A, F, G, K, M, R, N, S (par ordre de température décroissante), subdivisés en sous-types numérotés de 0 à 9

Classe de luminosité
Selon les intensités relatives de certaines raies. Classes numérotées de I à V (des supergéantes aux naines). Exemples : Sirius A1 V (bleue), Soleil G2 V (jaune), Arcturus K2 III (rouge)

Masse de 0,04 $M_\odot$ à 150 $M_\odot$

Distribution : beaucoup d'étoiles peu massives, peu d'étoiles de grande masse

Rayon de 10 km à 1000 $R_\odot$

Relation masse-luminosité
Relation approximative pour les naines (séquence principale du diagramme HR) : $\frac{L}{L_\odot} \approx \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{3,5}$

Propriétés des étoiles de la séquence principale

Type spectral	T_{eff} (K)	Masse ($M_\odot$)	Luminosité ($L_\odot$)	Durée de vie sur la SP (a)
O 7,5	38 000	25	80 000	$6 \cdot 10^6$
B 0	33 000	16	10 000	$10 \cdot 10^6$
B 5	17 000	6	600	$60 \cdot 10^6$
A 0	9 500	3	60	$600 \cdot 10^6$
F 0	6 900	1,5	6	$1,8 \cdot 10^9$
G 0	5 800	1	1	$10 \cdot 10^9$
K 0	4 800	0,8	0,4	$20 \cdot 10^9$

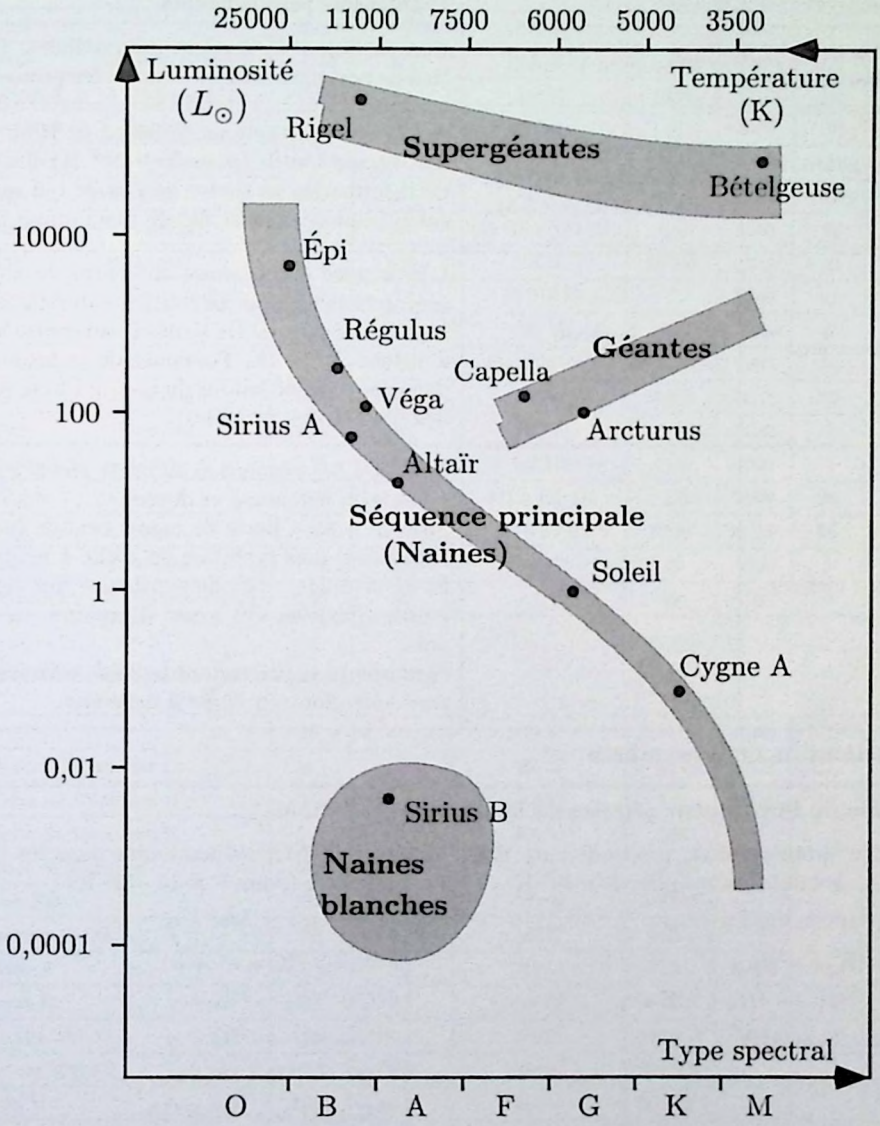
Duplicité

Plus de la moitié des étoiles font partie de systèmes multiples (doubles, triples, etc.)

Exoplanètes

On connaît quelques dizaines d'étoiles qui sont accompagnées de planètes (fin du XXe siècle)

Diagramme de Hertzsprung-Russel



Magnitude absolue en fonction du type spectral
ou
Luminosité en fonction de la température effective

Évolution stellaire et nucléosynthèse

Phases principales de l'évolution stellaire

Phase	Durée	Phénomènes prépondérants
Contraction gravitationnelle	$\approx 10^7$ a pour le Soleil	Concentration de matière interstellaire. Formation de noyaux denses et chauds : les proto-étoiles
Combustion de l'hydrogène	$\approx 1 \cdot 10^{10}$ a si $M = 1\ M_\odot$ $\approx 8 \cdot 10^8$ a si $M = 2\ M_\odot$ $\approx 1 \cdot 10^7$ a si $M = 15\ M_\odot$	Amorçage des réactions de fusion de H au centre des noyaux lourds (pour $T > 10^7$ K). La fusion de H forme He au centre de l'étoile qui est alors sur la séquence principale du diagramme HR
Géante rouge	10 % de la phase précédente	L'hydrogène étant épuisé au centre, le noyau se contracte tandis que les couches extérieures se dilatent. La fusion de He s'amorce au centre lorsque T atteint $2 \cdot 10^8$ K. Poursuite de la fusion de H dans une coquille autour du noyau. Phase souvent instable (étoiles variables)
Phases ultimes		Si $M < 4\ M_\odot$: évolution en *naine blanche* (petite étoile, peu lumineuse et dense) Si $M > 4\ M_\odot$: perte de masse brutale (nova ou supernova) puis évolution en *étoile à neutrons* Si $M > 8\ M_\odot$: l'étoile synthétise des éléments lourds (jusqu'au Fe) avant d'exploser en supernova Si masse du noyau restant $> 2\ M_\odot$: évolution en *trou noir*, sinon en *étoile à neutrons*

Réactions de nucléosynthèse

Fusion de l'hydrogène (étoiles de la séquence principale)

Chaîne proton-proton, prépondérante dans les étoiles de faible masse (pour $T > 10^6$ K) :

$^1\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} \longrightarrow {}^2\mathrm{H} + \mathrm{e}^+ + \nu$

$^2\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} \longrightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma$

$^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} \longrightarrow {}^4\mathrm{He} + 2\,{}^1\mathrm{H} + \gamma$

Bilan : 26,21 MeV

Cycle CNO, prépondérant dans les étoiles massives (pour $T > 15 \cdot 10^6$ K) :

$^{12}\mathrm{C} + {}^1\mathrm{H} \longrightarrow {}^{13}\mathrm{N} + \gamma$

$^{13}\mathrm{N} \longrightarrow {}^{13}\mathrm{C} + \mathrm{e}^+ + \nu$

$^{13}\mathrm{C} + {}^1\mathrm{H} \longrightarrow {}^{14}\mathrm{N} + \gamma$

$^{14}\mathrm{N} + {}^1\mathrm{H} \longrightarrow {}^{15}\mathrm{O} + \gamma$

$^{15}\mathrm{O} \longrightarrow {}^{15}\mathrm{N} + \mathrm{e}^+ + \nu$

$^{15}\mathrm{N} + {}^1\mathrm{H} \longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + {}^4\mathrm{He}$

Bilan : 25,03 MeV

Fusion de l'hélium (étoiles géantes rouges)

Cycle 3 α (pour $T > 100 \cdot 10^6$ K) :

$^4\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \longrightarrow {}^8\mathrm{Be} + \gamma$

$^8\mathrm{Be} + {}^4\mathrm{He} \longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + \gamma$

Bilan : 7,3 MeV

Les étoiles les plus brillantes de notre ciel

	Nom	Nom latin	m	Distance (AL)	Type spectral	L ($L_\odot$)	T (K)	M ($M_\odot$)	R ($R_\odot$)
1	Soleil		−26,9	0,000016	G2 V	1	5800	1	1
2	Sirius	α Canis Majoris	−1,46	8,6	A1 V	23	10000	2,5	2,2
3	Canopus	α Carinae	−0,72	75	F0 II	1200	8000	10	15
4	Arcturus	α Bootis	−0,04	34	K1 IIIb	90	4800	3	15
5	Rigil Kent	α1 Centauri	−0,01	4,3	G2 V	1,4	5500	1	0,9
6	Véga	α Lyrae	0,03	25	A0 Va	40	10500	2,5	1,7
7	Capella	α Aurigae	0,08	41	G5 III + G0 III	120	5000	3	8
8	Rigel	β Orionis	0,12	630	B8 Ia	55000	12000	50	38
9	Procyon	α Canis Minoris	0,38	11	F5 IV–V	7	7000	1,5	1,4
10	Achernar	α Eridani	0,46	130	B3 V	600	18500	8	1,9
11	Bételgeuse	α Orionis	0,5	⩽ 420	M1–2 Ia–Iab	9000	3000	30	1800
12	Hadar	β Centauri	0,61	⩽ 300	B1 III	3900	21500	20	4,3
13	Altaïr	α Aquilae	0,77	16	A7 V	10	8000	2	1,5
14	Aldébaran	α Tauri	0,85	55	K5 III	110	3500	4	30
15	Antarès	α Scorpii	0,96	⩽ 500	M1,5 Iab Ib	⩽ 8800	3000	25	400
16	Spica	α Virgini	0,98	⩽ 300	B1 III–IV+B2 V	3000	21500	18	4
17	Pollux	β Gemini	1,14	35	K0 IIIb	35	5000	3	11
18	Fomalhaut	α Piscis Austrini	1,16	22	A3 V	20	9000	2	2

Les étoiles les plus proches de nous

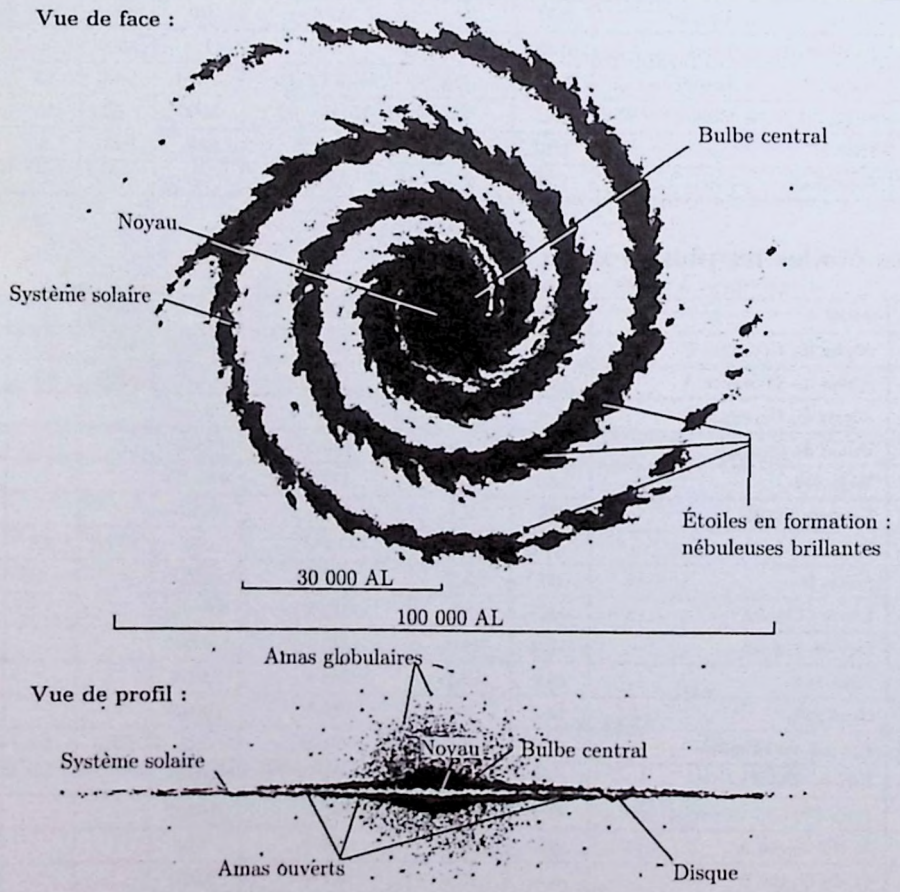
1	Soleil	−26,9	0,000016	G2 V	1	5800	1	1
2	Alpha du Centaure C	10,7	4,238	M5 V	0,00055	6000	1,1	1
3	Alpha du Centaure A	-0,01	4,3	G2 V	1,4	5000	0,7	0,7
4	Alpha du Centaure B	1,4	4,3	K5 V	0,66			
5	Étoile de Barnard	9,5	5,9	M5 V	0,0029			
6	Wolf 359	13,7	7,6	M6 V	0,00015			
7	Lalande 21185	7,5	8,1	M2 V	0,015			
8	Sirius A	−1,46	8,7	A1 V	23	10000	2,5	2,2
9	Sirius B	8,7	8,7	A4 IV	0,002			
10	Luyten 726-8A	12,5	8,9	M6 V	0,00038			
11	Luyten 726-8B	12,9	8,9	M6 V	0,00026			
12	Ross 154	10,6	9,4	M4 V	0,0026			
13	Ross 248	12,2	10,3	M6 V	0,00072			
14	Epsilon de l'Eridan	3,7	10,7	K2 V	0,43	5000	0,7	0,6
15	Luyten 789-6	12,6	10,8	M6 V	0,0006			
16	Ross 128	11,1	10,8	M5 V	0,0022			
17	61 du Cygne A	5,2	11,2	K5 V	0,14			
18	61 du Cygne B	6,0	11,2	K7 V	0,072			

La Voie Lactée

Caractéristiques générales

Nombre total d'étoiles	$(100\text{–}200)\cdot 10^9$
Masse	$\approx 5 \cdot 10^{11}\ M_\odot$
Diamètre du disque	80 000 AL
Épaisseur du disque	2 000 AL
Distance Soleil-centre	26 000 AL
Période de rotation	$220 \cdot 10^6$ a (pour le Soleil)
Masse de matière interstellaire	$1,5 \cdot 10^9\ M_\odot$ sous forme atomique
	$10^9\ M_\odot$ sous forme moléculaire

Structure



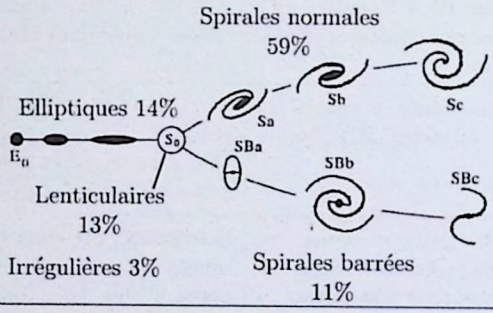
Distribution des constituants		
	Objets	Propriétés
Bras	Objets très jeunes, étoiles O à B3 et supergéantes. Matière interstellaire	$\tau < 10^8$ a. Relativement forte métallicité. Faibles vitesses perpendiculaires au plan galactique ($< 10\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$)
Disque	Objets jeunes, étoiles B5 à M, géantes G à M, naines blanches et nébuleuses planétaires. Amas ouverts	$\tau < 10^{10}$ a. Bras et disque : 90 % de la masse visible dans la Galaxie
Halo	Objets anciens, sous-naines, variables de longues périodes, variables RR Lyrae. Amas globulaires	$\tau \approx 10^{11}$ a. Très faible métallicité. Grandes vitesses perpendiculaires au plan galactique ($\approx 75\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$). 5 % de la masse visible
Centre	Région très riche en étoiles et en matière interstellaire. Source radio très intense et compacte et peut-être trou noir massif	Densité 100 fois supérieure à celle du voisinage solaire. Bulbe central : 5 % de la masse visible de la Galaxie

La matière interstellaire		
Forme	Constitution	Propriétés
Gaz neutre (région HI)	Nuages hétérogènes d'hydrogène atomique et moléculaire. Traces d'autres éléments et molécules (une centaine est connue) parfois complexes (plus de 10 atomes)	$T \approx 1000$–2000 K Densité : $0,1$–10^4 atomes $\cdot$ cm^{-3} Nuages typiques : masse $\approx 10^5\ M_\odot$; taille < 30 AL
Gaz ionisé (région HII)	Masse de gaz dilué et ionisé par le rayonnement UV des étoiles chaudes (O à B5), situées dans les nuages de gaz neutre	T jusqu'à 10^4 K Densité : 10–10^4 atomes $\cdot$ cm^{-3}
Poussières	Grains allongés de graphite, fer et silicates recouverts de glace ou d'ammoniac, représentant environ 1 % de la masse du gaz	Taille des grains $\approx 10^{-7}$ m
Particules cosmiques	Électrons, protons et ions lourds en provenance des vents stellaires, de supernovae et de sources inconnues	Énergie : 10^7–10^{20} eV

Les divers types de galaxies

Les galaxies normales

Classification morphologique des galaxies selon Hubble :



Propriétés des galaxies

	Elliptiques	Spirales	Irrégulières
Masse * ($M_\odot$)	10^6 à 10^{13}	10^9 à 10^{11}	10^7 à 10^{10}
Magnitudes absolues	-9 à -23	-15 à -21	-13 à -18
Luminosité ($L_\odot$)	$3 \cdot 10^5$ à 10^{10}	10^8 à $2 \cdot 10^{10}$	10^7 à 10^8
M/L	50	2 à 20	1
Diamètre (kAL)	2 à 500	20 à 150	5 à 30
Type spectral moyen	G-K	F-G	F-G
Population stellaire dominante	vieille	jeunes (bras) + vieilles (bulbe)	plutôt jeune
Présence de gaz interstellaire	peu	oui	beaucoup
Présence de poussière interstellaire	très peu	oui	oui
Mouvement de rotation	faible	grand	faible

* Les galaxies contiennent une importante quantité de matière obscure dont on ne sait pratiquement rien (problème de la *masse cachée* ou *masse manquante*)

Les galaxies actives

Environ 5 % des galaxies présentent à des degrés divers des propriétés particulières :

- énorme luminosité intrinsèque
- spectres de rayonnement synchrotron ou avec excès dans les domaines X, UV, IR ou radio
- noyau très lumineux relativement à l'objet entier (aspect quasi-stellaire)
- variabilité parfois rapide

Principaux types : galaxies de Seyfert, radio-galaxies, quasars ...

Groupes, amas et superamas de galaxies

Groupes : quelques dizaines de galaxies
Amas : centaines ou milliers de galaxies
Superamas : groupement d'amas

Le Groupe Local

Une trentaine de galaxies (dont la Voie Lactée) situées dans un volume de $3 \cdot 10^6$ AL de rayon. Extension de l'Amas de la Vierge

Galaxie	Type	Distance (10^3 AL)	Diamètre (10^3 AL)	Masse ($10^9\ M_\odot$)	Magn. abs.	Vitesse radiale ($km \cdot s^{-1}$)
La Galaxie (Voie Lactée)	Sb	—	100	150	−20	—
Grand Nuage de Magellan *	Irr I	170	23	10	−18,5	+270
Petit Nuage de Magellan *	Irr I	200	10	20	−16,8	+170
Andromède	Sb	2250	160	300	−21,1	−275
NGC 221 (satellite d'Andromède)	E 2	2150	3	3	−16,4	−210
NGC 205 (satellite d'Andromède)	E 1	2100	6	10	−16,4	−240
Nébuleuse du Triangle	Sc	2250	26	10	−18.9	−190
NGC 147	E 5	2150	3	1	−14,9	−250
NGC 185	E 5	2150	3	1	−15,2	−300
IC 1613	Irr I	2400	3	0,3	−14,8	−240
NGC 6822	Irr I	1500	6	0,4	−15,7	−40
Galaxie du Sculpteur	E	280	3	0,003	−11,7	
Galaxie du Fourneau	E	550	6	0,02	−13,6	+40
Galaxie du Lion I	E 4	750	3	0,003	−11,0	
Galaxie du Lion II	E 1	750	3	0,001	−9,4	
Système du Dragon	naine	220	3	0,0001	−8,6	
Système de la Petite Ourse	naine	220	3	0,0001	−8,8	

* Les Nuages de Magellan sont satellites de la Voie Lactée

Au-delà du Groupe Local		(10^6 AL)	(10^3 AL)	($10^9\ M_\odot$)		($km \cdot s^{-1}$)
M 82 de la Grande Ourse	Irr II	10	23	30	−19,5	+400
M 81 de la Grande Ourse	Sb	10	100	200	−21,0	+80
M 51 des Chiens de Chasse	Sc	13	65	80	−19,7	+550
NGC 5128 du Centaure	E 0p	16	30	1000	−20,0	+260
M 101 de la Grande Ourse	Sc	20	200	300	−20,0	+400
M 83 de l'Hydre	SBc	26	300	1000	−20,5	+320
M 104 de la Vierge	Sa	40	30	500	−22,0	+1050
M 87 de la Vierge	E 1	50	40	300	−22,0	+1220

M : catalogue Messier ; NGC : New General Catalogue

Le Superamas Local

Système aplati d'environ $150 \cdot 10^6$ AL de rayon constitué du Groupe Local, de l'Amas de la Vierge et d'une cinquantaine de groupes

Amas de galaxies proches	Distance 10^6 AL	Nombre d'objets	Vitesse radiale ($km \cdot s^{-1}$)
de la Vierge	70	2 500	+1 150
de Pégase I	230	100	+3 800
des Poissons	235	100	+5 000
du Cancer	280	150	+4 800
de Persée	340	500	+5 400
de la Chevelure de Bérénice	400	1 000	+6 700
de la Grande Ourse III	465	90	
d'Hercule	615	300	+10 300
Amas A	850	400	+15 800
du Centaure	880	300	
de la Grande Ourse I	950	300	+15 400
du Lion	1 095	300	+19 500
Amas B	1 165	300	
des Gémeaux	1 235	200	+23 300
de la Couronne Boréale	1 235	400	+21 600
du Bouvier	2 300	150	+39 400
de la Grande Ourse II	2 400	200	+41 000
de l'Hydre	3 530	—	+60 600

Le Grand Attracteur : Amas de galaxies Abell 3627 (très massif : $5 \cdot 10^{15}\ M_\odot$), situé à plus de $300 \cdot 10^6$ AL du Soleil. Attire le Groupe Local, le Superamas Local et l'Amas de la Vierge

Cosmologie

Observations cosmologiques fondamentales

Abondances cosmiques

Principaux éléments en nombre d'atomes par million d'atomes d'hydrogène

H	He	O	C	N	Ne	Si	Fe	Mg	S	Al	Na	Ni	Ca	Ar	Tous les autres
1 000 000	80 000	700	400	100	100	40	30	30	20	3	2	2	2	1	2

Expansion de l'Univers

Loi de Hubble :	$v = Hd$	v : vitesse de récession ($\mathrm{km \cdot s^{-1}}$) H : constante de Hubble ($\mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$) d : éloignement (Mpc)

H^{-1} : durée caractéristique de l'âge de l'Univers.

$H \approx (62 \pm 10)\ \mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}} \quad \Rightarrow \quad \tau_{\text{Univers}} \approx (13 \pm 2) \cdot 10^9\ \mathrm{a}$

Rayonnement cosmologique

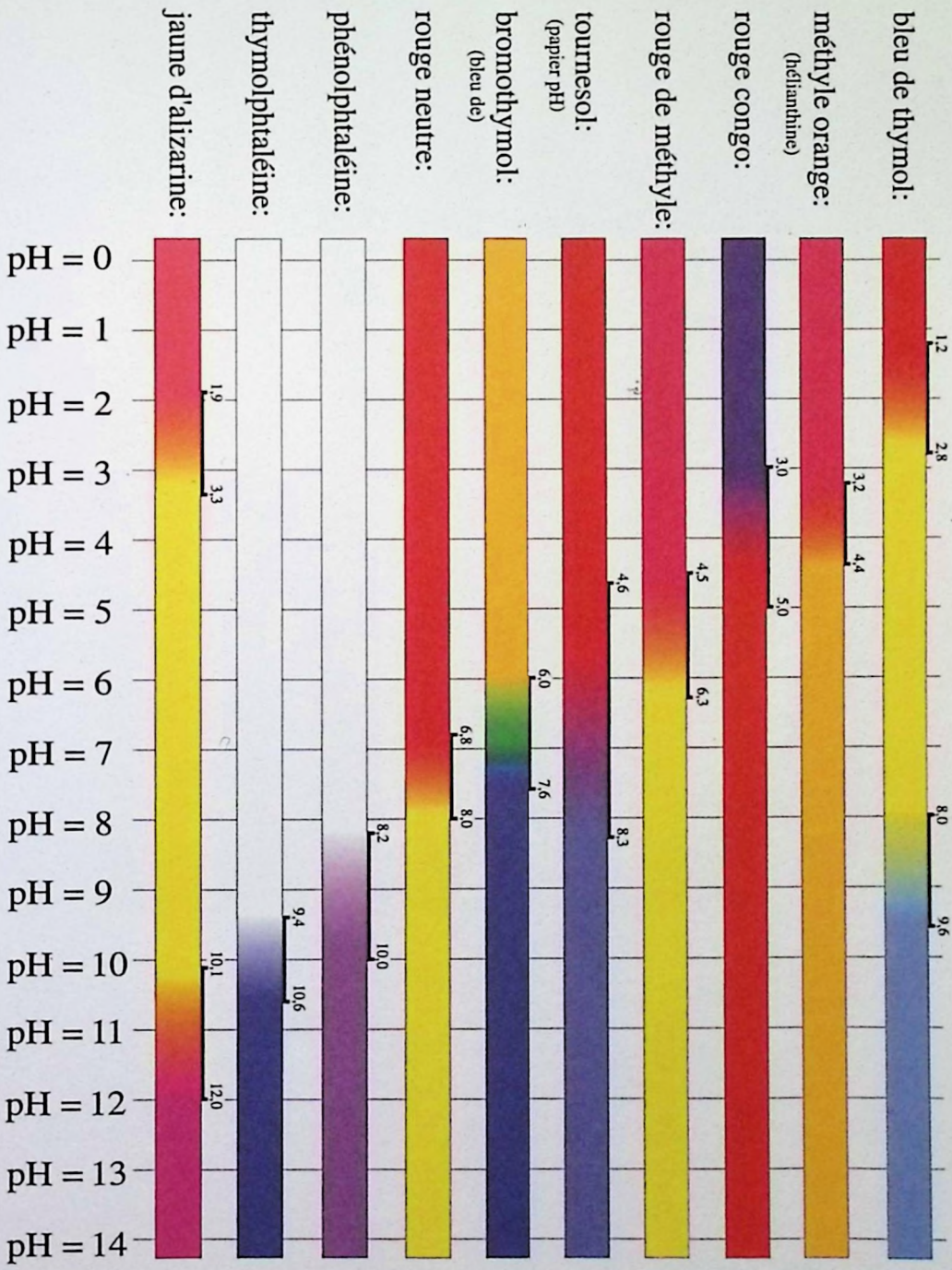
Rayonnement très isotrope montrant une distribution d'énergie du corps noir à 2,73 K

Le scénario du Big Bang			
	Âge *	Température * (K)	Événements
Ère de Planck	$< 10^{-43}$ s	$> 10^{32}$	Flou quantique. La physique de l'Univers est indéterminée
Ère des quarks	$(10^{-43}$–$10^{-32})$ s	10^{32}–10^{27}	L'Univers est formé d'une soupe de photons, de quarks, de leptons et de leurs antiparticules. *Inflation* de 10^{-34} à 10^{-32} s : accélération brusque des processus ; l'Univers enfle brusquement d'un facteur 50
Ère hadronique	$(10^{-32}$–$10^{-5})$ s	10^{27}–10^{12}	Équilibre entre photons et paires hadrons-antihadrons. Puis, lorsque $T < 10^{13}$ K, hadrons et antihadrons s'annihilent, sauf une infime disymétrie de $1/10^9$. *Les protons et les neutrons sont nés*
Ère leptonique	$(10^{-5}$–$10)$ s	10^{12}–10^{10}	Même processus avec les leptons. *Naissance des électrons* en même quantité que les protons : neutralité électrique de l'Univers
Ère radiative	10 s – 300 000 a	10^{10}–3000	Premières minutes : *nucléosynthèse primordiale.* L'univers est alors un mélange de photons, de neutrinos et d'électrons libres avec quelques noyaux légers (75 % H, 25 % He). Ensuite expansion et lent refroidissement
Ère stellaire	> 300 000 a	3 000–2,73	Vers 3 000 K cessation des interactions matière-rayonnement ; les électrons se lient aux noyaux et l'Univers devient transparent. *Les premiers atomes sont nés.* Après environ 10^9 a, formation des galaxies et des étoiles dans lesquelles la *nucléosynthèse stellaire* continue la fabrication des éléments chimiques

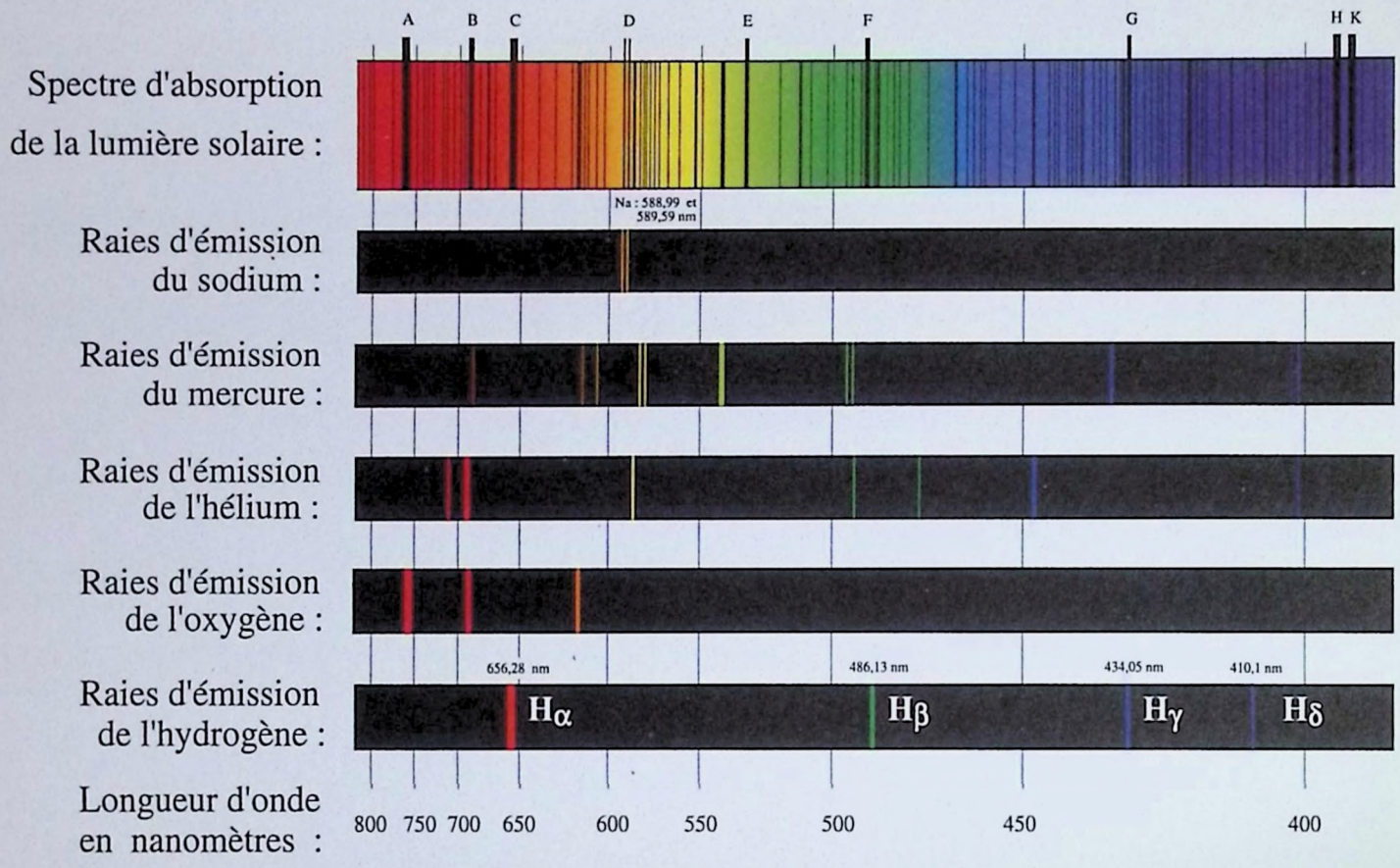
* Valeurs très approximatives dépendant du modèle de Big Bang choisi

Réactions de la nucléosynthèse cosmologique	
Formation du deutérium	$n + {}^1H \longrightarrow {}^2H + \gamma$
Production d'hélium 3	${}^2H + {}^2H \longrightarrow {}^3He + n + \gamma$
Production de tritium	${}^3He + n \longrightarrow {}^3H + {}^1H + \gamma$
Formation de l'hélium	${}^2H + {}^3H \longrightarrow {}^4He + n + \gamma$

Zones de virage d'une sélection d'indicateurs acide/base



Spectres d'absorption (soleil) et d'émission (éléments)



Chimie

Formulaire de chimie

Quantité chimique n d'un corps pur

$$\boxed{n = \frac{m}{M}} \qquad \begin{array}{lcl} n & = & \text{quantité chimique d'une substance [mol]} \\ m & = & \text{masse de l'échantillon [g]} \\ M & = & \text{masse molaire [g/mol]} \end{array} \tag{1}$$

Exemple : 1 kg eau contient $n = \dfrac{1000 \text{ g}}{18.01 \text{ g/mol}} = 55.5$ mol H_2O

Loi des gaz parfaits

$$\boxed{pV = nRT} \qquad \begin{array}{lcl} p & = & \text{pression du gaz [Pa]} \\ V & = & \text{volume du gaz [m}^3\text{]} \\ R & = & \text{constante des gaz parfaits} = 8.314 \text{ J/(K·mol)} \\ T & = & \text{température absolue [K]} \end{array} \tag{2}$$

Exemple : À 273.15 K (0°C) et 1 bar (10^5 Pa), le volume de 1 mol de gaz est $V = 1 \cdot 8.314 \cdot 273.15/10^5 = 0.0227$ m^3.

Mélanges de plusieurs constituants $A, B, C, \ldots$

$$\boxed{x(A) = \frac{n(A)}{n(A) + n(B) + \ldots}} \qquad \begin{array}{lcl} x(A) & = & \text{fraction molaire de l'espèce } A \\ n(A) & = & \text{quantité chimique de } A \text{ [mol]} \end{array} \tag{3}$$

Exemple : Dans l'air sec, la fraction molaire de O_2 est de 0.2095, ou 20.95%

$$\boxed{p(A) = x(A)p} \qquad \begin{array}{lcl} p(A) & = & \text{pression partielle de } A \text{ dans un mélange de gaz} \\ p & = & \text{pression totale mesurée dans le mélange de gaz} \end{array} \tag{4}$$

Exemple : Dans l'air sec à 1 bar, la pression partielle de O_2 est de 0.2095 bar.

Concentration c et solubilité S

$$\boxed{c(A) \equiv [A] = \frac{n(A)}{V}} \qquad \begin{array}{lcl} c(A) & = & \text{concentration molaire du soluté } A \text{ [mol/}\ell\text{] ou [M]} \\ n & = & \text{quantité chimique de soluté [mol]} \\ V & = & \text{volume de la solution [}\ell\text{]} \end{array} \tag{5}$$

Exemple : Si 0.25 ℓ solution contient 0.10 mole NaOH, on a : $c(\text{NaOH}) = [\text{NaOH}] = 0.10/0.25 = 0.40$ M.

$$\boxed{S \equiv c_{max} = \frac{n_{max}}{V}} \qquad \begin{array}{lcl} c_{max} & = & \text{concentration maximum [mol/}\ell\text{]} \\ S & = & \text{solubilité [mol/}\ell\text{]} \end{array} \tag{6}$$

Équilibre chimique $aA + bB \leftrightarrows cC + dD$

Pour la réaction chimique $aA + bB \leftrightarrows cC + dD$, la constante d'équilibre peut être exprimée en fonction des concentrations selon :

$$\boxed{K_c = \frac{[C]^c\,[D]^d}{[A]^a\,[B]^b}} \qquad \begin{array}{lcl} a, b, c, d & = & \text{coefficients stoechiométriques} \\ K_c & = & \text{constante de l'équilibre} \end{array} \tag{7}$$

Exemple : Dans la réaction $Cu^{2+} + 4NH_3 \leftrightarrows [Cu(NH_3)_4]^{2+}$, l'équilibre est atteint, par exemple, quand $[NH_3] = 0.01$ M, $[Cu^{2+}] = 10^{-4}$ M, et $\left[[Cu(NH_3)_4]^{2+}\right] = 0.14$ M, donc la constante d'équilibre vaut : $K_c = 0.14/(10^{-4} \cdot 0.01^4) = 1.4 \cdot 10^{13}$ M^{-4}.

NB : Si l'une des espèces A, B, C ou D est une espèce insoluble dans l'eau (solide ou gaz), sa concentration ne figure pas dans la définition de K_c.

Si A, B, C et D sont des gaz, la constante d'équilibre peut être exprimée en fonction des pressions partielles :

$$\boxed{K_p = \frac{p_C^c\,p_D^d}{p_A^a\,p_B^b}} \qquad \begin{array}{lcl} p_i & = & \text{pression partielle du } i^e \text{ constituant} \\ a, b, c, d & = & \text{coefficients stœchiométriques} \end{array} \tag{8}$$

Exemple : Dans la synthèse de NH_3 selon $N_2 + 3H_2 \leftrightarrows 2NH_3$, l'équilibre à 400°C et 100 bar est atteint quand $p(NH_3) = 25.1$ bar, $p(N_2) = 18.7$ bar, $p(H_2) = 56.2$ bar, donc la constante d'équilibre vaut : $K_p = 25.1^2/(18.7 \cdot 56.2^3) = 1.90 \cdot 10^{-4}$ bar^{-2}.

Produit de solubilité d'un sel K_s

Pour un sel de type MX, comme $AgCl$ ou $BaSO_4$,	$\boxed{K_s = [M^+][X^-]}$	
Pour un sel de type MX_2, comme CaF_2,	$\boxed{K_s = [M^{2+}][X^-]^2}$	(9)
Pour un sel de type M_2X, comme Ag_2CrO_4,	$\boxed{K_s = [M^+]^2[X^{2-}]}$	

Exemple : Comme $AgCl$ a un K_s de $1.8 \cdot 10^{-10}$ M^2, sa solution est caractérisée par $[Ag^+] = [Cl^-] = 1.3 \cdot 10^{-5}$ M.

NB : La solubilité d'un acide ou d'un sel formant des ions chargés $\pm z$ ($z > 2$) est toujours plus élevée que celle issue du calcul de K_s, à cause de la formation d'ions intermédiaires. Par exemple, la solubilité de H_3PO_4 est beaucoup plus élevée que celle du ion PO_4^{3-}.

Exemple : Avec $CaCO_3$, dont $K_s = 4.8 \cdot 10^{-9}$ M^2, un calcul sommaire donne $[Ca^{2+}] = [CO_3^{2-}] = \sqrt{K_s} = 6.9 \cdot 10^{-5}$ M. Mais, suite à l'hydrolyse de CO_3^{2-}, les concentrations réelles sont $[Ca^{2+}] = 1.28 \cdot 10^{-4}$ M, $[CO_3^{2-}] = 3.8 \cdot 10^{-5}$ M, donc $[HCO_3^-] = 9.0 \cdot 10^{-5}$ M.

Produit ionique de l'eau K_e

$$\boxed{K_e = [H_3O^+][OH^-]} \qquad K_e = 10^{-14}\ \text{mol}^2/\ell^2,\ \text{à } 25^\circ\text{C} \tag{10}$$

Exemple : Dans l'eau pure à 25°C , $[H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7}$ mol/ℓ

Solutions d'acides faibles HA

Pour la réaction $HA + H_2O \leftrightarrows H_3O^+ + A^-$, on a :

$$\boxed{K_a = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[HA]}} \qquad \begin{array}{lcl} [HA] & = & \text{concentration du } HA \text{ non dissocié } [\text{mol}/\ell] \\ K_a & = & \text{constante de dissociation acide } [\text{mol}/\ell] \end{array} \tag{11}$$

$$\boxed{pK_a = -\log K_a} \tag{12}$$

- Si $pK_a < 0$, HA est un acide fort.
- Si $pK_a > 0$, HA est un acide faible.

Exemple : L'acide faible CH_3COOH a une constante $K_a = 1.78 \cdot 10^{-5}$, et un $pK_a = 4.75$. En solution 0.01 M, l'équilibre est atteint quand : $[H_3O^+] = [CH_3COO^-] = 4.2 \cdot 10^{-4}$ M, et $[CH_3COOH] = 9.6 \cdot 10^{-3}$ M.

Acidité et pH

$$\boxed{pH = -\log[H_3O^+]} \qquad [H_3O^+] = \text{concentration du ion } H_3O^+\ [\text{mol}/\ell] \tag{13}$$

$$\boxed{[H_3O^+] = 10^{-pH}} \tag{14}$$

pH des solutions d'acides forts

$$\boxed{pH = -\log c_a} \qquad c_a = \text{concentration totale de l'acide } [\text{mol}/\ell] \tag{15}$$

Exemple : Dans une solution de HCl 0.01 M, le pH vaut : $-\log 0.01 = +2$

pH des solutions diluées (< 1 mol/ℓ) d'acides faibles

En solution diluée, un acide faible HA, de pK_a compris entre 0 et 14, est caractérisé par :

$$\boxed{pH = \frac{pK_a - \log c_a}{2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{[H_3O^+] = \sqrt{K_a c_a}} \tag{16}$$

c_a = concentration totale de l'acide HA [mol/ℓ]

Exemple : Dans CH_3COOH 0.1 M ($pK_a = 4.75$), $c_a = 0.1$, et pH = (4.75 + 1) : 2 = 2.88

Solutions de bases fortes

$$\boxed{\mathrm{pH} = 14 + \log c_b} \qquad c_b = \text{concentration totale de la base } [\mathrm{mol}/\ell] \tag{17}$$

Exemple : Dans une solution de NaOH 0.01 M, le pH vaut 12.

Solutions diluées (< 1 mol/ℓ) de bases faibles

En solution diluée, une base faible, dont le $\mathrm{p}K_a$ est compris entre 0 et 14, on a

$$\boxed{\mathrm{pH} = \frac{1}{2}(14 + \mathrm{p}K_a + \log c_b)} \quad \text{ou} \quad \boxed{[\mathrm{H_3O^+}] = \sqrt{\frac{10^{-14}K_a}{c_b}}} \tag{18}$$

c_b = concentration totale de la base $[\mathrm{mol}/\ell]$

Exemple 1 : Dans NH_3 0.1 M ($\mathrm{p}K_a = 9.22$), $c_b = 0.1$, et on a :
$\mathrm{pH} = (14 + 9.22 + \log 0.1) : 2 = 11.11$.

Exemple 2 : Dans CH_3COONa 0.1 M ($\mathrm{p}K_a = 4.75$), $c_b = 0.1$, et on a :
$\mathrm{pH} = (14 + 4.75 + \log 0.1) : 2 = 8.88$.

Solutions tampons

Si une solution diluée contient une base faible, de concentration c_b, et l'acide correspondant en concentration c_a, le pH de la solution est :

$$\boxed{\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_a + \log \frac{c_b}{c_a}} \quad \text{ou} \quad \boxed{[\mathrm{H_3O^+}] = K_a \frac{c_a}{c_b}} \tag{19}$$

Exemple 1 : Dans une solution contenant NH_3 et NH_4Cl, avec $[NH_3] = 0.1$ mol/ℓ et $[NH_4{}^+] = 0.05$ mol/ℓ, on a : $\mathrm{pH} = 9.22 + \log \frac{0.1}{0.05} = 9.52$.

Exemple 2 : Dans une solution où $[CH_3COOH] = 0.1$ mol/ℓ, et $[CH_3COO^-] = 0.02$ mol/ℓ, on a : $\mathrm{pH} = 4.75 + \log \frac{0.02}{0.1} = 4.05$.

Enthalpies de réaction – Loi de Hess

Dans une réaction générale de type $aA + bB \rightarrow xX + yY$, la variation d'enthalpie molaire ΔH_r accompagnant la réaction est donnée par l'expression :

$$\boxed{\Delta H_r = x \cdot \Delta H_f(X) + y \cdot \Delta H_f(Y) - a \cdot \Delta H_f(A) - b \cdot \Delta H_f(B)} \tag{20}$$

où ΔH_f désigne l'enthalpie molaire de formation [kJ/mol]. Voir les tables des pages 235 et 246.

Exemple : Dans l'équation $2\,C_8H_{18}(l) + 25\,O_2 \rightarrow 16\,CO_2 + 18\,H_2O(g)$, la variation d'enthalpie de la réaction vaut :
$\Delta H_r = 16 \cdot (-394\ \mathrm{kJ/mol}) + 18 \cdot (-242\ \mathrm{kJ/mol}) - 2 \cdot (-250\ \mathrm{kJ/mol}) - 25 \cdot 0 = -10160\ \mathrm{kJ/mol}$.

Oxydations et réductions – Équation de Nernst

Dans un équilibre redox défini par la demi-équation $a\,\mathrm{Ox} + z\,\mathrm{e}^- \leftrightarrows b\,\mathrm{Red}$, on a :

$$\boxed{E = E^0 + \frac{RT}{zF}\ln\frac{[\mathrm{Ox}]^a}{[\mathrm{Red}]^b}} \qquad \begin{array}{lcl} \ln x & = & \text{logarithme naturel de } x \\ E^0 & = & \text{potentiel standard de réduction [V]} \\ R & = & \text{constante des gaz parfaits} = 8.314\ \mathrm{J/(mol{\cdot}K)} \\ z & = & \text{nombre d'électrons échangés} \\ T & = & \text{température absolue [K]} \\ F & = & \text{constante de Faraday} = 96500\ \mathrm{A{\cdot}s/mol} \end{array} \tag{21}$$

[Ox] et [Red] désignent les concentrations des espèces oxydantes et réductrices, et les pressions correspondantes, en bar, si Ox et Red sont des gaz.

A 25°C, l'équation précédente devient :

$$\boxed{E = E^0 + \frac{0.0591}{z}\log\frac{[\mathrm{Ox}]^a}{[\mathrm{Red}]^b}} \qquad \log x = \text{logarithme décimal de } x. \tag{22}$$

NB : Si l'une des espèces Ox ou Red est insoluble dans l'eau, sa concentration ne figure pas dans les équations de Nernst.

Exemple : Dans une solution où $[\mathrm{Cu}^{2+}] = 0.01$ M, le potentiel d'une électrode de cuivre Cu vaut : $E(\mathrm{Cu}/\mathrm{Cu}^{2+}) = 0.34\,\mathrm{V} + \frac{0.0591}{2}\log 0.01 = 0.28\,\mathrm{V}$.

Électrolyse – Loi de Faraday

Lorsqu'on dépose un métal Me par électrolyse selon $\mathrm{Me}^{z+} + z\,\mathrm{e}^- \leftrightarrows \mathrm{Me}$, on a :

$$\boxed{m = \frac{MIt}{zF}} \qquad \begin{array}{lcl} m & = & \text{masse du métal Me déposée [g]} \\ z & = & \text{charge du ion } \mathrm{Me}^{z+} \text{ déchargé à la cathode.} \\ M & = & \text{masse molaire du métal Me [g/mol]} \\ I & = & \text{intensité du courant [A]} \\ t & = & \text{temps [s]} \\ F & = & \text{constante de Faraday} = 96500\ \mathrm{A{\cdot}s/mol} \end{array} \tag{23}$$

Exemple : L'électrolyse d'une solution de $\mathrm{CuSO_4}$, sous 6 A, produit en 1 heure une masse de cuivre de

$$m = \frac{63.546\,\mathrm{g/mol}\cdot 6\,\mathrm{A}\cdot 3600\,\mathrm{s}}{2\cdot 96500\,\mathrm{As/mol}} = 7.112\,\mathrm{g\ Cu}.$$

Remarque sur les notations Dans le domaine des sciences expérimentales, les grandeurs extensives (proportionnelles à la quantité de matière) sont symbolisées par des majuscules, et les grandeurs intensives (indépendantes de la quantité de matière) par des minuscules.
Exemple : Le volume est symbolisé par V et la pression par p. Exception : la masse m.

Tables de chimie

Constantes d'acidité de quelques couples acide-base à 25°C

Forme acide	Acide	Base	Forme basique	K_a	pK_a
acide perchlorique	$HClO_4$	ClO_4^-	perchlorate	$\sim 10^9$	−9
acide iodhydrique	HI	I^-	iodure	$\sim 10^9$	−9
acide bromhydrique	HBr	Br^-	bromure	$\sim 10^9$	−9
acide chlorhydrique	HCl	Cl^-	chlorure	$\sim 10^7$	−7
acide sulfurique	H_2SO_4	HSO_4^-	hydrogénosulfate	$\sim 10^2$	−2
hydronium	H_3O^+	H_2O	eau	55.5	−1.74
acide nitrique	HNO_3	NO_3^-	nitrate	25	−1.4
acide sulfureux	H_2SO_3	HSO_3^-	hydrogénosulfite	$1.58 \cdot 10^{-2}$	1.8
hydrogénosulfate	HSO_4^-	SO_4^{2-}	sulfate	$1.20 \cdot 10^{-2}$	1.92
acide phosphorique	H_3PO_4	$H_2PO_4^-$	dihydrogénophosphate	$7.59 \cdot 10^{-3}$	2.12
hexaaqua-fer(III)	$[Fe(H_2O)_6]^{3+}$	$[Fe(H_2O)_5(OH)]^{2+}$		$6.03 \cdot 10^{-3}$	2.22
acide chloracétique	$ClCH_2COOH$	$ClCH_2COO^-$	chloracétate	$1.38 \cdot 10^{-3}$	2.86
acide fluorhydrique	HF	F^-	fluorure	$6.76 \cdot 10^{-4}$	3.17
acide nitreux	HNO_2	NO_2^-	nitrite	$4.57 \cdot 10^{-4}$	3.34
acide formique	$HCOOH$	$HCOO^-$	formiate	$1.78 \cdot 10^{-4}$	3.75
phénylammonium	$C_6H_5NH_3^+$	$C_6H_5NH_2$	aniline	$2.40 \cdot 10^{-5}$	4.62
acide acétique	CH_3COOH	CH_3COO^-	acétate	$1.78 \cdot 10^{-5}$	4.75
hexaaqua-aluminium(III)	$[Al(H_2O)_6]^{3+}$	$[Al(H_2O)_5(OH)]^{2+}$		$1.29 \cdot 10^{-5}$	4.89
acide carbonique	H_2CO_3 [a]	HCO_3^-	hydrogénocarbonate	$4.47 \cdot 10^{-7}$	6.35
acide sulfhydrique	H_2S	HS^-	hydrogénosulfure	$9.12 \cdot 10^{-8}$	7.04
hydrogénosulfite	HSO_3^-	SO_3^{2-}	sulfite	$6.17 \cdot 10^{-8}$	7.21
dihydrogénophosphate	$H_2PO_4^-$	HPO_4^{2-}	hydrogénophosphate	$6.17 \cdot 10^{-8}$	7.21
acide hypochloreux	$HClO$	ClO^-	hypochlorite	$3.63 \cdot 10^{-8}$	7.44
ammonium	NH_4^+	NH_3	ammoniac	$6.03 \cdot 10^{-10}$	9.22
acide cyanhydrique	HCN	CN^-	cyanure	$6.03 \cdot 10^{-10}$	9.22
acide borique	H_3BO_3	$H_2BO_3^-$	dihydrogénoborate	$5.75 \cdot 10^{-10}$	9.24
phénol	C_6H_5OH	$C_6H_5O^-$	phénolate	$1.29 \cdot 10^{-10}$	9.89
hydrogénocarbonate	HCO_3^-	CO_3^{2-}	carbonate	$5.62 \cdot 10^{-11}$	10.25
hydrogénosulfure	HS^-	S^{2-}	sulfure	$1.10 \cdot 10^{-12}$	11.96
hydrogénophosphate	HPO_4^{2-}	PO_4^{3-}	phosphate	$4.27 \cdot 10^{-13}$	12.37
eau	H_2O	OH^-	hydroxyde	$1.8 \cdot 10^{-16}$	15.74
éthanol	C_2H_5OH	$C_2H_5O^-$	éthanolate	$1.2 \cdot 10^{-16}$	15.9
hydroxyde	OH^-	O^{2-}	oxyde	$\sim 10^{-36}$	36

[a] À tout pH, le CO_2 dissous, non transformé en ion, est à 99.72% sous forme CO_2 et à 0.28% sous forme H_2CO_3.

Produit ionique de l'eau K_e et pH en fonction de T

T	K_e	pH (eau pure)	pH (HCl 0.1 M)	pH (NaOH 1 M)
0°C	$0.114 \cdot 10^{-14}$	7.47	1.00	14.94
20°C	$0.681 \cdot 10^{-14}$	7.08	1.00	14.16
25°C	$1.008 \cdot 10^{-14}$	7.00	1.00	14.00
30°C	$1.469 \cdot 10^{-14}$	6.92	1.00	13.84
100°C	$54 \cdot 10^{-14}$	6.13	1.00	12.26

pH de boissons et liquides divers

Boissons

Solution	pH
Jus de citron	1.8 – 2.3
Vinaigre	2.4 – 3.4
Vin	2.8 – 3.8
Jus de pommes	2.9 – 3.3
Jus de grapefruit	3.0 – 3.3
Boissons au cola	3.1 – 3.3
Jus de tomates	4.0 – 4.4
Bière	4.0 – 5.5
Jus de carottes	4.9 – 5.3
Lait de vache	6.3 – 6.6
Eau potable	5.5 – 8.0

Liquides organiques et divers

Solution	pH
Suc gastrique	1.0 – 2.3
Salive	5.8 – 7.1
Urine	4.8 – 7.4
Lait maternel	6.6 – 7.6
Bile	6.8 – 7.0
Plasma sanguin	7.3 – 7.5
Suc pancréatique	7.8 – 8.2
Eau du lac Léman	7.5 – 8.5
Eau de mer	7.8 – 8.2
Eau de savon	8.2 – 8.7
Eau de chaux	12.3

ncentrations usuelles de quelques acides et bases

Nom	Formule	%m/m	Densité d_4^{20}	Concentration approximative [mol/ℓ]	Concentration approximative [g/ℓ]
Acide acétique glacial	CH_3COOH	99	1.06	18	1050
Acide chlorhydrique concentré	HCl	36	1.18	12	425
Acide chlorhydrique	HCl	25	1.12	8	280
Acide chlorhydrique 1M (83 ml HCl36% dilué à 1 ℓ)	HCl	3.6	1.02	1	36.5
Acide formique pur	$HCOOH$	99	1.22	26	1210
Acide nitrique concentré	HNO_3	65	1.40	14	910
Acide nitrique 1M (69 ml acide 65% dilué à 1 ℓ)	HNO_3	6	1.03	1	63
Acide phosphorique concentré	H_3PO_4	85	1.71	15	1450
Acide sulfurique concentré	H_2SO_4	96	1.84	18	1770
Acide sulfurique 1M (56 ml acide 96% dilué à 1 ℓ)	H_2SO_4	9.4	1.06	1	98
Ammoniaque concentrée	NH_3	25	0.91	13	228
Ammoniaque 1M (66 ml NH_3 conc. diluée à 1 ℓ)	NH_3	1.7	0.99	1	17
Hydroxyde de sodium	$NaOH$	10	1.11	2.3	111

Potentiels standards d'oxydo-réduction de quelques couples redox inorganiques

Les potentiels sont donnés à 25°C, à 1 bar, pour des concentrations de 1 mol/ℓ. Pour d'autres concentrations, voir (22) page 221.

Oxydants + $n\,e^-$	Réducteurs	E^0 (volt)
$Li^+ + e^-$	Li	−3.04
$K^+ + e^-$	K	−2.92
$Ca^{2+} + 2\,e^-$	Ca	−2.76
$Na^+ + e^-$	Na	−2.71
$Mg^{2+} + 2\,e^-$	Mg	−2.37
$Al^{3+} + 3\,e^-$	Al	−1.7
$2\,H_2O + 2\,e^-$	$H_2 + 2\,OH^-$	−0.83
$Zn^{2+} + 2\,e^-$	Zn	−0.76
$Ni(OH)_2 + 2\,e^-$	$Ni + 2\,OH^-$	−0.72
$Fe^{2+} + 2\,e^-$	Fe	−0.41
$Cd^{2+} + 2\,e^-$	Cd	−0.4
$PbSO_4 + 2\,e^-$	$Pb + SO_4^{2-}$	−0.36
$Ni^{2+} + 2\,e^-$	Ni	−0.23
$Sn^{2+} + 2\,e^-$	Sn	−0.14
$Pb^{2+} + 2\,e^-$	Pb	−0.13
$Fe^{3+} + 3\,e^-$	Fe	−0.036
$2\,H^+ + 2\,e^-$	H_2	0
$S + 2\,H^+ + 2\,e^-$	H_2S	0.14
$Sn^{4+} + 2\,e^-$	Sn^{2+}	0.15
$Cu^{2+} + e^-$	Cu^+	0.16
$SO_4^{2-} + 4\,H^+ + 2\,e^-$	$SO_2 + 2\,H_2O$	0.2
$Cu^{2+} + 2\,e^-$	Cu	0.34
$[Fe(CN)_6]^{3-} + e^-$	$[Fe(CN)_6]^{4-}$	0.36
$O_2 + 2\,H_2O + 4\,e^-$	$4\,OH^-$	0.4
$Cu^+ + e^-$	Cu	0.52
$I_2 + 2\,e^-$	$2\,I^-$	0.53
$PtCl_4^{2-} + 2\,e^-$	$Pt + 4\,Cl^-$	0.73
$Fe^{3+} + e^-$	Fe^{2+}	0.77
$Ag^+ + e^-$	Ag	0.8
$ClO^- + H_2O + 2\,e^-$	$Cl^- + 2\,OH^-$	0.81
$NO_3^- + 2\,H^+ + e^-$	$NO_2 + H_2O$	0.81
$NO_3^- + 4\,H^+ + 3\,e^-$	$NO + 2\,H_2O$	0.96
$Hg^{2+} + 2\,e^-$	Hg	0.85
$2\,Hg^{2+} + 2\,e^-$	Hg_2^{2+}	0.9
$AuCl_4^- + 3\,e^-$	$Au + 4\,Cl^-$	0.99
$Br_2 + 2\,e^-$	$2\,Br^-$	1.06
$Pt^{2+} + 2\,e^-$	Pt	1.12
$O_2 + 4\,H^+ + 4\,e^-$	$2\,H_2O$	1.23
$Cr_2O_7^{2-} + 14\,H^+ + 6\,e^-$	$2\,Cr^{3+} + 7\,H_2O$	1.33
$Cl_2 + 2\,e^-$	$2\,Cl^-$	1.36
$Au^{3+} + 3\,e^-$	Au	1.42
$MnO_4^- + 8\,H^+ + 5\,e^-$	$Mn^{2+} + 4\,H_2O$	1.49
$PbO_2 + SO_4^{2-} + 4\,H^+ + 2\,e^-$	$PbSO_4 + 2\,H_2O$	1.68
$H_2O_2 + 2\,H^+ + 2\,e^-$	$2\,H_2O$	1.77
$F_2 + 2\,e^-$	$2\,F^-$	2.87

Pouvoir oxydant ↓

Pouvoir réducteur ↑

Potentiels standards d'oxydo-réduction de quelques couples redox organiques

Les potentiels sont donnés à 25°C, à 1 bar, pour des concentrations de 1 mol/ℓ, et à pH 7.0.

Oxydants + $n\,e^-$	Réducteurs	$E^{0\prime}$ (volt)
acétate + H^+ + $2e^-$	acétaldéhyde	−0.6
ferredoxine$_{ox}$ + e^-	ferredoxine$_{red}$	−0.43
2 H^+ + 2 e^-	H_2	−0.42
NAD^+ + 2 H^+ + 2 e^-	NADH + H^+	−0.32
$NADP^+$ + 2 H^+ + 2 e^-	NADPH + H^+	−0.32
glutathion + 2 H^+ + 2 e^-	glutathion$_{red}$	−0.23
acétaldéhyde + 2 H^+ + 2 e^-	éthanol	−0.2
pyruvate + H^+ + 2 e^-	lactate	−0.19
fumarate + H^+ + 2 e^-	succinate	−0.03
cytochrome b$_{ox}$ + e^-	cytochrome b$_{red}$	0.08
ascorbate + H^+ + 2 e^-	dehydroxyascorbate	0.08
ubiquinone + 2 H^+ + 2 e^-	ubiquinol	0.1
cytochrome c$_{ox}$ + e^-	cytochrome c$_{red}$	0.25
cytochrome a$_{ox}$ + e^-	cytochrome a$_{red}$	0.29
Fe^{3+} + e^-	Fe^{2+}	0.77
O_2 + 4 H^+ + 4 e^-	2 H_2O	0.82

Pouvoir oxydant ↓ — Pouvoir réducteur ↑

Répartition naturelle des éléments

Corps humain		Eau de mer		Croûte terrestre	
élément	% masse	élément	% masse	élément	% masse
O	64.8	O	85.7	O	46.4
C	18.1	H	10.8	Si	28.2
H	10	Cl	1.9	Al	8.2
N	3.11	Na	1.05	Fe	5.6
Ca	1.97	Mg	0.135	Ca	4.1
P	1.08	S	0.0885	Na	2.4
K	0.37	Ca	0.04	Mg	2.3
S	0.26	K	0.038	K	2.1
Cl	0.17	Br	0.0065	Ti	0.57
Na	0.11	C	0.0027	H	0.14

Terre entière		Univers		Atmosphère (sèche)	
élément	% masse	élément	% atomes	gaz	% volume
Fe	39.8	H	90	N_2	78.09
O	27.7	He	9	O_2	20.95
Si	14.5	O	0.1	Ar	0.93
Mg	8.7	C	0.06	CO_2	0.03
Ni	3.2	Ne	0.012	Ne	0.0018
Ca	2.5	N	0.01	He	$5.2 \cdot 10^{-4}$
Al	1.8	Mg	0.005	Kr	$1.0 \cdot 10^{-4}$
S	0.6	Si	0.005	H_2	$5.0 \cdot 10^{-5}$

Quelques isotopes naturels

Z numéro atomique
A nombre de masse
m masse atomique
% abondance relative
* isotope radioactif

Z		A	m	%
1	H	1	1.00783	99.985
		2	2.01410	0.015
2	He	3	3.01603	10^{-4}
		4	4.00260	100
3	Li	6	6.01512	7.5
		7	7.01600	92.5
4	Be	9	9.01218	100
5	B	10	10.01129	20
		11	11.00931	80
6	C	12	12.00000	98.89
		13	13.00335	1.11
		*14	14.00324	
7	N	14	14.00307	99.64
		15	15.00011	0.36
8	O	16	15.99491	99.759
		17	16.99913	0.037
		18	17.99916	0.204
9	F	19	18.99840	100
10	Ne	20	19.99244	90.51
		21	20.99385	0.27
		22	21.99138	9.22
11	Na	23	22.98977	100
12	Mg	24	23.98504	78.99
		25	24.98584	10
		26	25.98259	11.01
13	Al	27	26.98154	100
14	Si	28	27.97693	92.23
		29	28.97649	4.67
		30	29.97377	3.1
15	P	31	30.97376	100
16	S	32	31.97207	95
		33	32.97146	0.76
		34	33.96786	4.22
		36	35.96708	0.02
17	Cl	35	34.96885	75.53
		37	36.96590	24.47
18	Ar	36	35.96755	0.337
		38	37.96273	0.063
		40	39.96238	99.6

Z		A	m	%
19	K	39	38.96371	93.1
		*40	39.96400	0.02
		41	40.96183	6.88
20	Ca	40	39.96259	96.941
		42	41.95862	0.647
		43	42.95877	0.135
		44	43.95548	2.086
		46	45.95369	0.004
		*48	47.95253	0.187
21	Sc	45	44.95592	100
24	Cr	50	49.94605	4.36
		52	51.94051	83.79
		53	52.94065	9.5
		54	53.93888	2.36
25	Mn	55	54.93805	100
26	Fe	54	53.93961	5.8
		56	55.93494	91.8
		57	56.93540	2.1
		58	57.93327	0.3
27	Co	59	58.93320	100
28	Ni	58	57.93535	68.27
		60	59.93079	26.1
		61	60.93106	1.13
		62	61.92835	3.59
		64	63.92797	0.91
29	Cu	63	62.92960	69.2
		65	64.92779	30.8
30	Zn	64	63.92914	48.6
		66	65.92603	27.9
		67	66.92713	4.1
		68	67.92485	18.8
		70	69.92533	0.6
33	As	75	74.92169	100
34	Se	74	73.92247	0.9
		76	75.91921	9
		77	76.91991	7.6
		78	77.91731	23.5
		80	79.91652	49.8
		82	81.91670	9.2
35	Br	79	78.91834	50.69
		81	80.91629	49.31

Z		A	m	%
36	Kr	78	77.92040	0.35
		80	79.91638	2.27
		82	81.91348	11.56
		83	82.91414	11.55
		84	83.91151	56.9
		86	85.91062	17.37
37	Rb	85	84.91179	72.15
		*87	86.90919	27.85
38	Sr	84	83.91343	0.5
		86	85.90927	9.9
		87	86.90884	7
		88	87.90562	82.6
39	Y	89	88.90585	100
41	Nb	93	92.90638	100
45	Rh	103	102.90550	100
46	Pd	102	101.90563	0.96
		104	103.90403	10.97
		105	104.90508	22.23
		106	105.90348	27.33
		108	107.90390	26.71
		110	109.90517	11.8
47	Ag	107	106.90509	51.83
		109	108.90476	48.17
48	Cd	106	105.90646	1.2
		108	107.90418	0.9
		110	109.90301	12.4
		111	110.90418	12.8
		112	111.90276	24
		113	112.90440	12.3
		114	113.90336	28.8
		116	115.90476	7.6
49	In	113	112.90406	4.3
		*115	114.90388	95.7
50	Sn	112	111.90482	0.96
		114	113.90278	0.66
		115	114.90335	0.35
		116	115.90175	14.3
		117	116.90296	7.61
		118	117.90171	24.03
		119	118.90331	8.58
		120	119.90220	32.85
		122	121.90344	4.72
		124	123.90527	5.94
51	Sb	121	120.90382	57.3
		123	122.90422	42.7
52	Te	120	119.90405	0.1
		122	121.90305	2.5
		*123	122.90427	0.9
		124	123.90282	4.6
		125	124.90443	7

Z		A	m	%
52	Te	126	125.90331	18.7
		128	127.90446	31.7
		130	129.90623	34.5
53	I	127	126.90447	100
54	Xe	124	123.90589	0.1
		126	125.90428	0.1
		128	127.90353	1.9
		129	128.90478	26.4
		130	129.90351	4.1
		131	130.90507	21.2
		132	131.90414	26.9
		134	133.90540	10.4
		136	135.90721	8.9
55	Cs	133	132.90543	100
56	Ba	130	129.90628	0.1
		132	131.90504	0.1
		134	133.90449	2.42
		135	134.90566	6.59
		136	135.90455	7.81
		137	136.90581	11.32
		138	137.90523	71.66
59	Pr	141	140.90765	100
65	Tb	159	158.92534	100
67	Ho	165	164.93032	100
69	Tm	169	168.93421	100
78	Pt	*190	189.95991	0.01
		*192	191.96102	0.79
		194	193.96266	32.9
		195	194.96477	33.8
		196	195.96493	25.3
		198	197.96737	7.2
79	Au	197	196.96654	100
80	Hg	196	195.96581	0.2
		198	197.96674	10.1
		199	198.96825	16.9
		200	199.96830	23.1
		201	200.97028	13.2
		202	201.97062	29.7
		204	203.97347	6.8
82	Pb	*204	203.97302	1.4
		206	205.97440	24.1
		207	206.97587	22.1
		208	207.97663	52.4
83	Bi	209	208.98037	100
92	U	*234	234.04095	0.005
		*235	235.04392	0.72
		*238	238.05078	99.275

Quelques isotopes radioactifs

Z numéro atomique
A nombre de masse
Mode (EC : capture électronique, FS : fission spontanée)
T période (s : seconde, min : minute, h : heure, d : jour, a : an)

Z		A	Mode	T
1	H	3	β^-	12.3 a
6	C	14	β^-	5730 a
11	Na	22	β^+, EC	2.6 a
		24	β^-	15 h
15	P	32	β^-	14.3 d
16	S	35	β^-	88 d
17	Cl	36	β^-, β^+, EC	$3.1 \cdot 10^5$ a
19	K	40	β^-, β^+, EC	$1.3 \cdot 10^9$ a
		42	β^-	12.4 h
20	Ca	41	EC	$8 \cdot 10^4$ a
		45	β^-	165 d
		47	β^-	4.53 d
		48	β^-	10^{16} a
24	Cr	51	EC	28 d
26	Fe	55	EC	2.6 a
		59	β^-	45 d
27	Co	58	β^+, EC	71 d
		60	β^-	5.27 a
28	Ni	59	EC	$8 \cdot 10^4$ a
		63	β^-	92 a
29	Cu	64	β^-, β^+, EC	12.9 h
30	Zn	65	β^+, EC	244 d
34	Se	75	β^-	120.4 d
		79	β^-	$6.5 \cdot 10^4$ a
35	Br	82	β^-	35.5 h
36	Kr	85	β^-	10.8 a
37	Rb	86	β^-	18.7 d
38	Sr	85	EC	64 d
		89	β^-	52 d
		90	β^-	28.1 a
39	Y	90	β^-	64 h
40	Zr	95	β^-	65 d
42	Mo	99	β^-	66.7 h
43	Tc	97	EC	$2.6 \cdot 10^6$ a
		99	β^-	
47	Ag	111	β^-	7.5 d
48	Cd	115	β^-	22 d
49	In	115	β^-	$6 \cdot 10^{14}$ a
50	Sn	113	EC	115 d
51	Sb	122	β^-, β^+, EC	2.8 d
		124	β^-	60 d
		125	β^-	2.7 a
52	Te	127	β^-	9.4 h
53	I	125	EC	60 d
		128	β^-, β^+, EC	25 min

Z		A	Mode	T
53	I	131	β^-	8.07 d
55	Cs	134	β^-	2.5 a
		135	β^-	$3 \cdot 10^6$ a
		137	β^-	30 a
56	Ba	131	EC	11.6 d
		133	EC	7.5 a
66	Dy	154	α	10^6 a
69	Tm	170	β^-	129 d
71	Lu	176	β^-	$3 \cdot 10^{10}$ a
77	Ir	192	β^-, EC	74 d
78	Pt	190	α	$6 \cdot 10^{11}$ a
		192	α	10^{15} a
79	Au	198	β^-	64.8 h
80	Hg	197	EC	65 h
		203	β^-	46.6 d
81	Tl	204	β^-, EC	3.8 a
82	Pb	202	EC	$3 \cdot 10^5$ a
		204	α	$1.4 \cdot 10^{19}$ a
		210	α, β^-	21 a
83	Bi	210	α, β^-	5 d
84	Po	209	α, EC	103 a
		210	α	138 d
85	At	210	α, EC	8.3 h
		211	α, EC	7.2 h
86	Rn	222	α	3.82 d
87	Fr	223	α, β^-	22 min
88	Ra	226	α	1622 a
		228	β^-	5.8 a
89	Ac	227	α, β^-	21.6 a
90	Th	228	α	1.91 a
		230	α	$8 \cdot 10^4$ a
		232	α	$1.41 \cdot 10^{10}$ a
91	Pa	231	α	$3.25 \cdot 10^4$ a
92	U	233	α	$1.62 \cdot 10^5$ a
		234	α	$2.47 \cdot 10^5$ a
		235	α, FS	$7.13 \cdot 10^8$ a
		238	α, FS	$4.51 \cdot 10^9$ a
		239	β^-	23.5 min
93	Np	237	α	$2.14 \cdot 10^6$ a
		239	β^-	2.35 d
94	Pu	238	α, FS	86 a
		239	α, FS	$2.44 \cdot 10^4$ a
		240	α, FS	6580 a
		241	α, β^-	13.2 a
		242	α	$3.79 \cdot 10^5$ a

Énergies d'ionisation [MJ/mol]

Élément		Électron									
Z	symbole	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	H	1.31									
2	He	2.37	5.25								
3	Li	0.52	7.29	11.80							
4	Be	0.90	1.76	14.90	21.0						
5	B	0.80	2.42	3.66	25.0	32.8					
6	C	1.09	2.35	4.62	6.22	37.8	47.3				
7	N	1.40	2.86	4.57	7.48	9.45	53.3	64.4			
8	O	1.31	3.40	5.30	7.47	11.0	13.3	71.3	84.0		
9	F	1.68	3.38	6.04	8.41	11.0	15.1	17.8	92.0	106	
10	Ne	2.08	3.96	6.13	9.36	12.2	15.2	20.0	23.0	115	130
11	Na	0.49	4.56	6.91	9.54	13.4	16.6	20.1	25.5	28.9	141
12	Mg	0.73	1.45	7.73	10.5	13.6	18.0	21.7	25.7	31.6	35.4
13	Al	0.58	1.81	2.74	11.6	14.9	18.3	23.3	27.5	32.0	38.5
14	Si	0.78	1.57	3.23	4.35	16.1	19.8	23.7	29.2	35.7	39.3
15	P	1.06	1.90	2.91	4.96	6.27	21.2	25.4	29.8	36.7	41.8
16	S	1.00	2.26	3.38	4.56	7.00	8.49	27.1	31.7	36.6	44.3
17	Cl	1.25	2.30	3.85	5.16	6.54	9.33	11.0	33.6	38.6	43.7
18	Ar	1.52	2.66	3.95	5.77	7.24	8.81	12.0	13.9	41.9	47.7
19	K	1.42	3.07	4.44	5.88	7.97	9.75	11.6	15.0	17.0	48.3
20	Ca	0.59	1.15	4.94	6.47	8.11	10.7	12.3	14.6	18.2	20.4

Énergies moyennes de liaison [kJ/mol]

Liaisons simples

H	C	N	O	F	Si	P	S	Cl	Br	I	
436	414(*)	390	463	566	318	322	364	431	366	299	H
	347	293	351	485	289	264	269	330	285	238	C
		159	201	272	335	209	–	193	–	–	N
			146	190	368	351	–	205	201	201	O
				158	582	490	326	255	238	280	F
					176	213	226	391	310	234	Si
						209	230	322	264	184	P
							226	255	213	–	S
								243	218	209	Cl
									192	180	Br
										151	I

(*) $H—CH_3$ 435 $H—CH(CH_3)_2$ 393 $H—CHCH_2$ 431
$H—C_2H_5$ 410 $H—C(CH_3)_3$ 380 $H—CH_2CHCH_2$ 355

Liaisons multiples

C=C	610		N=N	418		C=O	1077	(CO)
C=N	615		N=O	606		N≡N	949	
C=O	803	(CO_2)	O=O	498		C≡C	835	
C=O	694	(HCHO)	C=S	536	(CS_2)	C≡N	890	
C=O	736	(RCHO)	S=O	536	(SO_2)			
C=O	748	(R_2CO)	S=O	470	(SO_3)			

Quelques propriétés des éléments et de leurs corps simples

Z numéro atomique
A_r masse atomique relative [..] désigne l'isotope le plus stable ou le mieux connu
χ électronégativité (échelle de Pauling, 1975, pour les éléments d et f, et de Mulliken pour les éléments s et p)
Ei_1 potentiel de première ionisation [V]
V_{at} volume atomique [$cm^3 \cdot mol^{-1}$]
r_{at} rayon atomique [Å]
r_{cov} rayon covalent [Å]

ρ masse volumique à 27°C [$g \cdot cm^{-3}$]
italique : pour les gaz, à 0°C et 1 atm [$g \cdot \ell^{-1}$]
θ_F température de fusion [°C]
θ_E température d'ébullition [°C] s : sublimation
ΔH_F enthalpie molaire de fusion (chaleur latente de fusion) [$kJ \cdot mol^{-1}$]
ΔH_V enthalpie molaire de vaporisation (chaleur latente de vaporisation) [$kJ \cdot mol^{-1}$]
C chaleur spécifique (massique) [$J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ conductivité thermique [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
γ conductivité électrique [$10^6\ \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$]

		Éléments							Corps simples							
Nom et symbole		Z	A_r	χ	Ei_1	V_{at}	r_{at}	r_{cov}	ρ	θ_F	θ_E	ΔH_F	ΔH_V	C	λ	γ
Actinium	Ac	89	[227]	1.1	9.394	22.5	1.88		10.07	1050	3200			0.12	12	
Aluminium	Al	13	26.9815382	1.8	5.986	10	1.43	1.18	2.7	660	2467	10.7	290.8	0.9	227	37.7
Américium	Am	95	[243]	1.3	6	20.8	1.84		13.7	994	2607				10	0.7
Antimoine	Sb	51	121.7601	2.1	8.641	18.4	1.59	1.4	6.69	630.5	1750	19.83	67.97	0.207	24.3	2.56
Argent	Ag	47	107.86822	1.9	7.576	10.3	1.44	1.34	10.5	961.9	2212	11.3	250.63	0.235	429	63.0
Argon	Ar	18	39.9481	3.2	15.76	28.5	0.88	0.98	*1.784*	−189.2	−185.8	1.188	6.506	0.52	0.018	
Arsenic	As	33	74.921602	2.3	9.81	13.1	1.39	1.2	5.78		613 s	27.7	32.4	0.33	50	3.00
Astate (At_2)	At	85	[210]	2.8			1.45	1.47		302	337	12	30		1.7	
Azote (N_2)	N	7	14.006747	2.9	14.53	17.3	0.92	0.75	*1.251*	−209.9	−195.8	0.36	2.7928	1.042	0.026	
Baryum	Ba	56	137.3277	0.9	5.212	39	2.22	1.98	3.59	725	1640	8.01	140.2	0.204	18.4	3.01
Berkélium	Bk	97	[247]	1.3	6.23				14							
Béryllium	Be	4	9.0121833	1.5	9.322	5	1.12	0.9	1.85	1278	2970	11.71	297	1.825	200	28.1
Bismuth	Bi	83	208.980382	2.1	7.289	21.3	1.7	1.46	9.75	271.3	1560	11	179	0.122	7.87	0.94
Bohrium	Bh	107	[264]													
Bore	B	5	10.8117	2	8.298	4.6	0.98	0.82	2.34		2550	22.6	507.8	1.026	27	$6 \cdot 10^{-12}$
Brome (Br_2)	Br	35	79.9041	3	11.81	23.5	1.12	1.14	3.12	−7.2	58.8	5.286	14.725	0.226	0.122	10^{-16}
Cadmium	Cd	48	112.4118	1.7	8.993	13.1	1.41	1.41	8.65	320.9	765	6.07	99.87	0.232	96.8	14.64
Calcium	Ca	20	40.0784	1	6.113	29.9	1.97	1.74	1.55	839	1484	8.53	154.67	0.647	200	29.8

		Éléments							Corps simples							
Nom et symbole		Z	A_r	χ	Ei_1	V_{at}	r_{at}	r_{cov}	ρ	θ_F	θ_E	ΔH_F	ΔH_V	C	λ	γ
Californium	Cf	98	[251]	1.3	6.3											
Carbone graphite	C	6	12.01078	2.5	11.26	5.3	0.91	0.77	2.25	3652	4827		-715	0.709		0.07
Carbone diamant	C								3.51					0.51		
Cérium	Ce	58	140.1161	1.1	5.47	21	1.81	1.65	6.77	799	3426	9.2	313.8	0.19	11.4	1.34
Césium	Cs	55	132.905452	0.6	3.894	70	2.67	2.35	1.55	839	1484	2.092	67.74	0.24	35.9	4.89
Chlore (Cl_2)	Cl	17	35.45279	3.1	12.97	18.7	0.97	0.99	*3.214*	−101	−34.6	3.21	10.2	0.48	0.009	
Chrome	Cr	24	51.99616	1.6	6.766	7.23	1.3	1.18	7.19	1857	2672	20	339.5	0.449	93.7	7.75
Cobalt	Co	27	58.9332009	1.8	7.86	6.7	1.25	1.16	8.9	1495	2870	16.19	373.3	0.421	100	16.0
Cuivre	Cu	29	63.5463	1.9	7.726	7.1	1.28	1.17	8.96	1083	2567	13.14	300.5	0.385	401	59.6
Curium	Cm	96	[247]	1.3	6.02	18.3			13.5	1340					10	
Dubnium	Db	105	[262]													
Dysprosium	Dy	66	162.503	1.2	5.93	19	1.8	1.59	8.55	1412	2562	11.06	230	0.173	10.7	1.08
Einsteinium	Es	99	[252]	1.3	6.42							8.01	140.2	0.204	18.4	2.8
Erbium	Er	68	167.263	1.2	6.101	18.4	1.78	1.57	9.07	1529	2863	5.286	14.725	0.226	0.122	1.16
Étain	Sn	50	118.7107	1.2	7.344	16.3	1.62	1.41	7.28	231.9	2260	7.2	290.37	0.228	66.6	9.09
Europium	Eu	63	151.9641	1.1	5.67	28.9	1.99	1.85	5.24	822	1597	10.46	175.73	0.182	13.9	1.11
Fer	Fe	26	55.8452	1.8	7.87	7.1	1.26	1.17	7.874	1535	2750	13.8	349.5	0.449	80.2	10.41
Fermium	Fm	100	[257]	1.3	6.5										10	
Fluor (F_2)	F	9	18.99840325	3.9	17.42	17.1	0.57	0.72	*1.696*	−219.6	−188.1	0.26	3.2698	0.824	0.028	
Francium	Fr	87	[223]	0.7			2.7			27	677	2.1	64		15	
Gadolinium	Gd	64	157.253	1.1	6.15	19.9	1.8	1.61	7.9	1313	3266	15.48	311.71	0.236	10.6	0.76
Gallium	Ga	31	69.7231	2	5.999	11.8	1.41	1.26	5.91	29.8	2403	5.59	256.06	0.371	40.6	5.8
Germanium	Ge	32	72.612	2.3	7.899	13.6	1.37	1.22	5.32	937.4	2830	31.8	330.3	0.32	59.9	$2 \cdot 10^{-6}$
Hafnium	Hf	72	178.492	1.3	6.65	13.6	1.67	1.44	13.31	2227	4602	21.76	661.07	0.14	23	3.02
Hassium	Hs	108	[265]													
Hélium	He	2	4.0026022	3.5	24.59	31.8		0.93	*0.1785*	−272.2	−268.9	0.021	0.084	5.193	0.152	
Holmium	Ho	67	164.930322	1.2	6.02	18.7	1.79	1.58	8.8	1474	2695	17.15	251.04	0.165	16.2	1.23
Hydrogène (H_2)	H	1	1.007947	2.2	13.60	14.1	2.08	0.32	*0.0899*	−259.14	−252.8	0.0585	0.4581	14.30	0.182	
Indium	In	49	114.8183	1.8	5.786	15.7	1.66	1.44	7.31	156.6	2080	3.26	226.35	0.233	81.6	12.0
Iode (I_2)	I	53	126.904473	2.7	10.47	25.7	1.32	1.33	4.93	113.5	184.35	7.76	20.9	0.145	0.449	$8 \cdot 10^{-14}$
Iridium	Ir	77	192.2173	2.2	9.1	8.54	1.36	1.27	22.6	2410	4130	26.36	563.58	0.13	147	18.9
Krypton	Kr	36	83.801	3	14.00	32.2	1.03	1.89	*3.75*	−156.6	−152.3	1.638	9.029	0.248	0.009	

		Éléments							Corps simples							
Nom et symbole		Z	A_r	χ	Ei_1	V_{at}	r_{at}	r_{cov}	ρ	θ_F	θ_E	ΔH_F	ΔH_V	C	λ	γ
Lanthane	La	57	138.90552	1.1	5.58	22.5	1.38	1.25	6.15	921	3457	11.3	399.57	0.19	13.5	1.63
Lawrentium	Lr	103	[262]	1.3						1627					10	
Lithium	Li	3	6.9412	1	5.392	13.1	1.55	1.23	0.53	180.54	1342	3	147.1	3.582	84.7	11.7
Lutécium	Lu	71	174.9671	1.2	5.43	17.8	1.75	1.56	9.84	1663	3395	18.6	355	0.15	16.4	1.72
Magnésium	Mg	12	24.30506	1.4	7.646	14	1.6	1.36	1.74	648.8	1107	8.95	127.6	1.02	156	22.8
Manganèse	Mn	25	54.9380499	1.5	7.435	7.39	1.35	1.17	7.4	1244	1962	14.64	219.74	0.48	7.82	0.69
Meitnerium	Mt	109	[268]													
Mendélévium	Md	101	[258]	1.3	6.58					827					10	
Mercure	Hg	80	200.592	1.9	10.44	14.8	1.6	1.49	13.55	−38.87	356.58	2.292	59.3	0.14	8.34	1.02
Molybdène	Mo	42	95.941	1.8	7.099	9.4	1.39	1.3	10.22	2617	4612	36	590.4	0.25	138	18.7
Néodyme	Nd	60	144.243	1.1	5.49	20.6	1.82	1.64	7.01	1024	3027	10.88	283.68	0.19	16.5	1.56
Néon	Ne	10	20.17976	4.0	21.56	16.9	0.51	0.71	*0.900*	−248.7	−245.9	0.34	1.77	1.03	0.049	
Neptunium	Np	93	[237]	1.4	6.19	21.1	1.3		20.2	640	3902				6.3	0.8
Nickel	Ni	28	58.69342	1.8	7.635	6.6	1.24	1.15	8.9	1455	2730	17.2	377.5	0.444	90.7	14
Niobium	Nb	41	92.906382	1.6	6.88	10.8	1.46	1.34	8.57	2468	4742	26.9	690.1	0.265	53.7	8.0
Nobélium	No	102	[259]	1.3	6.65					827					10	
Or	Au	79	196.966552	2.4	9.225	10.2	1.46	1.34	19.3	1064	2970	12.36	324.43	0.128	317	45.2
Osmium	Os	76	190.233	2.2	8.7	8.43	1.35	1.26	22.6	3045	5027	29.29	627.6	0.13	87.6	10.5
Oxygène (O_2)	O	8	15.99943	3.4	13.62	14	0.65	0.73	*1.429*	−218.4	−182.96	0.222	3.4109	0.92	0.027	
Ozone (O_3)	O								*2.144*	−192.7	−111.9			0.82		
Palladium	Pd	46	106.421	2.2	8.34	8.9	1.37	1.28	12	1554	2970	16.74	393.3	0.244	71.8	0.2
Phosphore blanc	P	15	30.9737612	2.3	10.49	17	1.28	1.06	1.82	44.1	280	0.63	12.4	0.769	0.235	10^{-15}
Phosphore rouge	P								2.34		416 s					
Platine	Pt	78	195.0782	2.2	9	9.1	1.39	1.3	21.45	1772	3827	19.66	510.45	0.13	71.6	9.43
Plomb	Pb	82	207.21	2.4	7.416	18.3	1.75	1.47	11.35	327.5	1740	4.77	177.9	0.129	35.3	4.84
Plutonium	Pu	94	[244]	1.3	6.06	12.32	1.51	1.08	19.84	641	3232			0.13	6.74	0.7
Polonium	Po	84	[209]	2.1	8.42	22.7	1.67	1.53	9.4	254	962	13	120		20	0.7
Potassium	K	19	39.09831	0.7	4.341	45.3	2.35	2.03	0.86	63.25	760	2.33	76.9	0.757	102.5	13.9
Praséodyme	Pr	59	140.907652	1.1	5.42	20.8	1.82	1.65	6.77	931	3512	10.04	332.63	0.193	12.5	1.43
Promethium	Pm	61	[145]	1.1	5.55	22.4		1.63	7.22	1168	2460				17.9	1.33
Protactinium	Pa	91	231.035882	1.4	5.88	15	1.61		15.4						47	5.6
Radium	Ra	88	[226]	0.9	5.279	42.5	2.23		5	700	1140	8.37	136.82	0.094	18.6	1

		Éléments							Corps simples							
Nom et symbole		Z	A_r	χ	Ei_1	V_{at}	r_{at}	r_{cov}	ρ	θ_F	θ_E	ΔH_F	ΔH_V	C	λ	γ
Radon	Rn	86	[222]	2.6	10.75	50.5	1.34		9.73	−71	−61.8	2.9	16.4	0.094	0.036	
Rhénium	Re	75	186.2071	1.9	7.88	8.85	1.37	1.28	21.02	3180	5627	33.05	707.1	0.137	47.9	5.18
Rhodium	Rh	45	102.905502	2.2	7.46	8.3	1.34	1.25	12.41	1966	3727	21.76	495.39	0.242	150	22.2
Rubidium	Rb	37	85.46783	0.7	4.177	55.9	2.48	2.16	1.532	38.89	686	2.34	69.2	0.363	58.2	7.79
Ruthénium	Ru	44	101.072	2.2	7.37	8.3	1.34	1.25	12.37	2310	3900	25.52	567.77	0.238	117	13.2
Rutherfordium	Rf	104	[261]													
Samarium	Sm	62	150.363	1.1	5.63	19.9	1.81	1.62	7.52	1077	1791	11.09	191.63	0.197	13.3	1.06
Scandium	Sc	21	44.9559108	1.3	6.54	15	1.62	1.44	2.99	1541	2831	16.11	304.8	0.568	15.8	1.78
Seaborgium	Sg	106	[263]													
Sélénium	Se	34	78.963	2.6	9.752	16.5	1.4	1.16	4.79	217	685	5.54	26.32	0.32	2.04	10^{-4}
Silicium	Si	14	28.08553	2.3	8.151	12.1	1.32	1.11	2.33	1410	2355	50.2	359	0.7	148	$3{\cdot}10^{-5}$
Sodium	Na	11	22.9897702	0.9	5.139	23.7	1.9	1.54	0.97	97.81	882.9	2.601	98.01	1.23	141	21.0
Soufre (S_8)	S	16	32.0666	2.7	10.36	15.5	1.27	1.02	2.07	112.8	444.7	1.73	10	0.71	0.269	$5{\cdot}10^{-22}$
Strontium	Sr	38	87.621	1	5.695	33.7	2.15	1.91	2.54	769	1384	8.2	136.9	0.3	35.3	7.58
Tantale	Ta	73	180.94791	1.5	7.89	10.9	1.49	1.34	16.65	2996	5425	36	737	0.14	57.5	7.60
Technétium	Tc	43	[98]	1.9	7.28	8.5	1.36	1.27	11.5	2172	4877	23	502	0.24	50.6	10^{-3}
Tellure	Te	52	127.603	2.4	9.009	20.5	1.42	1.35	6.24	449.5	989.8	17.49	50.63	0.202	2.35	$2{\cdot}10^{-5}$
Terbium	Tb	65	158.925342	1.2	5.86	19.2	1.8	1.59	8.23	1360	3123			0.18	11.1	0.87
Thallium	Tl	81	204.38332	2	6.108	17.2	1.71	1.48	11.85	303.5	1457	4.27	162.09	0.129	46.1	5.56
Thorium	Th	90	232.03811	1.3	6.08	19.9	1.8	1.65	11.72	1750	4790	15.65	543.92	0.113	54	7.69
Thulium	Tm	69	168.934212	1.2	6.184	18.1	1.77	1.56	9.32	1545	1947	16.8	191	0.16	16.8	1.48
Titane	Ti	22	47.8671	1.5	6.82	10.6	1.45	1.32	4.54	1660	3287	18.6	425.2	0.523	21.9	2.38
Tungstène	W	74	183.841	1.7	7.98	9.53	1.41	1.3	19.3	3410	5660	35.4	422.58	0.13	174	18
Uranium	U	92	238.02891	1.4	6.05	12.5	1.38	1.42	18.95	1132	3818			0.117		3.3
Vanadium	V	23	50.94151	1.6	6.74	8.35	1.34	1.22	6.11	1890	3380	22.8	446.7	0.489	30.7	5.08
Xénon	Xe	54	131.292	2.7	12.13	42.9	1.24	1.31	*5.90*	−111.9	−107.1	2.3	12.64	0.158	0.006	
Ytterbium	Yb	70	173.043	1.2	6.254	24.8	1.94	1.7	6.97	819	1194	7.7	128	0.155	34.9	4.0
Yttrium	Y	39	88.905852	1.2	6.38	19.8	1.78	1.62	4.47	1522	3338	17.15	393.3	0.3	17.2	1.68
Zinc	Zn	30	65.392	1.6	9.394	9.2	1.38	1.25	7.13	419.58	907	7.38	115.3	0.388	116	16.8
Zirconium	Zr	40	91.2242	1.4	6.84	14.1	1.6	1.45	6.51	1852	4377	21	590.5	0.278	22.7	2.38

Constantes physico-chimiques de quelques espèces inorganiques

Toutes les valeurs numériques sont données à 25°C et 1 bar, sauf indications contraires (température en exposant [°C], pression en indice).

État — état physique : g = gaz , l = liquide , c = cristallin , am = amorphe , aq = en solution
M — masse molaire [g/mol]
ρ — masse volumique ([g/cm^3] pour les phases condensées, [g/ℓ] pour les gaz)
θ_{fus} — température de fusion [°C]
$\theta_{éb}$ — température d'ébullition [°C]
} d = se décompose , sub = sublime , expl = explose , vac = sous vide
Solubilité — dans l'eau [g/100 ml] : i = insoluble , s = soluble , ts = très soluble , ∞ = soluble en toutes proportions
K_s — produit de solubilité
ΔH_f^0 — enthalpie standard de formation [kJ/mol]
S^0 — entropie standard [kJ/mol·K]
ΔH_{diss}^0 — enthalpie standard de dissolution [kJ/mol]
Un $\Delta H^0 > 0$ caractérise une réaction endothermique ; un $\Delta H^0 < 0$ caractérise une réaction exothermique.

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
Aluminium Al	c	27	2.7	660.4	2467	i		0	0.028	
Al^{3+}	aq							−531		
$AlCl_3$	c	133.5	2.44	$190_{2.5atm}$	sub 182.7	62.9^{15}		−695	0.167	−332
$Al(OH)_3$	am	78	2.42	$-H_2O$ 300		i	$3.7 \cdot 10^{-15}$	−1273	0.071	
Al_2O_3	c	102	3.9	2072	2980	i		−1670	0.051	
$Al_2(SO_4)_3$	c	342	2.7	d 770		37		−3435	0.239	
Argent Ag	c	108	10.5	961	2212	i		0	0.043	
Ag^+	aq							106	0.074	
AgBr	c	188	6.47	432	d 1300	$8.4 \cdot 10^{-6}$	$7.7 \cdot 10^{-13}$	−100	0.107	
AgCl	c	143	5.56	455	1550	$8.9 \cdot 10^{-5}$ ^{10}	$1.6 \cdot 10^{-10}$	−127	0.096	
Ag_2CO_3	c	331.5	6.08	d 218		0.0032^{20}	$6.2 \cdot 10^{-12}$	−506	0.167	
Ag_2CrO_4	c	276	5.63			0.0014^{0}	$2.6 \cdot 10^{-12}$	−712	0.217	
$Ag_2Cr_2O_7$	c	432	4.77	d		0.0083^{15}	$2.0 \cdot 10^{-7}$	−732		
AgF	c	127	5.85^{15}	435	1159	182^{15}		−203	0.084	
AgI	c	235	6.01^{15}	558	1506		$1.5 \cdot 10^{-16}$	−62	0.114	
$AgNO_2$	c	154	4.45	d 140		0.155^{0}		−44	0.128	37

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
$AgNO_3$	c	170	4.35 [19]	212	d 444	122 [0]		−123	0.141	23
Ag_2O	c	232	7.14 [17]	d 230		0.0013 [20]		−31	0.122	
$AgOH$	c	125					$1.5 \cdot 10^{-8}$			
Ag_2S	c	248	7.33	175	d		$6.7 \cdot 10^{-50}$	−32	0.146	
Ag_2SO_4	c	312	5.45 [29]	652	d 1085	0.57 [0]	$1.5 \cdot 10^{-5}$	−713	0.2	
Azote N_2	g	28	1.25	−209.9	−195.8	voir page 243		0	0.192	
NH_3	g	17	0.77	−77.7	−33.4	89.9		−46	0.193	−31
NH_4^+	aq	18						−133	0.113	
NH_4Br	c	98	2.43	sub 452	vac 235	97		−270	0.113	17
NH_4Cl	c	53.5	1.53	sub 340	520	27.9 [0]		−315	0.095	15
NH_4CN	c	44	1.02	d 36	sub 40	ts		0		18
NH_4I	c	145	2.51	sub 551	vac 220	154.2 [0]		−202	0.117	14
NH_4NO_2	c	64	1.69	expl 60	d	ts		−264		19
NH_4NO_3	c	80	1.73	169.6	d	118.3 [0]		−365	0.151	26
$(NH_4)_2S$	c	68		d		ts		−228	0.212	
NO	g	30		−164	−152	0.0056		90	0.211	
NO_2	g	46	1.45 [20,20]	−11.2	21.2	s		34	0.24	
NO_3^-	aq	62						−207	0.147	
N_2O_5	g	108	1.64 [18]	30	d 47	s		15	0.356	
HNO_3	l	63	1.5	−42	83	∞		−173	0.156	−33
Baryum Ba	c	137	3.51 [20]	725	1640	$\rightarrow H_2 + Ba(OH)_2$		0	0.063	
Ba^{2+}	aq							−538	0.013	
$BaCl_2$	c	208	3.86	962	1560	37.5		−860	0.126	−9
$BaCl_2 \cdot 2H_2O$	c	244	3.1	$-2H_2O$ 113				−1462	0.203	21
$BaCO_3$	c	197	4.43	1740	d	0.002 [20]	$8.1 \cdot 10^{-9}$	−1219	0.112	
$BaCrO_4$	c	253	4.50 [15]			0.00034 [16]	$2.4 \cdot 10^{-10}$	−1446	0.159	
BaF_2	c	175	4.89	1355	2137	0.12	$1.7 \cdot 10^{-6}$	−1200	0.096	
$Ba(NO_3)_2$	c	261	3.24	592	d	8.7 [20]		−992	0.214	40
BaO	c	153	5.72	1918	2000	3.48 [20]		−558	0.07	
$Ba(OH)_2$	c	171	4.5	408			$5.0 \cdot 10^{-3}$	−946	0.101	−49
$Ba(OH)_2 \cdot 8H_2O$	c	315	2.18 [16]	$-8H_2O$ 78	78	5.6 [15]	$2.6 \cdot 10^{-4}$	−3345	0.427	64
$BaSO_4$	c	233	4.5 [15]	1580		0.00022 [50]	10^{-10}	−1465	0.132	

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
Bismuth Bi	c	209	9.8	271.3	1560	i		0	0.057	
$Bi(OH)_3$	c	260	4.36	$_{-H_2O}$ 100	400	0.00014		−710		
Brome Br_2	l	160	2.93 [58]	−7.2	58.8	4.17 [0]		0	0.152	
Br^-	aq							−121	0.083	
HBr	g	161	2.71	−86.9	−66.8	290 [0]		−36	0.198	−85
Cadmium Cd	c	112.5	8.64	320.9	765	i		0	0.052	
$Cd(NO_3)_2$	c	236.5		350		109 [0]		−452		
$Cd(OH)_2$	c	146.5	4.79 [15]	d 300		0.00026	$4.5 \cdot 10^{-15}$	−558	0.095	
CdS	c	144.5	4.82	1750 $_{100atm}$		0.00013 [18]	$2.0 \cdot 10^{-28}$	−144	0.071	
$CdSO_4 \cdot \frac{5}{3}H_2O$	c	256.5	3.1	d 41		77		−1729	0.23	
Calcium Ca	c	40	1.54	839	1484	$\rightarrow H_2 + Ca(OH)_2$		0	0.042	
Ca^{2+}	aq							−543	0.055	
$CaCl_2$	c	111	2.15	782	1600	74.5 [20]		−795	0.114	−75
$CaCl_2 \cdot 6H_2O$	c	219	1.71	26.92	$_{-6H_2O}$ 200	279 [0]		−2608		19
$CaCO_3$	c	100	2.71 [18]	d 898.6		0.0014	$5 \cdot 10^{-9}$	−1207	0.093	
CaF_2	c	78	3.18	1423	2500	0.0016 [18]	$3.4 \cdot 10^{-11}$	−1215	0.069	
$Ca(NO_3)_2$	c	164	2.50 [18]	561		121.2 [18]		−937	0.193	
CaO	c	56	3.3	2614	2850	0.131 [10]		−636	0.04	
$Ca(OH)_2$	c	74	2.24	$_{-H_2O}$ 580	d	0.185 [0]	$4 \cdot 10^{-6}$	−987	0.083	−12
$CaSO_4$	c	136	2.61	200		0.241	$2 \cdot 10^{-5}$	−1434	0.107	−19
$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	c	172	2.32	$_{-\frac{3}{2}H_2O}$ 128	$_{-2H_2O}$ 163	0.30		−2023	0.194	1
Carbone C *graphite*	c	12	2.25 [20]	sub 3650	4827	i		0	0.006	
Carbone C *diamant*	c	12	3.51	> 3550	4827	i		1.89	0.024	
CO	g	28	1.25	−199	−191.5	$3.5cm^3$ [0]		−111	0.198	
CO_2	g	44	1.98	−56.6 $_{2.5atm}$	sub − 78.5	voir page 243		−394	0.214	
CO_3^{2-}	aq	60						−675	−0.050	
HCN	g	27	0.9	−14	26	∞		105	0.202	
HCO_3^-	aq	61						−690	0.098	
Chlore Cl_2	g	71	3.21	−100.98	−34.6	$310cm^3$ [10]		0	0.223	
Cl^-	aq	35.5						−167	0.057	
Cl_2O	g	87	3.89 [0]	−20	expl 3.8	$200cm^3$		80	0.266	
Cl_2O_7	l	183		−91.5	82	s		265		

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
HCl	g	36.5	1	−114.8	−84.9	82.3 [0]		−92	0.187	−75
$HClO_4$	l	100.5	1.76 [22]	−112	39	∞		−46		−89
Chrome Cr	c	52	7.20 [28]	1857	2672	i		0	0.024	
Cr^{3+}	aq							548		
CrO_3	c	100	2.7	196	d 250	169		−590	0.072	
Cr_2O_3	c	152	5.21	2266	4000	i		−1128		
$Cr(OH)_3$	c	103					$2.0 \cdot 10^{-30}$	−1304		
Cobalt Co	c	59	8.9	1495	2870	i		0	0.03	
Co^{2+}	aq							−67	−0.113	
$CoCl_2$	c	130	3.35 [36]	727	1049	45 [7]		−326	0.109	−77
$CoCl_2 \cdot 6H_2O$	c	238	1.92	86	$-6H_2O$ 110	76.7 [0]		−2115	0.343	12
$Co(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	c	291	1.87	d 56	$-3H_2O$ 55	133.8 [0]		−2211		
CoO	c	75	5.68	1935	d 2800	i		−239	0.044	
$Co(OH)_2$	c	93	3.60 [15]	d		0.00032	10^{-15}	−549	0.079	
CoS	c	91	5.45 [18]	1116		0.00038 [18]	$3.0 \cdot 10^{-26}$	−85	0.055	
Cuivre Cu	c	63.5	8.92	1083.4	2567	i		0	0.033	
Cu^{+}	aq							72	0.041	
Cu^{2+}	aq							64	−0.098	
$CuCl$	c	99	4.14	430	1490	0.0062	$2 \cdot 10^{-7}$	−137	0.086	
$CuCl_2$	c	134.5	3.39	620	d 993	70.6 [0]		−206	0.108	−46
$CuCl_2 \cdot 2H_2O$	c	170.5	2.54	$-2H_2O$ 100	d	110.4 [0]		−821	0.167	−18
CuI	c	190.5	5.62	605	1290	0.008 [18]	$5 \cdot 10^{-12}$	−68	0.097	
$Cu(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	c	295.5	2.07	$-3H_2O$ 26.4		343.7 [0]		−2111		
CuO	c	79.5	6.32	d 1026		i		−155	0.044	
$Cu(OH)_2$	c	97.5	3.37	$-H_2O$ d		i	$4.5 \cdot 10^{-21}$	−449	0.108	
CuS	c	95.5	4.6	103	d 220	0.000033 [18]	$6 \cdot 10^{-36}$	−53	0.067	
Cu_2S	c	159	5.6	1100		10^{-14}	$2 \cdot 10^{-47}$	−80	0.121	
$CuSO_4$	c	159.5	3.6	200	d 650	14.3 [0]		−770	0.109	−68
$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	c	249.5	2.28	$-4H_2O$ 110	$-5H_2O$ 150	21.6 [0]		−2280	0.28	12
Fluor F	g	19	1.69 [15]	−219.6	−188.1	$\rightarrow HF + O_3$		0	0.203	
F^{-}	aq							−329	0.014	
HF	l	20	0.99 [19]	−83.1	19.5	∞		−269	0.174	−62

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
Fer Fe	c	56	7.86	1535	2750	i		0	0.027	
Fe^{2+}	aq							−88	−0.138	
Fe^{3+}	aq							−48	−0.316	
$FeCl_2$	c	127	3.16	670	sub	64.4 [10]		−341	0.118	−75
$FeCl_2 \cdot 4H_2O$	c	199	1.93			160.1 [10]		−1549		−12
$FeCl_3$	c	161	2.9	306	d 315	74.4 [0]		−405	0.142	
Fe_2O_3	c	159.5	5.24	1565		i		−822	0.087	
Fe_3O_4	c	231.5	5.18	1594		i		−1117	0.146	
$Fe(OH)_2$	c	90	3.4	d		0.00015 [18]	$8 \cdot 10^{-16}$	−569	0.088	
$Fe(OH)_3$	c	107	3.9	d 500		10^{-9}	$4 \cdot 10^{-40}$	−824	0.107	
FeS	c	88	4.74	1193	d	0.00062 [18]	$5 \cdot 10^{-18}$	−95	0.06	
Hydrogène H_2	g	2	0.0899	−259.3	−252.8	voir page 243		0	0.131	
D_2	g	4	0.169	−254.4	−249.5			0	0.145	
H^+	aq							0	0	
H_2O	g	18						−242	0.189	
H_2O	l	18	1.00 [4]	0	100			−286	0.07	
H_2O_2	l	34	1.41	−0.41	150.2	∞		−133	0.109	
D_2O	l	20	1.104 [10]	3.81	101.4	∞		−295	0.076	
Iode I_2	c	254	4.93	113.5	184.3	0.029 [20]		0	0.116	
I^-	aq	127						−56	0.107	
HI	g	128		−50.8	−35.8	234		26	0.206	−82
HIO_3	c	176	4.63	d 110		286 [0]		−239		9
Lithium Li	c	7	0.53 [20]	180.5	1342	$\rightarrow H_2 + LiOH$		0	0.029	
Li^+	aq							−278	0.012	
LiBr	c	87	3.46	550	1265	145 [4]		−351	0.074	−49
LiCl	c	42.5	2.07	605	1325	63.7 [0]		−409	0.059	−37
LiF	c	26	2.63 [20]	845	1676	0.27 [18]		−616	0.036	5
LiI	c	134	4.08	449	1180	165 [20]		−270	0.087	−63
LiOH	c	24	1.46	450	d 924	12.8 [20]		−479	0.043	−24
Magnésium Mg	c	24	1.74 [5]	648.8	1107	i		0	0.033	
Mg^{2+}	aq							−462	−0.137	
$MgCl_2$	c	95	2.31	714	1412	54.25 [20]		−641	0.09	−150

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
$MgCl_2 \cdot 6H_2O$	c	203	1.57	d 116	d	167		−2499	0.366	−12
$MgCO_3$	c	84	3.01	d 350	$-CO_2$ 900	0.011	10^{-5}	−1096	0.066	
MgF_2	c	62	3.1	1261	2239	0.076 [18]	$6.4 \cdot 10^{-9}$	−1124	0.057	
MgO	c	40	3.6	2852	3600	i		−602	0.027	
$Mg(OH)_2$	c	58	2.36	$-H_2O$ 350		0.0009 [18]	10^{-11}	−925	0.063	
Manganèse Mn	c	55	7.2	1244	1962			0	0.032	
Mn^{2+}	aq							−219	−0.074	
$MnCl_2$	c	126	2.98	650	1190	72.3		−481	0.118	−67
$MnCl_2 \cdot 4H_2O$	c	198	2.01	58	$-H_2O$ 106	151 [8]		−1687	0.303	−6
MnO_2	c	87	5.03	535	d	i		−521	0.053	
$Mn(OH)_2$	c	89	3.26 [13]	d		0.0002 [18]	$2 \cdot 10^{-13}$	−694	0.099	
$MnSO_4$	c	151	3.25	700	d 850	52 [5]		−1064	0.112	−58
$MnSO_4 \cdot 5H_2O$	c	241	2.10 [15]	26		124 [0]		−2553		0
Mercure Hg	l	200.5	13.55 [20]	−38.87	356.58	i		0	0.076	
Hg_2Cl_2	c	472	5.15	sub 400		0.0002	$2 \cdot 10^{-18}$	−265	0.192	
HgO	c	216.5	11.14	d 500		i		−91	0.072	
HgS	c	232	8.1	sub 583		10^{-6} [18]	10^{-52}	−58	0.078	
Nickel Ni	c	58.5	8.9	1455	2730	i		0	0.03	
Ni^{2+}	aq							−64	−0.046	
$NiCl_2$	c	129.5	3.55	1001	sub 973	64.2 [20]		−316	0.098	−19
$Ni(OH)_2$	c	93	4.15	d 230		0.013		−538	0.088	
NiS	c	91	5.3	797		0.00036 [18]	10^{-24}	−82	0.053	
Oxygène O_2	g	32	1.43 [0]	−218.4	−182.96	voir page 243		0	0.205	
OH^-	aq	17						−230	−0.011	
Phosphore P_4 *blanc*	c	124	1.82 [20]	44.1	280	0.0003 [15]		0	0.041	
H_3PO_4	l	98	1.83 [18]	42.35	$-\frac{1}{2}H_2O$ 213	548		−1281	0.11	
Plomb Pb	c	207	11.34 [16]	327.5	1740	i		0	0.065	
Pb^{2+}	aq							−2	0.01	
$PbCO_3$	c	267	6.6	d 315		0.00011 [20]	$6 \cdot 10^{-14}$	−699	0.131	
$PbCrO_4$	c	323	6.12 [15]	844	d	$5.8 \cdot 10^{-6}$	$1.8 \cdot 10^{-14}$	−931		
PbF_2	c	245	8.24	855	1290	0.064 [20]	$3.2 \cdot 10^{-8}$	−664	0.11	
PbI_2	c	461	6.16	402	954	0.044 [0]	10^{-9}	−175	0.175	

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
$Pb(NO_3)_2$	c	331	4.53 [20]	d 470		37.65 [0]		−449	0.069	
PbO	c	223	9.53	890	1470	0.0023 [22]		−219	0.069	
PbO_2	c	239	9.38	d 290		i		−277	0.069	
$Pb(OH)_2$	c	241	7.6	d 145		0.016 [20]	10^{-20}	−515		
$PbSO_4$	c	303	6.2	1170		0.0043	$2 \cdot 10^{-8}$	−920	0.149	
Potassium K	c	39	0.86 [20]	63.25	760	$\rightarrow H_2 + KOH$		0	0.16	
K^+	aq							−251	0.103	
KBr	c	119	2.75	734	1435	54.48 [0]		−392	0.097	20
$KBrO_3$	c	167	3.27 [17]	d 370		13.4 [40]		−332	0.149	41
KCl	c	74.5	1.98	770	sub 1500	34.4		−436	0.083	17
$KClO_3$	c	122.5	2.32	356	d 400	7.1 [20]		−391	0.143	41
KCN	c	65	1.52 [16]	634.5		50		−113	0.128	12
KCNS	c	97	1.88 [14]	173.2	d 500	177.2 [0]		−204	0.124	24
K_2CrO_4	c	194	2.73 [18]	968.3		62.9 [20]		−1383	0.2	22
$K_2Cr_2O_7$	c	294	2.68	398	d 500	4.9 [0]		−2033	0.291	70
KF	c	58	2.48	858	1505	93.3 [18]		−567	0.067	−18
KI	c	166	3.13	681	1330	127.5 [6]		−328	0.104	20
KIO_3	c	214	3.93 [32]	560	d 100	4.74 [0]		−501	0.151	28
$KMnO_4$	c	158	2.7	d 240		6.38 [20]		−813	0.172	44
KNO_2	c	85	1.92	440	d	281 [0]		−370	0.152	12
KNO_3	c	101	2.11 [16]	334	d 400	13.3 [0]		−493	0.133	35
KOH	c	56	2.04	360	1320	107 [15]		−426	0.079	−58
Silicium Si	c	28	2.3	1410	3267			0	0.019	
SiO_2	c	60	2.6	1610	2230	0.012		−911	0.041	
Sodium Na	c	23	0.97	97.8	882.9	$\rightarrow H_2 + NaOH$		0	0.051	
Na^+	aq							−240	0.059	
NaBr	c	103	3.2	747	1390	116 [50]		−360	0.084	−1
NaCl	c	58.5	2.17	801	1413	35.7 [0]		−411	0.072	4
$NaClO_3$	c	106.5	2.49 [15]	248	d	79 [0]		−359		22
NaCN	c	49		563.7	1496	48 [10]		−90		1
Na_2CO_3	c	106	2.53	851	d	7.1 [0]		−1131	0.136	
Na_2CrO_4	c	162	2.71			87.3 [30]		−1329	0.177	−2

Espèce chimique	État	M	ρ	θ_{fus}	$\theta_{éb}$	Solubilité	K_s	ΔH_f^0	S^0	ΔH_{diss}^0
NaF	c	42	2.56 [41]	993	1695	4.22 [18]		−574	0.051	1
NaI	c	150	3.67	661	1304	184		−288	0.091	−8
$NaNO_2$	c	69	2.17 [0]	271	d 320	81.5 [15]		−359	0.104	14
$NaNO_3$	c	85	2.26	306.8	d 380	92.1		−425	0.116	21
NaOH	c	40	2.13	318.4	1390	42 [0]		−427	0.064	−45
Na_2SO_4	c	142	2.68	884	d 2227	4.76 [0]		−1384	0.149	
$Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$	c	322	1.5	32	$-10H_2O$ 100	28		−4327	0.592	
Soufre S_8	am	256.5	1.92	112.8	444.6	i		0	0.032	
S^{2-}	aq	32						42	−0.015	
H_2S	g	34	1.54	−85.5	−60.7	437cm^3 [0]		−20	0.206	
H_2SO_4	l	98	1.84	10.36	330	∞		−811	0.157	−74
SO_2	g	64	2.92	−72.7	−10	22.8 [0]		−297	0.248	
SO_3	c	80	1.97 [20]	16.83	44.8			−395	0.257	
SO_4^{2-}	aq	96						−908	0.019	
$S_2O_3^{2-}$	aq	112						−644	0.067	
Strontium Sr	c	87.5	2.6 [20]	769	1384	$\rightarrow H_2 + Sr(OH)_2$		0	0.052	
Sr^{2+}	aq							−546	−0.033	
$SrCO_3$	c	147.5	3.7	1497 $_{69atm}$	$-CO_2$ 1340	0.0011 [18]	$1.6 \cdot 10^{-9}$	−1220	0.097	
$SrSO_4$	c	183.5	3.96	1605		0.011 [0]	$3.8 \cdot 10^{-7}$	−1453	0.117	
Zinc Zn	c	65.5	7.14	419.6	907	i		0	0.042	
Zn^{2+}	aq							−152	−0.11	
ZnO	c	81.4	5.67	sub 1800		i		−348	0.044	
$Zn(OH)_2$	c	99	3.05	d 125		0.001	10^{-17}	−642	0.081	
$Zn(NO_3)_2 \cdot 3H_2O$	c	243.5	2.1	45.5		327.3 [40]		−2307	0.457	5.8
ZnS	c	97.5	3.98	1700 $_{50atm}$		0.00069 [18]	$1.2 \cdot 10^{-23}$	−201	0.058	

Solubilité des sels et des hydroxydes

Les solubilités sont indiquées à 25°C et 1 bar.

- ○ solubilité dans l'eau supérieure à 1 g/ℓ
- ▼ solubilité dans l'eau inférieure à 1 g/ℓ
- × ce composé n'existe pas.

	Ac^- [a]	Br^-	Cl^-	CO_3^{2-}	F^-	I^-	NO_2^-	NO_3^-	OH^-	PO_4^{3-}	S^{2-}	SO_4^{2-}
Ag^+	○	▼	▼	▼	○	▼	○	○	▼	▼	▼	○
Al^{3+}	○	○	○	×	○	○	×	○	▼	▼	×	○
Ba^{2+}	○	○	○	▼	○	○	○	○	○	▼	○	▼
Bi^{3+}	▼	×	×	×	▼	▼	×	×	▼	▼	▼	×
Ca^{2+}	○	○	○	▼	▼	○	○	○	○	▼	○	○
Cd^{2+}	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Co^{2+}	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Cr^{3+}	○	○	○	×	▼	○	×	○	▼	▼	▼	○
Cu^{2+}	○	○	○	▼	○	×	○	○	▼	▼	▼	○
Fe^{2+}	○	○	○	▼	▼	○	×	○	▼	▼	▼	○
Fe^{3+}	○	○	○	×	○	○	×	○	▼	▼	▼	○
Hg^{2+}	○	○	○	▼	×	▼	○	○	▼	▼	▼	×
K^+	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Mg^{2+}	○	○	○	▼	▼	○	○	○	▼	▼	○	○
Mn^{2+}	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Na^+	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
NH_4^+	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	○	○
Ni^{2+}	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Pb^{2+}	○	○	○	▼	▼	▼	○	○	▼	▼	▼	▼
Sn^{2+}	×	○	○	▼	○	○	×	×	▼	▼	▼	○
Sn^{4+}	○	○	○	×	○	○	×	×	▼	▼	▼	○
Sr^{2+}	○	○	○	▼	▼	○	○	○	○	▼	○	▼
Zn^{2+}	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○

[a] Ac^- désigne ici le ion acétate CH_3COO^-

Solubilité des gaz dans l'eau

V = volume de gaz [ℓ] réduit à 0°C et 1 atm qui se dissout dans un litre d'eau à température T et $p = 1$ atm

c = concentration [mg/ℓ] du gaz dissous à $p = 1$ atm

T	H_2		N_2		O_2		CO_2	
	V	c	V	c	V	c	V	c
0°C	0.0216	1.928	0.0232	29.1	0.0489	68.8	1.7125	3366
10°C	0.0195	1.740	0.0187	23.4	0.0380	54.4	1.1971	2350
20°C	0.0182	1.626	0.0157	19.6	0.0309	44.2	0.8776	1724
25°C	0.0176	1.572	0.0145	18.1	0.0283	40.3	0.7602	1492
30°C	0.0172	1.536	0.0137	17.1	0.0262	37.4	0.6645	1307
70°C	0.0158	1.410	0.0104	13.0	0.0183	26.2	0.3031	594

Nomenclature de quelques molécules et ions en solution

H_2SO_4	acide sulfurique
H_2SO_3	acide sulfureux
HNO_3	acide nitrique
HNO_2	acide nitreux
$HClO$	acide hypochloreux
$HClO_2$	acide chloreux
$HClO_3$	acide chlorique
$HClO_4$	acide perchlorique
H_3PO_4	acide phosphorique
H_2CO_3	acide carbonique
$HCOOH$	acide formique ou méthanoïque
CH_3COOH	acide acétique ou éthanoïque
HF	acide fluorhydrique
HCl	acide chlorhydrique
HBr	acide bromhydrique
HI	acide iodhydrique
H_2S	acide sulfhydrique
HCN	acide cyanhydrique
NH_3	ammoniac
HSO_4^-	hydrogénosulfate
SO_4^{2-}	sulfate
HSO_3^-	hydrogénosulfite
SO_3^{2-}	sulfite
NO_3^-	nitrate
NO_2^-	nitrite
ClO^-	hypochlorite
ClO_2^-	chlorite
ClO_3^-	chlorate
ClO_4^-	perchlorate
$H_2PO_4^-$	dihydrogénophosphate
HPO_4^{2-}	hydrogénophosphate
PO_4^{3-}	phosphate
HS^-	hydrogénosulfure
S^{2-}	sulfure

HCO_3^-	hydrogénocarbonate ou bicarbonate
CO_3^{2-}	carbonate
$HCOO^-$	formiate ou méthanoate
CH_3COO^-	acétate ou éthanoate
F^-	fluorure
Cl^-	chlorure
Br^-	bromure
I^-	iodure
CN^-	cyanure
OH^-	hydroxyde
O^{2-}	oxyde
CrO_4^{2-}	chromate
$Cr_2O_7^{2-}$	dichromate
MnO_4^-	permanganate
$C_2O_4^{2-}$	oxalate
SCN^-	thiocyanate
$S_2O_3^{2-}$	thiosulfate
$Fe(CN)_6^{3-}$	hexacyanoferrate (III) ou ferricyanure
$Fe(CN)_6^{4-}$	hexacyanoferrate (II) ou ferrocyanure
H_3O^+	hydronium
NH_4^+	ammonium
Cu^+	cuivre (I) ou cuivreux
Cu^{2+}	cuivre (II) ou cuivrique
Ag^+	argent
Fe^{2+}	fer (II) ou ferreux
Fe^{3+}	fer (III) ou ferrique
Hg_2^{2+}	mercure (I) ou mercureux
Hg^{2+}	mercure (II) ou mercurique
Pb^{2+}	plomb (II)
Pb^{4+}	plomb (IV)
Sn^{2+}	étain (II) ou stanneux
Sn^{4+}	étain (IV) ou stannique

Composition de substances courantes

Nom commun	Nom chimique et formule
Acétone	Propanone CH_3COCH_3
Acétylène	Éthyne C_2H_2
Alcali	Hydroxyde de sodium $NaOH$, ou de potassium KOH
Alcali volatil	Ammoniaque NH_3 en solution
Alumine	Oxyde d'aluminium Al_2O_3
Alun	Sulfate d'aluminium et de potassium $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
Amiante	Silicate hydraté de magnésium et de calcium $Ca_2Mg_5(Si_4O_{11})_2(OH)_2$
Aspirine	Acide acétylsalicylique $C_6H_4(COOH)OCOCH_3$
Borax	Tétraborate de sodium $Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$
Calomel	Chlorure mercureux Hg_2Cl_2
Carborundum	Carbure de silicium SiC
Charbon actif	Carbone en poudre fine C
Chaux	Carbonate de calcium $CaCO_3$ en poudre amorphe
Chaux éteinte	Hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$
Chaux sodée	Mélange d'hydroxyde de sodium $NaOH$ et d'oxyde de calcium CaO
Chaux vive	Oxyde de calcium CaO
Dextrose	Glucose $C_6H_{12}O_6 \cdot H_2O$
Eau de chaux	Solution saturée 0.021 M d'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$
Eau de Javel	Solution aqueuse d'hypochlorite de sodium $NaClO$
Esprit de sel	Acide chlorhydrique HCl
Éther sulfurique	Diéthyléther ou éthoxyéthane $(C_2H_5)_2O$
Éthylène	Éthène C_2H_4
Formol	Solution aqueuse à 40% de méthanal (formaldéhyde) $HCHO$
Glycérine	Propane-1,2,3-triol $CH_2(OH)CH(OH)CH_2(OH)$
Glycol	Éthane-1,2-diol $CH_2(OH)CH_2(OH)$
Gypse	Sulfate de calcium $CaSO_4 \cdot 2H_2O$
Hypo	Thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$
Lithopone	Mélange de ZnS et de $BaSO_4$
Magnésie	Oxyde de magnésium MgO
Métol	Sulfate de p-méthylaminophénol $(CH_3NHC_6H_4OH)_2 \cdot H_2SO_4$
Minium	Tétroxyde de plomb Pb_3O_4
Perchloéthylène	Tétrachloroéthène C_2Cl_4
Phosgène	Chlorure de carbonyle $COCl_2$
Plâtre	Sulfate de calcium $CaSO_4 \cdot 0.5H_2O$
Potasse	Composé de potassium comme KCl, K_2CO_3 ou KOH.
Potasse caustique	Hydroxyde de potassium KOH
Saccharine	Sulfimide benzoïque o-$C_6H_4SO_2NHCO$
Salpêtre	Nitrate de potassium KNO_3
Sel ammoniac	Chlorure d'ammonium NH_4Cl
Sel de Glauber	Sulfate de sodium $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$
Sel de Mohr	Sulfate de fer (II) et ammonium $(NH_4)_2Fe(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$
Sel de Seignette	Tartrate de potassium et sodium $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$
Silice	Oxyde de silicium SiO_2
Soude	Carbonate de sodium $Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$
Soude caustique	Hydroxyde de sodium $NaOH$
Superphosphate	Dihydrogénophosphate de calcium $Ca(H_2PO_4)_2$
Vitriol	Acide sulfurique H_2SO_4

Constantes physico-chimiques de composés organiques

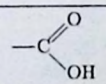
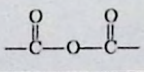
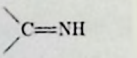
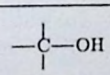
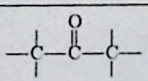
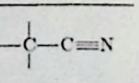
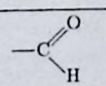
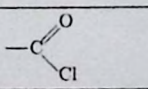
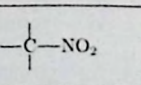
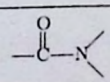
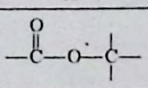
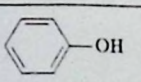
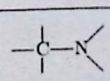
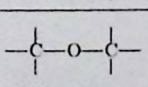
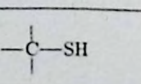
Toutes les constantes sont données à 1 bar.

État état physique (à 25°C) : g = gaz , l = liquide , s = solide
ρ masse volumique (à 25°C) ⋆ = liquide au point d'ébullition
θ_{fus} température de fusion
$\theta_{éb}$ température d'ébullition
ΔH_f^0 enthalpie standard de formation (à 25°C)
ΔH_c^0 enthalpie de combustion (à 25°C)

NOM	FORMULE	État	ρ kg/m^3	θ_{fus} °C	$\theta_{éb}$ °C	ΔH_f^0 kJ/mol	ΔH_c^0 kJ/mol
Hydrocarbures							
méthane	CH_4	g	466 ⋆	-183	-162	-75	-889
éthane	CH_3CH_3	g	572 ⋆	-183	-89	-85	-1557
propane	$CH_3CH_2CH_3$	g	585 ⋆	-188	-42	-104	-2117
n-butane	$CH_3(CH_2)_2CH_3$	g	601 ⋆	-138	-1	-126	-2874
n-pentane	$CH_3(CH_2)_3CH_3$	l	621	-130	36	-173	-3509
n-hexane	$CH_3(CH_2)_4CH_3$	l	655	-95	69	-199	-4158
n-heptane	$CH_3(CH_2)_5CH_3$	l	680	-91	98	-225	-4810
n-octane	$CH_3(CH_2)_6CH_3$	l	698	-57	126	-250	-5464
n-nonane	$CH_3(CH_2)_7CH_3$	l	714	-54	151	-275	-6118
n-décane	$CH_3(CH_2)_8CH_3$	l	726	-30	174	-301	-6770
n-hexadécane	$CH_3(CH_2)_{14}CH_3$	l	770	18	287	-456	-10687
cyclohexane	$(CH_2)_6$	l	774	7	81	-156	-3916
éthène	CH_2CH_2	g		-169	-104	52	-1409
propène	CH_3CHCH_2	g	519 ⋆	-185	-48	20	-2056
éthyne	$CHCH$	g	621 ⋆	-81	-84	227	-1299
benzène	C_6H_6	l	874	6	80	49	-3265
toluène	$CH_3C_6H_5$	l	862	-95	111	12	-3907
Alcools							
méthanol	CH_3OH	l	787	-98	65	-239	-725
éthanol	CH_3CH_2OH	l	785	-114	78	-278	-1365
propan-1-ol	$CH_3(CH_2)_2OH$	l	799	-126	97	-305	-2016
propan-2-ol	$CH_3CHOHCH_3$	l	781	-89	82	-318	-2003
butan-1-ol	$CH_3(CH_2)_3OH$	l	806	-89	118	-325	-2677
butan-2-ol	$CH_3CHOHCH_2CH_3$	l	802	-115	100	-342	-2658
éthane-1,2-diol	CH_2OHCH_2OH	l	1109	-16	198	-455	-1189
propane-1,2,3-triol	$CH_2OHCHOHCH_2OH$	l	1261	20	290	-576	
phénol	C_6H_5OH	s	1132	41	182	-165	
Halogénures							
chlorométhane	CH_3Cl	g	907 ⋆	-98	-24	-86	
dichlorométhane	CH_2Cl_2	l	1316	-95	40	-124	
trichlorométhane	$CHCl_3$	l	1480	-64	62	-132	
tétrachlorométhane	CCl_4	l	1584	-23	77	-132	
chloroéthane	CH_3CH_2Cl	g	891 ⋆	-136	12	-112	
chloroéthène	CH_2CHCl	g	901 ⋆	-154	-13	35	
chlorobenzène	C_6H_5Cl	l	1106	-45	132	9	

NOM	FORMULE	État	ρ kg/m^3	θ_{fus} °C	θ_{eb} °C	ΔH_f^0 kJ/mol	ΔH_c^0 kJ/mol
Éthers							
méthoxyméthane	CH_3OCH_3	g	669 ⋆	-139	-23	-184	-1460
méthoxyéthane	$CH_3OCH_2CH_3$	g	725 ⋆		11	-216	-2108
éthoxyéthane	$CH_3CH_2OCH_2CH_3$	l	714	-116	35	-279	-2724
Aldéhydes							
méthanal	$HCHO$	g	815 ⋆	-117	-19	-116	-563
éthanal	CH_3CHO	g	783 ⋆	-123	20	-166	-1191
propanal	CH_3CH_2CHO	l	791	-80	48	-221	-1815
benzaldéhyde	C_6H_5CHO	l	1042	-26	178	-77	-3532
Cétones							
propanone	CH_3COCH_3	l	785	-95	56	-249	-1785
butanone	$CH_3CH_2COCH_3$	l	800	-86	80	-273	-2439
2-pentanone	$CH_3(CH_2)_2COCH_3$	l	802	-78	102	-300	-3090
3-pentanone	$CH_3CH_2COCH_2CH_3$	l	809	-39	102	-300	-3090
phényléthanone	$C_6H_5COCH_3$	l	1028	21	202	-143	-4145
Acides carboxyliques							
acide méthanoïque	$HCOOH$	l	1214	8	101	-425	-254
acide éthanoïque	CH_3COOH	l	1044	17	118	-484	-875
acide propanoïque	CH_3CH_2COOH	l	988	-21	141	-511	
acide benzoïque	C_6H_5COOH	s	1266	122	249	-343	
Amines							
méthylamine	CH_3NH_2	g	656 ⋆	-94	-6	-23	
diméthylamine	$(CH_3)_2NH$	g	650 ⋆	-92	7	-19	
triméthylamine	$(CH_3)_3N$	g	627 ⋆	-117	3	-24	
éthylamine	$CH_3CH_2NH_2$	g	677 ⋆	-81	17	-46	
phénylamine (aniline)	$C_6H_5NH_2$	l	1022	-6	184	87	
Divers							
acide lactique	$CH_3CHOHCOOH$	s	1210	17		-675	-1363
urée	$CO(NH_2)_2$	s	1320	132		-246	-619
glucose	$C_6H_{12}O_6$	s	1562	146		-1273	-2803
sucrose	$C_{12}H_{22}O_{11}$	s	1587	192		-2226	-5637

Fonctions organiques

Acide carboxylique		Anhydride		Imine	
Alcool		Cétone		Nitrile	
Aldéhyde		Chlorure d'acide		Nitro	
Amide		Ester		Phénol	
Amine		Éther		Thiol	

Valeur énergétique de quelques aliments

Les valeurs sont données en kJ/g. Pour les nutriments, elles peuvent varier faiblement du fait des différents types de composés dans chaque classe ; pour les aliments, elles peuvent varier jusqu'à 20%.

Nutriments

Glucides	16.5
Lipides	39.5
Protides	17.5

Aliments

Beurre, margarine, crème	30
Bière	2
Bœuf	14
Céréales	15
Champignons	1.5
Chips, cacahuètes grillées	24
Eau	0
Fromage blanc	4.5

Fromage dur	14
Fruits	2.5
Hamburger	16
Huile de tournesol	39
Lait entier	3
Légumes verts	1
Noisettes	26
Œufs	6

Pain	10
Poisson	5.5
Pommes de terre	3.5
Porc	12
Riz	15
Sel de cuisine	0
Vin	3.5
Volaille	6

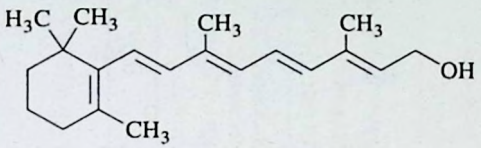
Additifs alimentaires

La table ci-dessous ne donne que les catégories d'additifs alimentaires. Certains additifs ont plusieurs fonctions (par exemple conservateur et antioxydant, ou acidifiant et antioxydant).

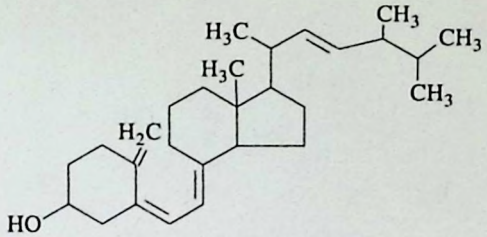
Numéros E	Fonction	Exemples
E 100 – E 199	colorants	E 104 : jaune de quinoléine ; E 110 : orangé S ; E 124 : ponceau 4R ; E 150 : caramel
E 200 – E 299	conservateurs, saumure, antioxydants	E 203 : sorbate de calcium ; E 221 : sulfite de sodium ; E 250 : nitrite de sodium
E 300 – E 399	antioxydants, acidifiants	E 300 : acide ascorbique ; E 322 : lécithine ; E 330 : acide citrique ; E 334 : acide tartrique
E 400 – E 499	gélifiants, épaississants, émulsifiants	E 406 : agar-agar ; E 414 : gomme arabique ; E 440 : pectine ; E 460 : cellulose
E 500 – E 599	antiagglomérants, correcteurs d'acidité	E 500 : soude ord. ; E 509 : chlorure de calcium ; E 519 : sulfate de cuivre ; E 526 : chaux éteinte
E 600 – E 699	exhausteurs de goût	E 621 : glutamate de sodium ; E 640 : glycine
E 900 – E 999	agents d'enrobage, édulcorants	E 901 : cire d'abeilles ; E 905 : paraffine ; E 951 : aspartame ; E 952 : cyclamate ; E 954 : saccharine
E > 1200	gélifiants, épaississants, humectants	E 1404 : amidon oxydé E 1520 : propylèneglycol

Vitamines

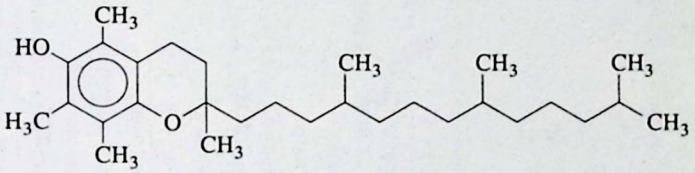
Vitamines liposolubles



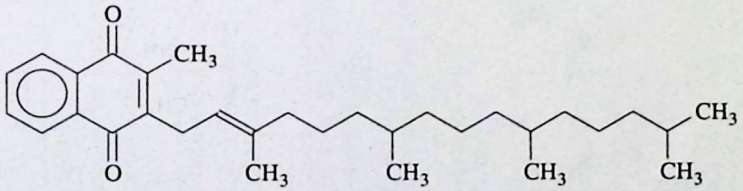
Carotène – vitamine A1



Calciférol – vitamine D2

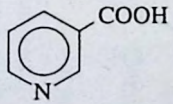


Tocophérol – vitamine E

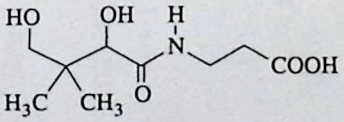


Phylloquinone – vitamine K1

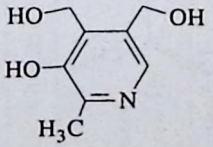
Vitamines hydrosolubles



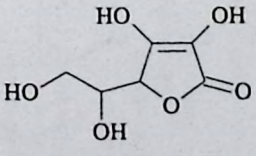
Niacine – vitamine B3



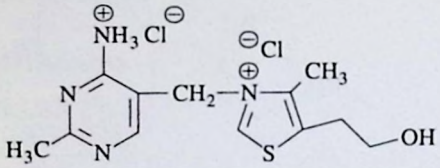
Acide panthothénique – vitamine B5



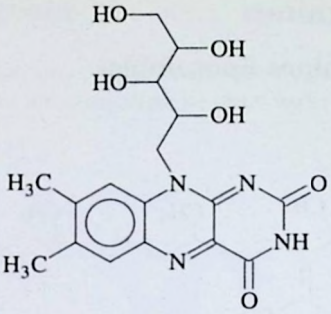
Pyridoxine – vitamine B6



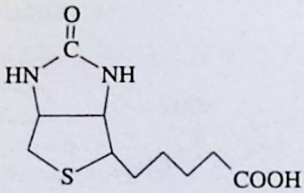
Acide L-ascorbique – vitamine C



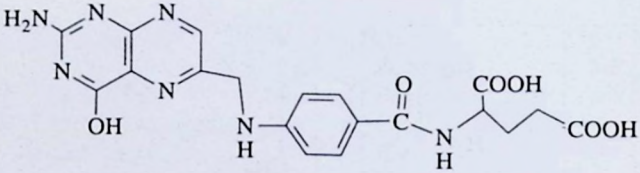
Thiamine – vitamine B1



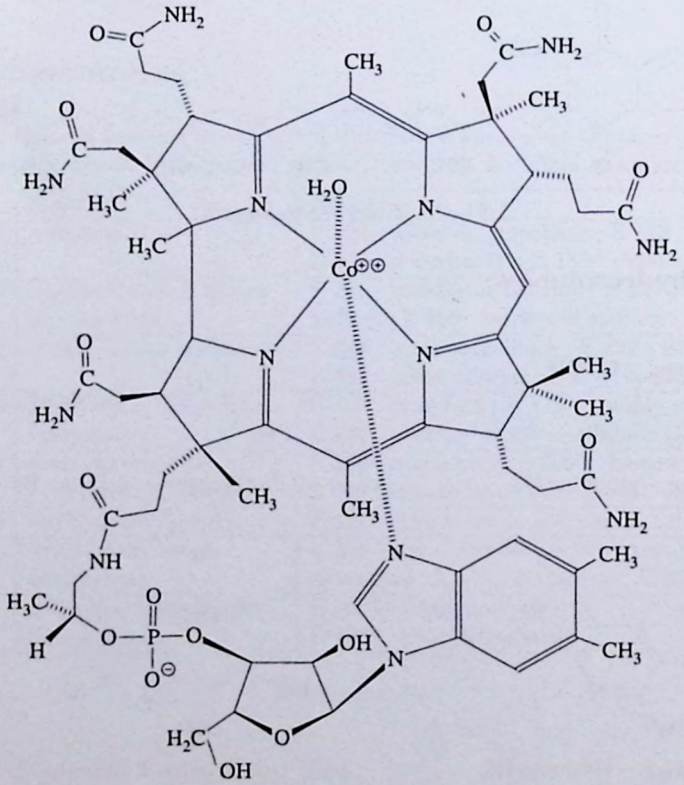
Riboflavine – vitamine B2



Biotine – vitamine B8 ou H



Acide folique – vitamine B9



Cobalamine – coenzyme ou vitamine B12

Utilité et besoins quotidiens de quelques vitamines pour l'être humain

L'abus des vitamines est dangereux. Il convient de prendre l'avis du médecin avant de consommer des comprimés de vitamines.

Vitamine	Provenance	Utilité	Symptômes de carence	Besoins quotidiens	
Vitamine A ou Rétinol *liposoluble*	Huile de foie de morue Beurre Fruits jaunes Légumes	Croissance Protection des muqueuses Adaptation visuelle de nuit	Arrêt de la croissance Perte de poids Cécité nocturne Peau sèche	Adulte : En période de croissance et de grossesse :	0.8 à 1.0 mg 1.6 à 3.2 mg
Vitamine B1 ou Thiamine *hydrosoluble*	Foie Levure de bière Céréales Germe de blé	Stimulation de l'appétit Cofacteur dans les décarboxylations	Névrites Béri-béri Troubles cardiaques Manque d'appétit	Enfant : Adulte : Femme enceinte :	0.4 à 1.7 mg 1.1 à 2.0 mg 1.8 à 2.0 mg
Vitamine B2 (G) ou Riboflavine *hydrosoluble*	Foie Levure de bière Lait	Diminution des signes de dégénérescence Diminution des hypersécrétions sébacées	Glossite Chélite Arrêt de la croissance chez le nourrisson	Enfant : Adolescent : Adulte : Femme enceinte :	0.9 à 1.8 mg 1.8 à 2.6 mg 1.5 à 2.6 mg 2.5 à 3.0 mg
Vitamine B3 (PP) ou Niacine *hydrosoluble*	Foie Levure de bière Céréales Fruits secs	Constituant du NAD^+ et du $NADP^+$ Utilisation des matières grasses	Pellagre Lésions nerveuses Hémorragies	Enfant : Adolescent : Adulte :	4 à 12 mg 12 à 17 mg 12 à 20 mg
Vitamine B5 ou acide pantothénique *hydrosoluble*	Foie Œuf Levure de bière	Constituant du CoA Régénérescence des épithéliums et des phanères	Dermite Entérite Alopécie Insuffisance surrénalienne		10 mg
Vitamine B6 ou Pyridoxine *hydrosoluble*	Levure de bière Foie Céréales Épinards	Augmentation de l'assimilation des sucres Diminution de la fatigabilité	Nervosité Irritabilité Convulsions Faiblesse Insomnie		2.2 mg

Vitamine	Provenance	Utilité	Symptômes de carence	Besoins quotidiens
Vitamine B8 (H) ou Biotine *hydrosoluble*	Foie Jaune d'œuf Tomate	Catalyse la fixation du CO_2	Dermite Entérite Chute des cheveux	0.2 mg
Vitamine B9 ou Acide folique *hydrosoluble*	Légumes verts en feuilles Foie Levure de bière	Régération et maturation des globules rouges	Anémie Sprue	0.3 mg
Vitamine B12 ou Cobalamine *hydrosoluble*	Foie Viande Œuf Lait	Stimulation de l'érythropoïèse	Anémie pernicieuse	3 μg
Vitamine C ou Acide ascorbique *hydrosoluble*	Agrumes Légumes verts en feuilles	Stimulation de la tonicité des vaisseaux Stimulation de la lutte anti-infectieuse Adaptation du tonus cardiaque et musculaire	Scorbut Faible résistance aux infections Cicatrisation lente	Enfant : 35 à 75 mg Adolescent : – fille : 80 mg – garçon : 90 à 100 mg Adulte : 80 mg Femme enceinte : 100 mg
Vitamine D2 ou Calciférol *liposoluble*	Foie de poisson	Augmentation de l'absorption intestinale du Ca^{2+} et des phosphates	Rachitisme Carie dentaire	10 à 20 μg
Vitamine E *liposoluble*	Germe de blé Légumes verts en feuilles Lait	Participation au transport des électrons	Dystrophie musculaire Avortement	Nourrisson : 5 mg Adulte : 10 à 25 mg
Vitamine F *liposoluble*	Lard frais Saindoux Huiles végétales	Combat l'eczéma	Eczéma Peau sèche	
Vitamine K1 *liposoluble*	Légumes verts en feuilles	Catalyse la synthèse de plusieurs facteurs de la coagulation	Troubles de la circulation sanguine Hémorragies	45 μg

Substances dangereuses

Pictogrammes européens

E	Explosif	Peroxyde de benzoyle, acide picrique
O	Comburant	Chlorate de sodium, trioxyde de chrome, dioxyde de plomb, nitrate d'ammonium, hypochlorite de calcium
F+	Extrêmement inflammable	Éther, butane
F	Facilement inflammable	Pentane, octane, méthanol, éthanol, acétone, sulfure de carbone, sodium, hydrure de calcium
T+	Très toxique	Chlorure mercurique, cyanure de sodium, composés du plomb, acide fluorhydrique, hydrogène sulfuré, dinitrobenzène
T	Toxique	Mercure, phénol, méthanol, nicotine, benzène, nitrobenzène, aniline, composés du cadmium
Xn	Nocif	Iode, toluène, caféine, butanol, perchloréthylène
C	Corrosif	Tous les acides forts concentrés, ammoniaque, hydroxyde de sodium, triéthylamine
Xi	Irritant	Chlorure de calcium, carbonate de sodium, solution aqueuse 0.2 M de NaOH ou de HCl, sulfate de zinc
N	Dangereux pour l'environnement	Chromates, tétrachlorure de carbone, nitrobenzène, perchloréthylène, trichloréthane
	Radioactif	Uranium, voir table page 229

Les composés à caractère inflammable, sensibilisant (allergisant), cancérigène, mutagène, toxique pour la reproduction, ne sont pas représentés par des pictogrammes mais simplement par des phrases de risque (R).

Normes suisses des composés toxiques

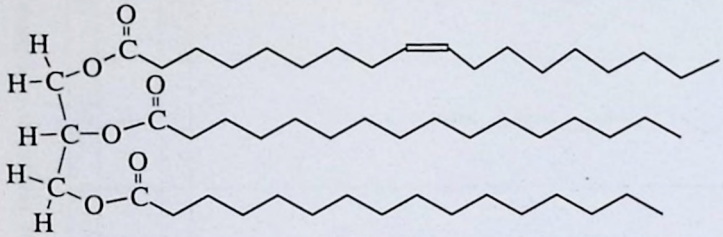
Classe de toxicité	1	2	3	4	5
Dose mortelle pour l'homme moyen (70 kg)	< 0.35 g	de 0.35 g à 3.5 g	de 3.5 g à 35 g	de 35 g à 140 g	de 140 g à 350 g
Substances types	Cyanures, nicotine	Acides et bases conc.	NH_3 conc., méthanol	Benzine, éther	$NaHCO_3$, Na_2SO_4

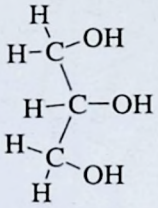
Biochimie

Lipides

Triglycérides

Dans un triglycéride, les trois acides gras peuvent être soit identiques soit différents.

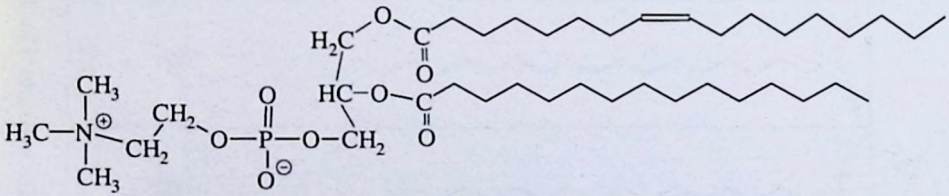




Glycérol ou glycérine

Phospholipides

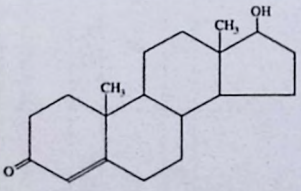
Les phospholipides sont formés d'une partie polaire (la choline, le groupe phosphate et le glycérol) ainsi que d'une partie non polaire (les deux acides gras).
Le phospholipide représenté ici est une lécithine.



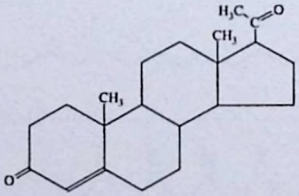
Autres lipides

Exemples : cires, sphingolipides, céramides, glycolipides (gangliosides et cérébrosides), cholestérol.

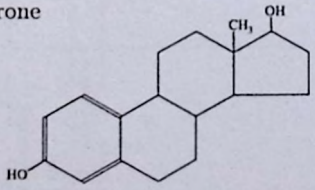
Les hormones sexuelles (messagers chimiques) sont formées à partir du cholestérol.



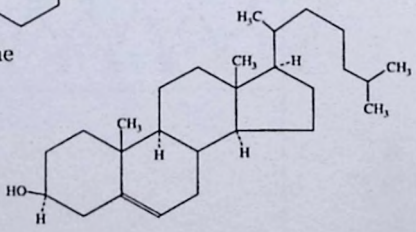
Testostérone



Progestérone

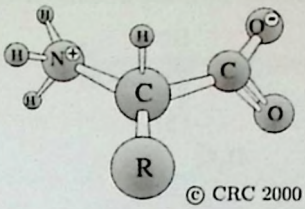


Estradiol ou œstradiol



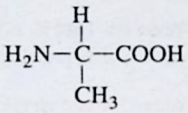
Cholestérol

Acides aminés

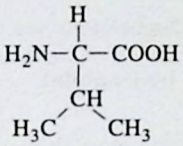


Chacun des 20 acides aminés naturels est défini par une chaîne latérale R différente. À pH physiologique (7.4), le groupe acide et le groupe amine sont ionisés sous la forme de **zwitterion**, parfois appelé amphion (voir ci-contre).
Tous les acides aminés naturels ont la configuration L.
Les acides aminés essentiels sont indiqués par le signe †.

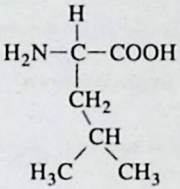
Chaîne latérale non polaire (hydrophobe)



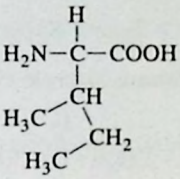
Alanine (A) [Ala]



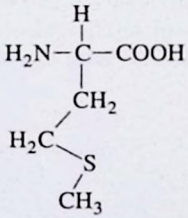
Valine (V) [Val] †



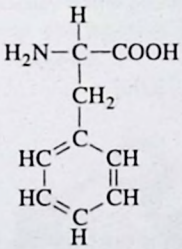
Leucine (L) [Leu] †



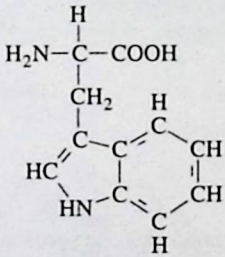
Isoleucine (I) [Ile] †



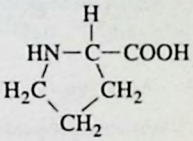
Méthionine (M) [Met] †



Phénylalanine (F) [Phe] †

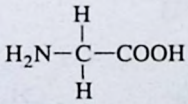


Tryptophane (W) [Trp] †

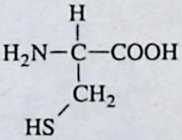


Proline (P) [Pro]

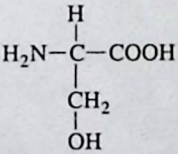
Chaîne latérale polaire non chargée (hydrophile)



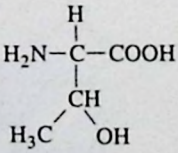
Glycine (G) [Gly]



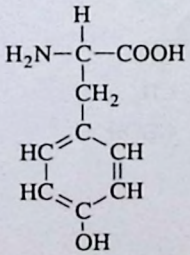
Cystéine (C) [Cys]



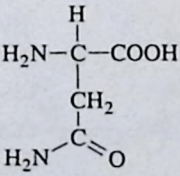
Sérine (S) [Ser]



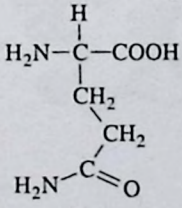
Thréonine (T) [Thr] †



Tyrosine (Y) [Tyr]

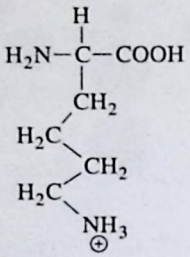


Asparagine (N) [Asn]

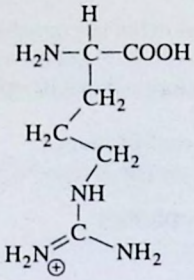


Glutamine (Q) [Gln]

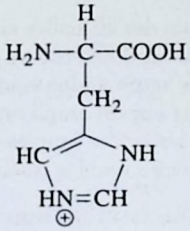
Chaîne latérale polaire chargée positivement* (basique, hydrophile)



Lysine (K) [Lys] †

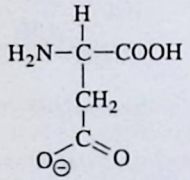


Arginine (R) [Arg]

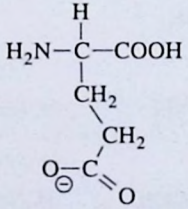


Histidine (H) [His] †

Chaîne latérale chargée négativement* (acide, hydrophile)



Aspartate (D) [Asp]

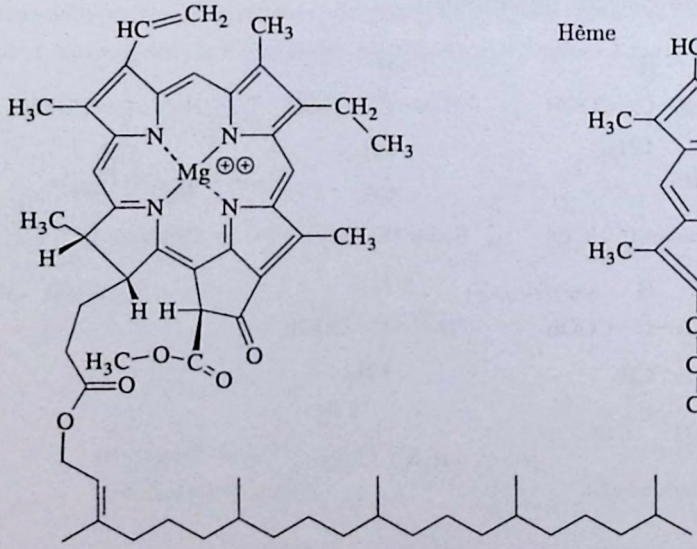


Glutamate (E) [Glu]

* dans certaines conditions de pH

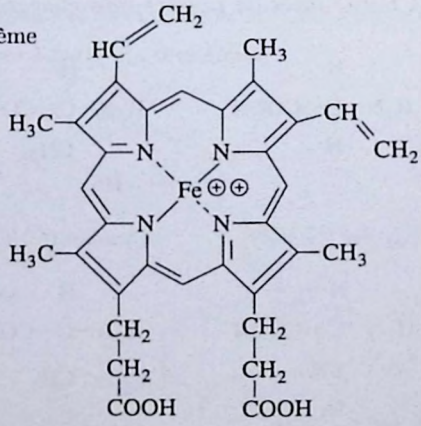
Cofacteurs

Les cofacteurs sont des molécules non protéiques, tels que des coenzymes, des ions, des lipides, des oligosaccharides ou autres qui peuvent être associés à une chaîne polypeptidique. Une molécule d'hème, contenant un ion Fe^{2+} est associée à chaque sous-unité d'hémoglobine. La chlorophylle, molécule typique des végétaux, possède une structure voisine de celle de l'hème.



Chlorophylle

Hème



Un exemple de protéine : l'hémoglobine

Dans une protéine, telle que l'hémoglobine, par exemple, on distingue différents degrés d'organisation :

Structure primaire

La structure primaire d'une protéine est la *séquence* des acides aminés, liés par des *liaisons peptidiques*. L'hémoglobine humaine compte 4 chaînes polypeptidiques : 2 nommées α (141 acides aminés) et 2 nommées β (146 acides aminés).

Structure secondaire

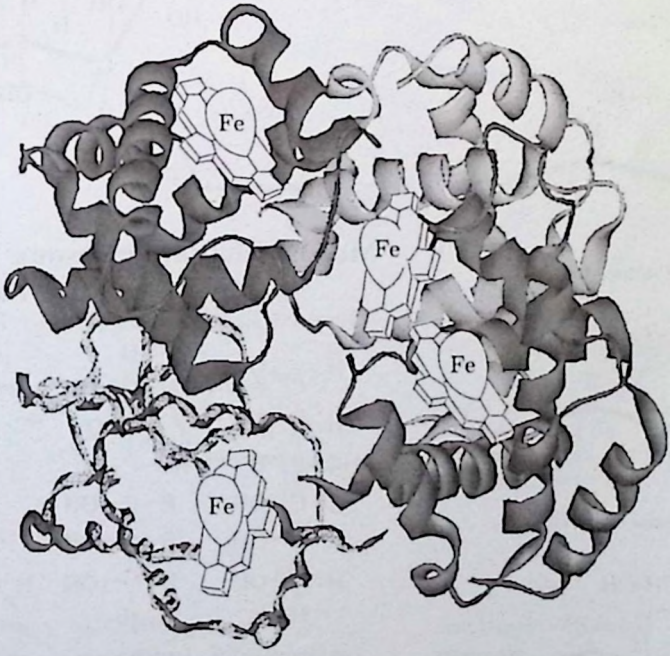
La structure secondaire d'une protéine est l'arrangement spatial local des acides aminés d'un polypeptide ; dans l'hémoglobine, ce sont des hélices de type α.

Structure tertiaire

La structure tertiaire d'une protéine désigne la structure tridimensionnelle du polypeptide entier.

Structure quaternaire

De nombreuses protéines sont constituées de plusieurs chaînes polypeptidiques appelées *sous-unités*. La structure quaternaire d'une protéine désigne leur arrangement spatial. Une région particulière d'une protéine ayant une fonction biologique est appelée *site actif*. Dans l'hémoglobine, le site actif permet de lier l'oxygène.



© CRC 2000

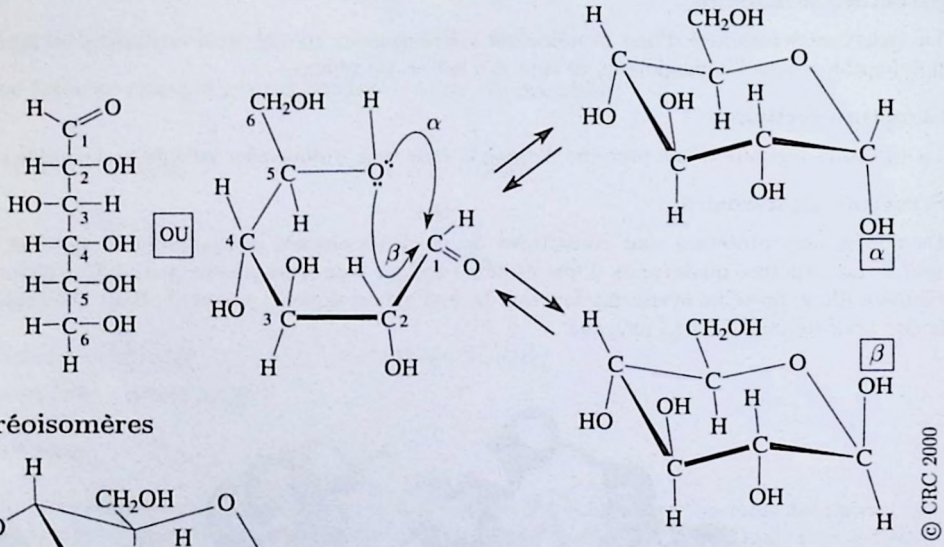
[1] Un modèle tridimensionnel d'hémoglobine est présenté au Musée des Sciences Naturelles de Porrentruy (JU).

Monosaccharides

Cyclisation

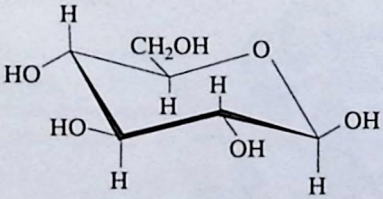
En solution aqueuse, ~ 95% des molécules d'un monosaccharide sont sous forme cyclique. L'aldéhyde ou la cétone réagit avec l'hydroxyle de l'avant-dernier carbone (C4 ou C5) pour former une molécule cyclique.

Après cyclisation, le groupe OH du C1 peut se retrouver en dessus ou en dessous du cycle. Ces 2 positions sont appelées α et β. Le groupe OH peut passer rapidement d'une position à l'autre.

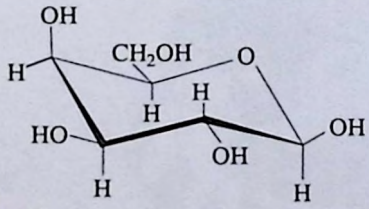


© CRC 2000

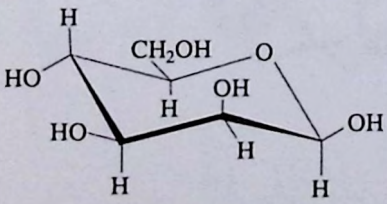
Stéréoisomères



β-glucose (Glc)



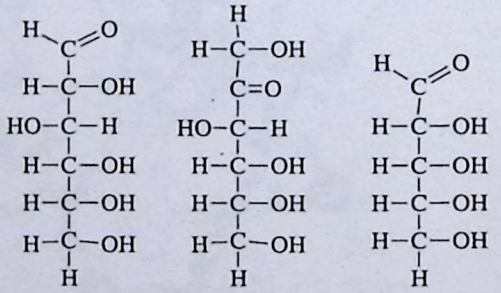
β-galactose (Gal)



β-mannose (Man)

Monosaccharides courants

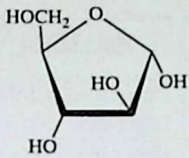
Hexoses ($n = 6$)		Pentoses ($n = 5$)
Glucose (Glc)	Fructose (Fru)	Ribose (Rib)



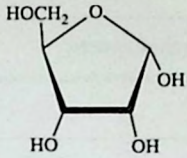
(aldohexose) (cétohexose) (aldopentose)

Les monosaccharides ont beaucoup d'isomères.
Ils diffèrent par l'orientation de leurs groupes OH.

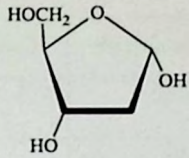
Pentoses



Arabinose (Ara)

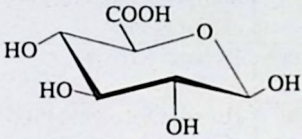


Ribose (Rib)

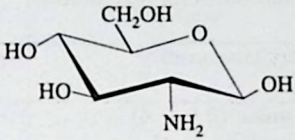


Désoxyribose

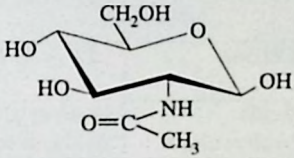
Sucres dérivés



Acide D-glucuronique (GluA)

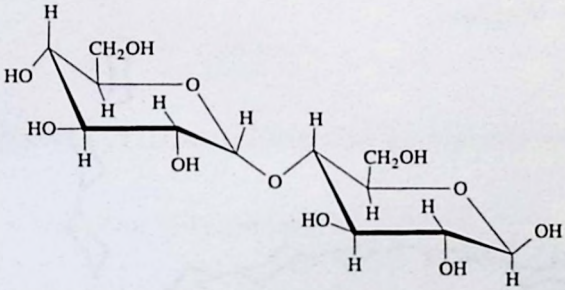


D-glucosamine (GlcN)

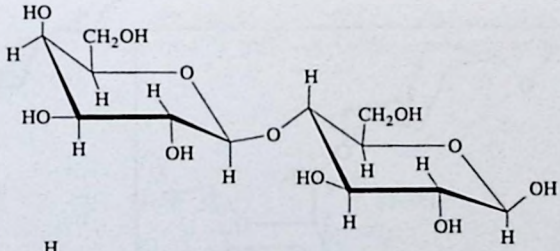


N-acétylglucosamine (GlcNac)

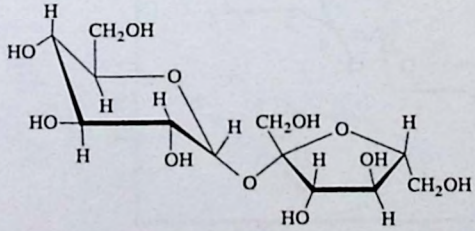
Disaccharides



Maltose [Glc (α1 → 4) Glc]



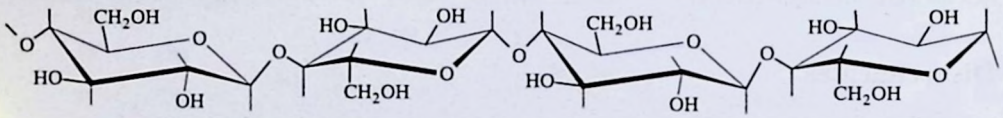
Lactose [Gal (β1 → 4) Glc]



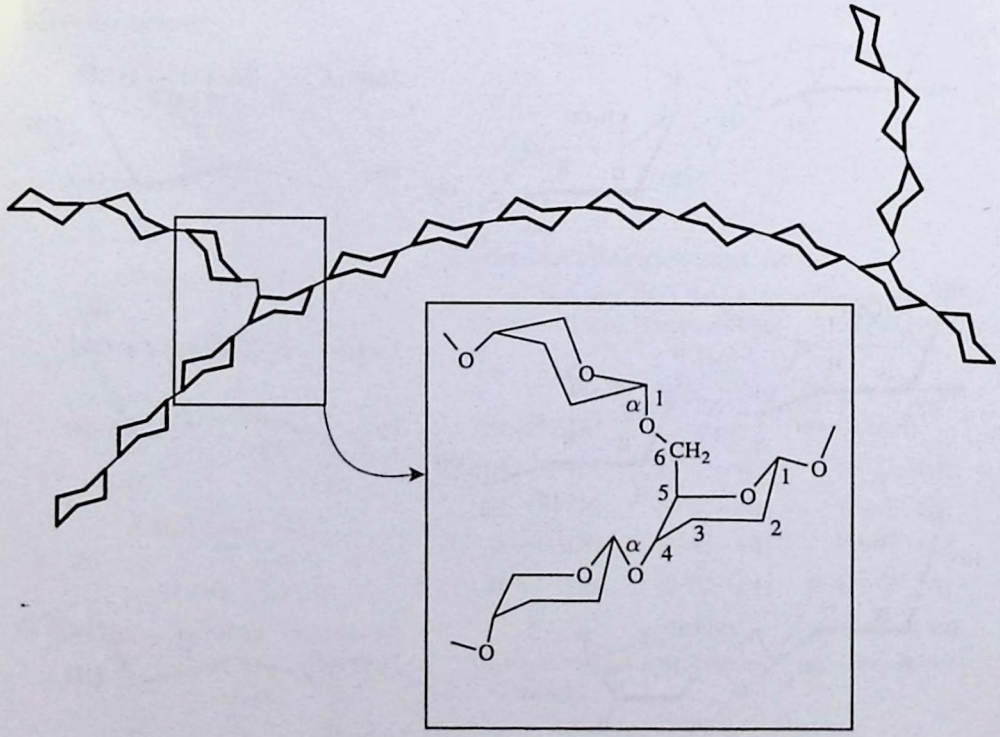
Saccharose (sucrose) [Glc (α1 → 2β) Fru]

Polysaccharides

Polysaccharide	Composition et enchaînement	Nombre d'unités	Rôle biologique
Cellulose	(α 1 → 4) Glucose	> 10000	Paroi des cellules végétales
Amidon • Amylose • Amylopectine	 (α 1 → 4) Glucose linéaire (α 1 → 4) Glucose avec ramifications (α 1 → 6) Glucose toutes les ~25 unités	 > 1000 > 10000	Réserve d'énergie des végétaux
Glycogène	(α 1 → 4) Glucose avec ramifications (α 1 → 6) Glucose toutes les ~10 unités	> 50000	Réserve d'énergie des animaux, bactéries et champignons
Chitine	(β 1 → 4) N-acétylglucosamine	très élevé	Exosquelette des Arthropodes
Acide hyaluronique	[N-acétylglucosamine (β 1 → 4) Acide glucuronique](β 1 → 4)	> 25000	Humeur vitrée de l'œil et liquide synovial



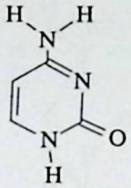
Cellulose



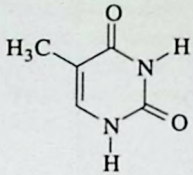
Amylopectine

Bases azotées

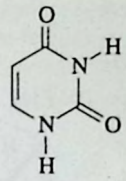
Pyrimidines



Cytosine

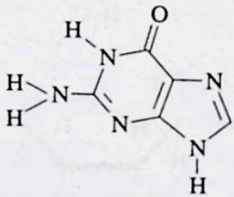


Thymine

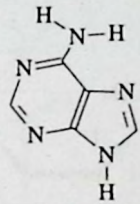


Uracile

Purines



Guanine

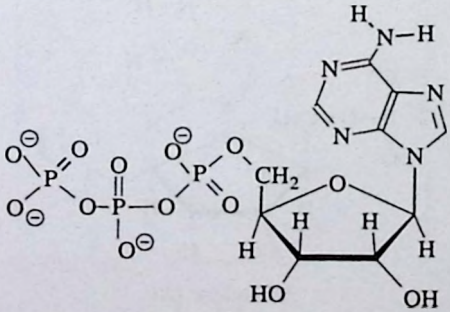


Adénine

Désoxyribonucléotides particuliers

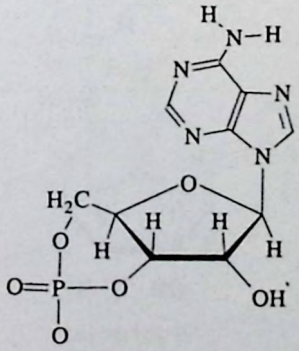
Adénosine 5′-triphosphate (ATP)

L'ATP, en se décomposant en AMP + 2 phosphates, libère 62.4 kJ/mol. L'ATP est l'unité énergétique de la cellule.



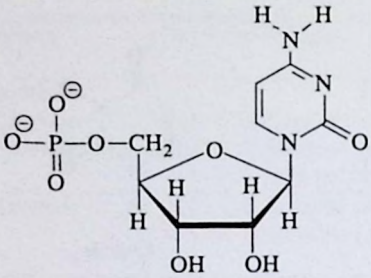
Adénosine 5′-monophosphate cyclique (cAMP)

Le cAMP joue un rôle de molécule messagère intracellulaire. C'est un signal ancestral de faim.

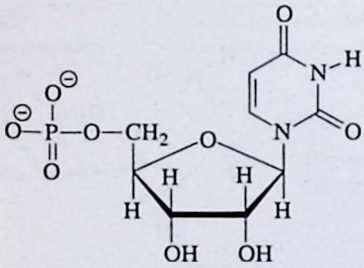


Nucléotides

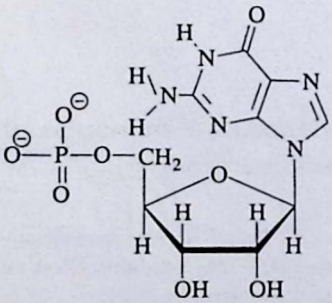
Ribonucléotides (ARN)



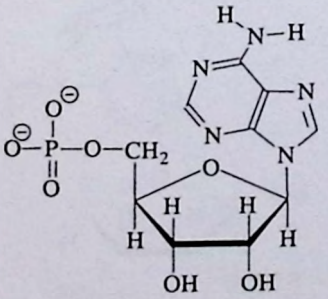
Cytidylate [C]



Uridylate [U]



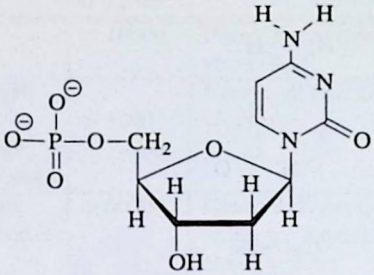
Guanylate [G]



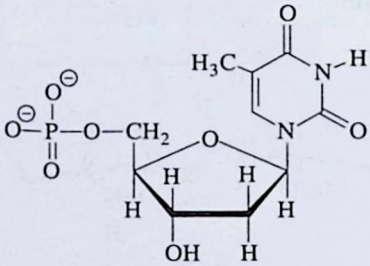
Adénylate [A]

ARN en français = RNA en anglais

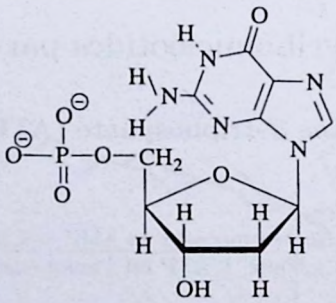
Désoxyribonucléotides (ADN)



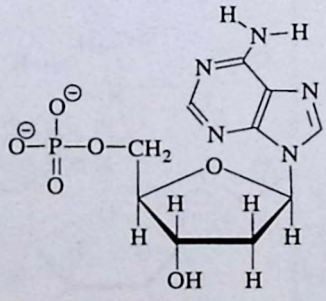
Cytidylate [C]



Thymidylate [T]



Guanylate [G]



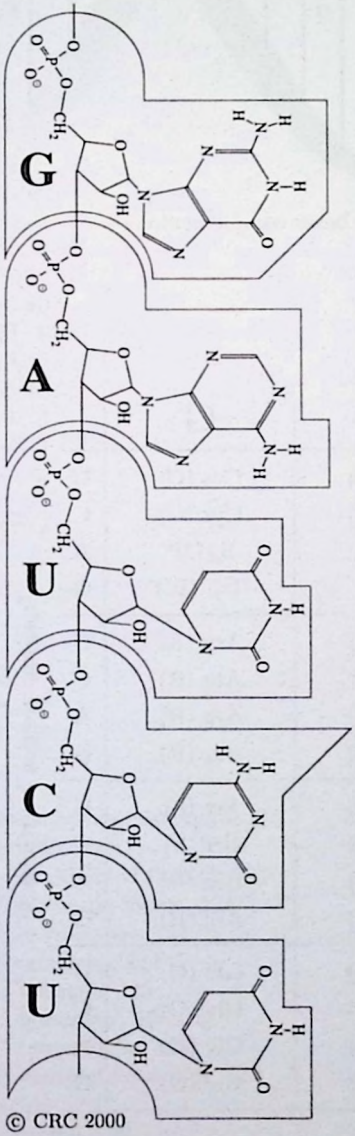
Adénylate [A]

ADN en français = DNA en anglais

ARN et ADN

Simple brin d'ARN (acide ribonucléique)

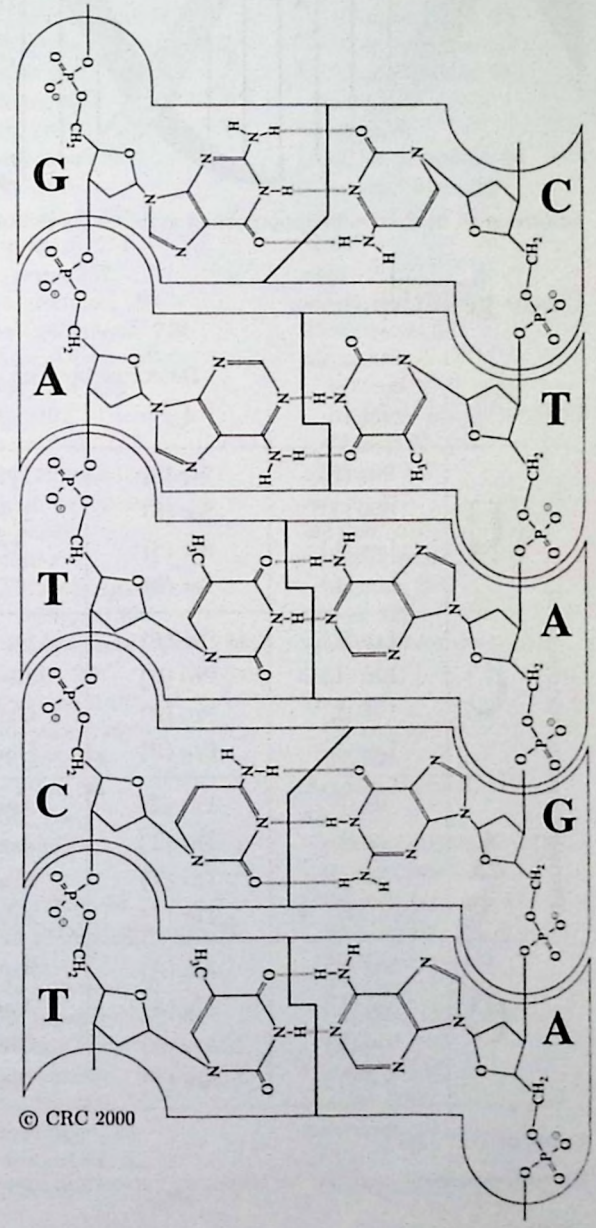
Dans un brin d'ARN, les ribonucléotides sont liés par des liaisons covalentes (liaisons fortes).



© CRC 2000

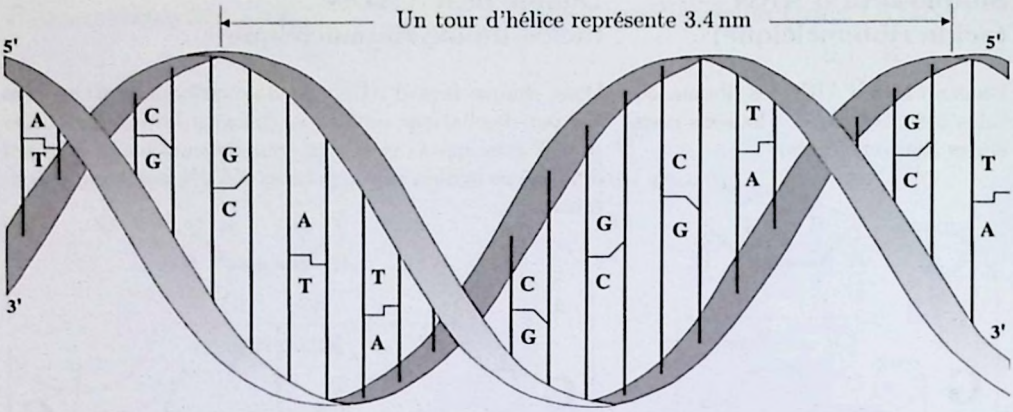
Double brin d'ADN (acide désoxyribonucléique)

Dans chaque brin d'ADN, les désoxyribonucléotides sont liés par des liaisons covalentes (liaisons fortes). Les bases A et T ainsi que G et C sont complémentaires et liées par des liaisons faibles. Les deux brins d'ADN sont complémentaires.



© CRC 2000

La double hélice d'ADN



La torsion en hélice double rapproche et stabilise les paires de bases complémentaires.

Code génétique

Première position (extrémité 5')	Deuxième position: U	C	A	G	Troisième position (extrémité 3')
U	Phe (F)	Ser (S)	Tyr (Y)	Cys (C)	U
	Phe (F)	Ser (S)	Tyr (Y)	Cys (C)	C
	Leu (L)	Ser (S)	STOP	STOP	A
	Leu (L)	Ser (S)	STOP	Trp (W)	G
C	Leu (L)	Pro (P)	His (H)	Arg (R)	U
	Leu (L)	Pro (P)	His (H)	Arg (R)	C
	Leu (L)	Pro (P)	Gln (Q)	Arg (R)	A
	Leu (L)	Pro (P)	Gln (Q)	Arg (R)	G
A	Ile (I)	Thr (T)	Asn (N)	Ser (S)	U
	Ile (I)	Thr (T)	Asn (N)	Ser (S)	C
	Ile (I)	Thr (T)	Lys (K)	Arg (R)	A
	Met (M) *	Thr (T)	Lys (K)	Arg (R)	G
G	Val (V)	Ala (A)	Asp (D)	Gly (G)	U
	Val (V)	Ala (A)	Asp (D)	Gly (G)	C
	Val (V)	Ala (A)	Glu (E)	Gly (G)	A
	Val (V)	Ala (A)	Glu (E)	Gly (G)	G

* Met ou DÉPART

Un acide aminé est codé par un triplet de nucléotides appelé codon.

Index

$\bigcup$, 15
$\mathbb{C}$, 6
$\cap$, 5
$\complement$, 5
$\cup$, 5
$\exists$, 4
$\forall$, 4
$\in$, 5
$\Leftrightarrow$, 3
$\leftrightarrow$, 3
$\mathbb{N}$, 6
π, 10
$\prod$, 15
$\mathbb{Q}$, 6
$\mathbb{R}$, 6
$\Rightarrow$, 3
$\rightarrow$, 3
$\setminus$, 5
$\subset$, 5
$\sum$, 14
$\times$, 5
$\varnothing$, 5, 99
$\vee$, 3
$\wedge$, 3
$\mathbb{Z}$, 6
e, 10
i, 17

abondances cosmiques, 213
accélération
  angulaire, 125, 132, 133
  centre de masse, 131–133
  instantanée, 124
  moyenne, 124
  normale, 125
  pesanteur, 196
  tangentielle, 125
N-acétylglucosamine, 263
acide
  aminé, 259
  ascorbique, 250
  aspartique, 260
  carboxylique, 247
  D-glucuronique, 263
  désoxyribonucléique, 267
  faible, 219
  folique, 250
  fort, 219
  glutamique, 260
  gras, 257
    essentiel, 257
    insaturé, 257
    saturé, 257
  hyaluronique, 264
  panthothénique, 249
  ribonucléique, 267
acidité, 219, 223
action, 132
activité, 156
additif alimentaire, 248
addition de fonctions, 67
adénine, 265
adénosine
  5′-monophosphate cyclique, 265
  5′-triphosphate (ATP), 265
adénylate, 266
adiabatique, 148
admittance, 146
ADN, 266–268
affectation, 93
affinité, 26
air sec, 197
aire
  d'un cercle, 38
  d'un parallélogramme, 21, 48
  d'un polygone, 37
  d'un quadrilatère, 36
  d'un secteur circulaire, 38
  d'un segment circulaire, 38
  d'un triangle, 35, 59
    sphérique, 32
  d'une ellipse, 38
  d'une surface, 82, 83
  latérale
    d'un corps, 82, 83
    d'un corps rond, 42
    d'un polyèdre, 39
  unité, 159
ajustement
  par un polynôme, 96
  par une droite, 95
alanine, 259
alcool, 246, 247
aldéhyde, 247
aldohexose, 262
aldopentose, 262
algorithme
  de Heun, 97
  de Runge-Kutta (RK4), 97
  d'Euler, 97
aliments, 248
amide, 247
amidon, 264
  amylopectine, 264
  amylose, 264
amine, 247
amortissement d'une dette, 10
Ampère
  définition, 119
  loi, 144
Ampère-Maxwell, 145
angle
  de deux droites, 51, 60
  de deux plans, 62
  de deux vecteurs, 47
  de réflexion, 151
  de réfraction, 151
  d'incidence, 151
  directeur d'une droite, 50
  solide
    unité, 120
  unité, 120
anhydride, 247
année
  lumière, 159, 189

sidérale, 197
annuité, 10
antirésonance, 146
antisymétrie d'une relation, 6
aphélie, 192
apothème, 37
application, 7
  bijective, 7
  injective, 7
  linéaire, 24, 25
  surjective, 7
approximation
  de loi de probabilité, 106
  du premier ordre, 91
arabinose, 263
arc
  de cubique, 94
  longueur, 82, 83
  mineur, 31
Archimède, 58, 137
arginine, 260
argument, 17
ARN, 266, 267
  messager, 268
arrangement
  avec répétitions, 8
  simple, 8
ascension droite, 31
ascorbique, 250
asparagine, 259
aspartate, 260
associativité
  d'une opération, 19
  en logique, 4
  en théorie des ensembles, 5
astéroïdes, 198, 199
astroïde, 56
asymptote, 73
  d'une hyperbole, 55
atmosphère standard, 197
ATP, 265
auto-induction, 145
Avogadro, 157

barycentre, *voir* centre de gravité
base
  azotée, 265
  faible, 220
  forte, 220
  orthonormée, 46
Bayes, 100
Bernoulli, 58, 101, 137
Bézier, 94
biconditionnelle, 3
Bienaymé, 101
Big Bang, 214
bijection, 7
binôme de Newton, 8, 13
Biot-Savart, 144
biotine, 250
bissection, méthode de, 93
bissectrice de deux droites, 51
boissons, 224
borne d'une fonction, 66

$c(A)$, 217
calciférol, 249
calcul
  algébrique, 13
  d'erreur, 92
  différentiel, 74–77
  financier, 9
  intégral, 77–83
  matriciel, 23
calotte, 44
cAMP, 265
candela, 119
capacité
  d'un condensateur, 141
  d'un conducteur, 141
  thermique, 147
capital, 9
cardioïde, 58
Carnot, 148
carotène, 249
Cauchy, 86
célérité, 149, 150
cellulose, 264
Celsius, 147
centre
  de gravité
    d'un arc de courbe, 82
    d'un corps, 82, 83
    d'un tétraèdre, 59
    d'un triangle, 34, 49, 59
    d'une surface, 82, 83
  du cercle circonscrit à un triangle, 34
céramide, 258
cercle, 38, 52, 56, 57
  circonscrit, 35–37
  équation cartésienne, 52
  exinscrit, 35
  inscrit, 35, 37
cétohexose, 262
cétone, 247
chaleur
  latente, 147
    de fusion, 164, 168
    de vaporisation, 164, 168
  massique, 147, 165, 169
  molaire, 148, 176
  spécifique, 231
champ
  électrique, 139
  magnétique, 144
    intensité, 177
changement
  de base, 25
  de variable, 77, 81
charge, 139
  élémentaire, 157
  test, 139
chitine, 264
chlorophylle, 260
chlorure d'acide, 247
cholestérol, 258
circuit oscillant, 146
circulation, 144
cire, 258
cisaillement, 26
cissoïde de Dioclès, 58
cobalamine, 250
code
  E000, 248
  génétique, 268
codon, 268
coefficient
  binomial, 7
  de corrélation, 95, 107
  de dilatation
    linéique, 163, 167
    volumique, 163, 167
  de frottement, 177
  de température de la résistivité, 163, 167
cofacteur, 260
combinaison
  avec répétitions, 9
  simple, 9
combinatoire, 7
comète, 199

commutativité
d'une opération, 19
en logique, 4
en théorie des ensembles, 5
complémentaire, 5
composante d'un vecteur, 46
composés
inorganiques, 235
organiques, 246
composition de fonctions, 67
concentration, 217
usuelle, 224
conchoïde de Nicomède, 58
condensateur, 141, 146
conditions normales, 161
pression, 157
température, 157
conduction, 148
conductivité thermique, 163, 167
cône, 42
conique, 53–55, 58
conjonction, 3
conjugué, 18
constante
Boltzmann, 147, 157
d'acidité, 219, 223
de dissociation, 219, 223
de Faraday, 221
d'équilibre, 218
des gaz parfaits, 217
d'Euler, 11
Faraday, 157
gaz, 147, 157
gravitation, 157
Planck, 155, 157
Rydberg, 155
Stefan-Boltzmann, 148, 155, 157
constantes physico-chimiques
inorganiques, 235
organiques, 246
continuité d'une fonction, 73
contraposition, 4
convection, 148
convergence
d'une série, 86, 87
à termes positifs, 86
alternée, 87
entière, 88
d'une suite, 85
conversion de taux, 10
convexité d'une fonction, 66, 76
coordonnées
cylindriques, 63
d'un point, 49, 59
polaires, 57
sphériques, 63
corps, 19
de révolution, 45
humain, 226
rond, 42
simple
chaleur spécifique, 231
enthalpie de fusion, 231
enthalpie de vaporisation, 231
masse volumique, 231
température de fusion, 231
température d'ébullition, 231
corrélation, 95, 107
cosinus, 27
hyperbolique, 68
cosmologie, 213
cotangente, 27
Coulomb, 139
couple, 5
acide-base, 223
redox
inorganique, 225
organique, 226
courant électrique
unité, 119
courbe
de Bézier, 94
de Lissajous, 57
plane, 56–58
sous forme paramétrique, 76
sous forme polaire, 76
courbure, 76
covariance, 107
Cramer, 22
critère
de comparaison, 86
de convergence
d'une série à termes quelconques, 87
d'une série alternée, 87
de la racine (Cauchy), 86
de l'intégrale, 87
de parallélisme
de deux droites, 51
de deux plans, 62
de perpendicularité
de deux droites, 51
de deux plans, 62
du quotient (d'Alembert), 86
croissance d'une fonction, 66, 76
cube, 39, 41
cubique, arc de, 94
cycloïde, 56
cylindre, 42
cystéine, 259
cytidylate, 266
cytosine, 265

d'Alembert, 86
de Broglie, 155
décapoise, 160
déclinaison, 31
degré, 27
demi-vie, 156
dénombrement, 8
densité de probabilité, 100
dépendance linéaire, 45, 48
déphasage, 146
déplacement, 123
dérivée, 74–77
d'une fonction, 74, 75
seconde d'une fonction, 74
vectorielle, 77
Descartes, 56
désintégration radioactive, 186
désoxyribonucléique, 267
désoxyribonucléotides, 265, 266
désoxyribose, 263
déterminant, 21
développement en série, 90
différence, 5
différentielle d'une fonction, 74
diffraction, 150
dilatation, 147
Dioclès, 58
dioptre plan, 151
directrice d'une conique, 53, 55

disaccharide, 263
discriminant, 16
disjonction, 3
distance
de deux droites, 60
de deux points, 31
d'un point
à un plan, 61
à une droite, 51, 60
focale, 152
d'une conique, 55
distributivité
d'une opération, 19
en logique, 4
en théorie des ensembles, 5
divisibilité d'un polynôme, 17
division de fonctions, 67
dodécaèdre, 41
dose absorbée, 156
double hélice d'ADN, 268
droite, 50, 51, 56, 57, 60
ajustement par une, 95
de régression, 95
d'Euler, 34
équation
cartésienne, 50
vectorielle, 50
équations
paramétriques, 50, 56
pente, 50

E^0, 221
eau
de mer, 226
K_e, 223
pH, 223
écart type, 100, 107
éclairement, 180
écliptique, 193
effet Doppler, 150, 154
Einstein, 153
électrolyse, 221
électron
masse, 157
électronégativité, 231
électronvolt, 121, 160
élément
chimique
électronégativité, 231
masse atomique, 231
potentiel d'ionisation, 231
volume atomique, 231
d'un ensemble, 5
neutre d'une opération, 19
ellipse, 38, 53, 55, 56
ellipsoïde, 44
émission énergétique, 155
énergie, 127, 141
cinétique, 127, 128, 131–133, 154
cinétique moyenne, 147
de l'électron, 155
de liaison, 185, 230
d'ionisation, 230
du photon, 155
électronvolt, 160
interne, 148
mécanique, 127, 128
ordre de grandeur, 174
potentielle, 127–129, 131
totale, 154
unité, 160
ensemble, 5–7
de définition d'une fonction, 65
de nombres, 6
image d'une fonction, 65
vide, 5
ensembles disjoints, 5
enthalpie
de combustion, 246
de dissolution, 235
de formation, 220, 235, 246
de fusion, 231
de réaction, 220
de vaporisation, 231
entropie, 235
épicycloïde, 57
épreuves répétées indépendantes, 101
équation
caractéristique, 25, 84
cartésienne
d'un cercle, 52
d'un plan, 61
d'une conique, 54
d'une droite, 50, 60
d'une sphère, 62
de Nernst, 221
différentielle, 84, 85
sans second membre, 84, 85
du deuxième degré, 16
en coordonnées polaires, 54, 57, 58
générale d'une conique, 54
homogène, 84
linéaire, 22
polaire d'une courbe, 76
trigonométrique, 30
vectorielle
d'un plan, 61
d'une droite, 50, 60
équations paramétriques
d'un plan, 61
d'une courbe, 55–57, 76
d'une droite, 50, 56, 60
équilibre chimique, 218
équivalence, 3
erreur
absolue, 92
relative, 92
espace vectoriel, 19
espérance, 100
ester, 247
estimateur, 107
estimation
du reste d'ordre n (Taylor), 89
d'une erreur absolue, 92
d'une erreur relative, 92
estradiol, 258
et, 3
éther, 247
Euclide, 35
Euler, 11, 17, 34, 41, 97
algorithme, 97
constante, 11
droite, 34
formule, 17
théorème, 41
événement, 99
évolution stellaire, 206
excentricité d'une conique, 53, 55
excès sphérique, 32
exitance énergétique, 155
exoplanète, 204
expansion de l'Univers, 213
exponentielle, 67, 68
extremum, 66

F, 221
facteur
d'actualisation, 9
de capitalisation, 9
de pondération
radiation, 156, 187
tissu, 156, 187
factorielle, 7
factorisation d'un polynôme, 16
Faraday, 145, 221
fer, 261
Fermat, 58
flux, 139, 145
folique, 250
folium de Descartes, 56
fonction, 65–81
bornée, 66
concave, 66
continue, 73
convexe, 66
croissante, 66
de répartition, 100
de répartition de la loi normale (tables), 111
décroissante, 66
dérivable, 74
exponentielle, 67, 68
graphe, 65
hyperbolique, 68
impaire, 65
logarithme, 67, 68
majorée, 66
minorée, 66
monotone, 66
organique, 247
paire, 65
périodique, 65
primitive, 77–80
réciproque, 67
d'une fonction hyperbolique, 68
d'une fonction trigonométrique, 67
réelle d'une variable réelle, 65
trigonométrique, 27
zêta de Riemann, 88
force de pesanteur, 129
formule
de Bernoulli, 101
de Girard, 32
de MacLaurin, 89
de Moivre, 18, 68
de Stirling, 7
de Taylor, 89
d'Euler, 17
foyer d'une conique, 53, 55
fraction molaire, 217
Fraunhofer, 180
fréquence, 124, 149, 181
propre, 150
frottement
dynamique, 177
statique, 177
frottements, 130
fructose, 262
fusion
hélium, 206
hydrogène, 206

galactose, 262
galaxies, 210
Galilée, 153
Gauss, 104, 139
gaz
constante, 157
gaz parfaits, 150, 217
volume molaire, 157
géométrie
analytique
de l'espace, 59
plane, 49
classique, 33
vectorielle, 45
Girard, 32
D-glucosamine, 263
glucose, 262, 264
D-glucuronique, 263
glutamate, 260
glutamine, 259
glycérine, 258
glycérol, 258
glycine, 259
glycogène, 264
glycolipide, 258
grade, 27
Grand Attracteur, 212
grand cercle, 31
Grandi, 58
graphe d'une fonction, 65
gravitation, 129, 192
groupe, 19
Groupe Local, 211
guanine, 265
guanylate, 266
Guldin, 45

halogénure, 246
hauteur d'un triangle, 34
ΔH_c^0, 246
ΔH_{diss}^0, 235
Heisenberg, 155
hélice d'ADN, 268
hème, 260
hémoglobine, 261
structure, 261
Hertzsprung-Russel, 205
Hess, 220
Heun, 97
hexaèdre, 41
hexose, 262
aldohexose, 262
cétohexose, 262
ΔH_f^0, 235, 246
histidine, 260
homothétie, 26
hormone sexuelle, 258
Horner, 17
Hubble, 210, 213
hyaluronique, 264
hydrocarbure, 246
hyperbole, 53, 55, 56
hypocycloïde, 57
hypoténuse, 35

icosaèdre, 41
identité remarquable, 13
image, 7
par une fonction, 65
imine, 247
impédance, 145, 146
implication, 3
impulsion d'une force, 127
inclusion, 5
incompatibilité, 99
indépendance, 100
indice de réfraction, 151, 178
inégalité de Bienaymé-Tchébychev, 101
inférence, 3
injection, 7
intégrale de Riemann, 80

intégration, 77–81
numérique, 96
par changement de variable, 77, 81
par linéarité, 77, 81
par parties, 77, 81
par substitution, 77, 80, 81
intensité
du courant, 142
lumineuse
unité, 119
interactions fondamentales, 185
intérêts
simples, 9
composés, 9
interférences, 149
interpolation, 94
intersection, 5
de deux plans, 62
intervalle, 6
de confiance, 108, 109
ionisation, 230
isoleucine, 259
isotope
naturel, 227
radioactif, 229

Joule, 142

K_a, 219, 223
K_c, 218
kelvin, 119
Kepler, 135, 192
khi-carré
test, 110
kilogramme, 119
Kirchhoff, 143
K_p, 218
K_s, 218, 235

lactose, 263
Lagrange, 94
Lambert, 191
lames à faces parallèles, 151
Laplace, 104, 144
latitude, 31
lécithine, 258
lemniscate de Bernoulli, 58
lentille, 152
leucine, 259
L'Hospital, 73
liaison peptidique, 261
limaçon de Pascal, 57
limite
de la dose, 188
d'une fonction, 72
linéarité de l'intégration, 77, 81
lipide, 258
Lissajous, 57
litre, 159
logarithme, 14, 67, 68
logique, 3
loi
binomiale, 102, 105
de composition
externe, 19
interne, 18
de Faraday, 221
de Hess, 220
de Laplace-Gauss, 104, 105
de Morgan, 4, 5
de Poisson, 103, 105
de probabilité
conjointe, 106
continue, 103–105
discrète, 102, 103
de Student, 108, 113
du χ^2 de Pearson, 108, 112
exponentielle, 104, 105
géométrique, 102, 105
hypergéométrique, 102, 105
normale, 105, 111
centrée réduite, 101, 104, 105
de Laplace-Gauss, 104
uniforme, 103, 105
longitude, 31
longueur, 153
d'onde, 149
d'un arc, 31
de cercle, 38
de courbe, 82, 83
d'un segment, 49, 59
unité, 119, 159
Lorentz, 143, 153
losange, 36
luminosité, 191
Lune, 198
lysine, 260
MacLaurin, 89
magnétisme
unité, 160
magnitude, 191
majorant, 66
maltose, 263
mannose, 262
masse, 153
atomique, 159, 231
unité, 121
planètes, 200
relativiste, 154
unité, 119, 159
volumique, 132, 162, 166, 171, 172, 231, 235
matière interstellaire, 209
matrice
associée à une application linéaire, 25
carrée, 24
de changement de base, 25
inverse, 24
nulle, 23
opposée, 23
transposée, 23
unité, 24
maximum, 66
MCU, 126
médiane, 107
d'un triangle, 34
médiatrice d'un triangle, 34
méridien, 31
mesure d'un angle, 27
météorites, 203
méthionine, 259
méthode
de bissection, 93
de la sécante (regula falsi), 93
de la tangente (Newton), 93
de Simpson, 97
de variation de la constante, 84
des moindres carrés, 95
des rectangles, 96
des trapèzes, 96
d'intégration, 81
du point fixe, 93
numérique
de résolution d'une équation, 93

de résolution d'une équation différentielle, 97
d'intégration, 96
mètre, 119
micron, 159
milieu d'un segment, 49, 59
minimum, 66
minorant, 66
miroir, 152
mode, 107
module, 17
moindres carrés, 95
Moivre, 18, 68
mole, 119
moment
cinétique, 126, 128, 131–133
d'inertie, 134
d'une force, 126
monosaccharide, 262, 263
cyclisation, 262
positions α et β, 262
Morgan, 4, 5
mouvement
central, 135
circulaire uniforme, 126
harmonique, 135
périodique, 124
rectiligne uniforme, 125
rectiligne uniformément accéléré, 126
uniforme, 125
uniformément accéléré, 125
moyenne, 15, 107
arithmétique, 15
d'une fonction, 81
d'une variable aléatoire, 100, 101
géométrique, 15
harmonique, 15
pondérée, 15
quadratique, 15
MRU, 125
MRUA, 126
MUA, 125
multiplication de fonctions, 67

négation, 3
de l'inférence, 4
Nernst, 221
neutron
masse, 157
Newton, 8, 13, 93
binôme, 8, 13
méthode de, 93
niacine, 249
Nicomède, 58
nitrile, 247
nitro, 247
niveau
de confiance, 108
sonore, 181
nombre
π, 10
e, 10
de diagonales d'un polygone, 37
d'onde, 149
d'or, 10, 33
nombres
complexes, 6, 17–18
entiers, 6
irrationnels, 6
naturels, 6
rationnels, 6
réels, 6
nomenclature, 244
non ..., 3
norme d'un vecteur, 46, 47
noyaux
rayon, 155
nucléosynthèse, 206
nucléotide, 266
nutriment, 248
nœud, 159

obélisque, 40
octaèdre, 41
œstradiol, 258
Ohm, 142
onde
électromagnétique, 180
sonore, vitesse, 181
opération, 18, 19
en logique, 3
interne, 18
sur les ensembles, 5
sur les fonctions, 67
sur les matrices, 23
sur les nombres complexes, 18
ordonnée à l'origine d'une droite, 50
orthocentre d'un triangle, 34
orthonormée, base, 46
ou, 3
oxydation, 221
oxydo-réduction, 225, 226

panthothénique, 249
parabole, 53, 55, 56
paraboloïde, 44
parallaxe, 189
parallèle, 31, 142
parallélépipède, 21, 39, 48
parallélogramme, 36
paramètre d'une conique, 53, 55
parité d'une fonction, 65
parsec, 159, 189
particule
fondamentale, 183
intermédiaire, 184
partie, 5
imaginaire, 17
réelle, 17
Pascal, 8, 57
Pearson, 108
pendule, 136
de torsion, 129, 136
physique, 136
simple, 136
pente d'une droite, 50
pentose, 262, 263
aldopentose, 262
périhélie, 192
périmètre d'un cercle, 38
période, 124, 135, 136, 149, 190, 192, 201–203
de nutation, 197
de précession, 197
de rotation du Soleil, 208
d'une fonction, 65
trigonométrique, 28
orbitale, 192, 197, 199
orbitale des planètes, 200
sidérale, 194, 197, 198, 200
synodique, 194, 198, 200
périodicité
d'une fonction, 65

trigonométrique, 28
perméabilité, 144, 157
permittivité, 139, 157
relative, 182
permutation
avec répétitions, 9
simple, 9
petit cercle, 31
pH, 219
boissons, 224
en fonction de T, 223
liquides divers, 224
phénol, 247
phénylalanine, 259
phospholipide, 258
pictogramme, 253
pK_a, 219, 223
plan, 61, 62
bissecteur de deux plans, 62
équation
cartésienne, 61
vectorielle, 61
équations paramétriques, 61
polaire, 62
tangent à une sphère, 62
planètes, 192, 200
point
fixe
d'une fonction, 93
méthode du, 93
triple, 176
Poisson, 103
polaire d'un point, 52
polyèdre, 39, 41
polygone, 37
convexe, 37
régulier, 37
polynôme, 16, 17
ajustement par un, 96
de degré n, 16
de Lagrange, 94
du deuxième degré, 16
polysaccharide, 264
position, 123, 131
angulaire, 132
potentiel, 141
d'ionisation, 231
redox, 225, 226
standard, 221
pouvoir
énergétique, 173
oxydant, 226
réducteur, 226
pression, 137
atmosphérique, 175
critique, 182
de saturation, 175
partielle, 217
sonore, 181
unité, 160
primitive d'une fonction, 77–80
principe
de non-contradiction, 3
du tiers exclu, 3
prisme, 39
probabilité, 99–107
conditionnelle, 99
conjointe, 106
totale, 100
produit
cartésien, 5
de deux matrices, 23
de solubilité, 218, 235
d'une matrice par un nombre, 23
ionique, 219, 223
mixte, 48
scalaire, 46
vectoriel, 48
progestérone, 258
projection, 26
orthogonale
d'un point sur un plan, 61
d'un point sur une droite, 51, 60
d'un vecteur sur un autre, 47
proline, 259
propagation d'une erreur, 92
proposition, 3
protéine, 261
séquence, 261
site actif, 261
sous-unité, 261
structure, 261
proton
masse, 157
puissance, 13, 127, 142, 146
d'un point, 38, 52, 62
ordre de grandeur, 174
unité, 160
pulsation, 124, 149
purine, 265
pyramide, 40
pyridoxine, 249
pyrimidine, 265
Pythagore, 11, 35
théorème, 35
triplet, 11

quadrilatère, 36
circonscrit, 37
inscrit, 37
quantificateur
d'existence, 4
d'universalité, 4
quantité
chimique, 217
de matière
unité, 119
de mouvement, 126, 128, 131, 132

racine, 13
d'un nombre complexe, 18
radian, 27, 120
radioactivité
unité, 160
radioprotection, 187
raies d'absorption, 180
raison d'une suite
arithmétique, 85
géométrique, 86
raisonnement par l'absurde, 4
rang d'un terme d'une suite, 85
rayon
de convergence d'une série entière, 88
de courbure, 76
du cercle
circonscrit à un polygone, 37
circonscrit à un triangle, 34
inscrit dans un polygone, 37
rayonnement, 148
cosmologique, 213
réaction, 132

réciproque, 7
rectangle, 36
rectangles, méthode des, 96
redox, 225, 226
réduction, 221
  de la biconditionnelle, 4
  de l'inférence, 4
référentiel, 5
réflexivité d'une relation, 6
réfraction, indice, 178
règle
  de Cramer, 22
  de dérivation, 74
  de Sarrus, 22
régression linéaire, 95
relation, 6, 7
  antisymétrique, 6
  connexe, 6
  de Viète, 16, 17
  d'équivalence, 6
  d'ordre, 6
  d'ordre total, 6
  réciproque, 7
  réflexive, 6
  symétrique, 6
  transitive, 6
rendement, 127, 173
rente, 10
répartition naturelle des éléments, 226
représentation graphique d'une fonction, 65, 69–71
résistance, 142
résistivité, 142, 163, 167, 182
résolution numérique
  d'une équation, 93
  d'une équation différentielle, 97
résonance, 146
ressort, 129
riboflavine, 250
ribonucléique, 267
ribonucléotides, 266
ribose, 262, 263
Riemann, 80, 88
rosace, 58
rose de Grandi, 58
rotation, 26
Runge-Kutta, 97

S, 217
S^0, 235
saccharose, 263
Sarrus, 22
satellite, 135, 202
scalaire, 19
schéma de Horner, 17
sécante, méthode de la, 93
seconde, 119
secteur
  circulaire, 38
  sphérique, 43
section d'or, 33
segment
  circulaire, 38
  sphérique, 44
séquence principale, 204
série, 86–90, 142
  à termes positifs, 86
  alternée, 87
  convergente, 88
  de MacLaurin, 89
  de Taylor, 89
  divergente, 87
  entière, 88
  harmonique, 87
    alternée, 88
sérine, 259
si ..., alors ..., 3
sidéral
  jour, 190
  période, 194, 197, 198, 200
Simpson, 97
sinus, 27
  hyperbolique, 68
Soleil, 194
solubilité, 217, 235
  gaz, 243
  sels et hydroxydes, 243
solution tampon, 220
sommation, 14
somme
  de deux matrices, 23
  des angles d'un polygone, 37
  d'une série convergente, 86
sous-ensemble, 5
soustraction de fonctions, 67
spectre, 155
sphère, 43, 62
  équation cartésienne, 62
sphingolipide, 258

spirales, 58
statistique, 107–110
Stefan-Boltzmann, 191
Steiner, 135
stéradian, 120
stéréoisomère, 262
Stirling, 7
structure algébrique, 18
Student, 109
  test, 109
substances courantes, 245
substitution, 77, 80, 81
sucre, 262–264
sucrose, 263
suite, 85, 86
  convergente, 85
Superamas Local, 212
surface
  aire, 82, 83
  centre de gravité, 82, 83
surjection, 7
syllogisme, 4
symétrie, 26
  d'une relation, 6
symétrique, 51, 60, 61
  d'une opération, 19
synodique
  période, 194, 198, 200
système d'équations linéaires, 22

table de vérité, 3
tangente, 27
  à la courbe représentative d'une fonction, 74
  de pente m
    à un cercle, 52
    à une conique, 55
  en un point
    à un cercle, 52
    à une conique, 55
  hyperbolique, 68
  méthode de la, 93
tas de sable, 40
taux d'intérêts, 9
Taylor, 89
Tchébychev, 101
température
  corps noir, 155
  critique, 182

de fusion, 164, 168, 231, 235, 246
d'ébullition, 164, 168, 231, 235, 246
effective, 191
unité, 119, 160
temps, 123, 153, 190
unité, 119
tension, 140
terme d'une suite, 85
Terre, 196
test
de Student, 109
d'hypothèse, 109
du χ-carré, 110
du khi-carré, 110
testostérone, 258
tétraèdre, 41, 59
Thalès, 33
théorème
central limite, 106
de Bayes, 100
de Guldin, 45
de la hauteur, 35
de la moyenne, 81
de la probabilité totale, 100
de la valeur intermédiaire, 73
de L'Hospital, 73
de Pythagore, 35
de Thalès, 33
des accroissements finis, 75
des cotangentes, 32
d'Euclide, 35
d'Euler, 41
du cosinus, 30, 32
du sinus, 30, 32
fondamental du calcul intégral, 80
thiamine, 250
thiol, 247
thréonine, 259
thymidylate, 266
thymine, 265
tocophérol, 249
tore, 44
toxique, 253
transformation linéaire, 25
transitivité d'une relation, 6
trapèze, 36
trapèzes, méthode des, 96
travail d'une force, 127
triangle, 30–36, 49, 59
de Pascal, 8
équilatéral, 36
quelconque, 30
rectangle, 30, 35
sphérique
quelconque, 31
rectangle, 32
triglycéride, 258
trigonométrie
plane, 27
sphérique, 31
triplet, 5
de Pythagore, 11
tronc
de cône, 43
de cylindre, 43
de pyramide régulière, 40
tryptophane, 259
tyrosine, 259

union, 5
unité astronomique, 189
unités
diverses, 159
système international, 119
univers, 5, 99
uracile, 265
uridylate, 266

valeur
absolue, 14
énergétique, 248
exacte d'une fonction trigonométrique, 28
moyenne d'une fonction, 81
propre, 25
valine, 259
Van der Waals, 147
variable aléatoire, 100
centrée réduite, 101
continue, 100
discrète, 100
variables aléatoires indépendantes, 100
variance, 100, 101, 107
variation de la constante, 84
vecteur, 19, 45–48, 123
défini par deux points, 49, 59
directeur d'une droite, 50
normal
à un plan, 61
à une droite, 50
norme, 46, 47
propre, 25
vergence, 152
Viète, 16, 17
viscosité, 172
unité, 160
vitamine, 249, 251
hydrosoluble, 249
liposoluble, 249
vitesse, 124, 131, 149–151
angulaire, 132
de libération, 135
unité, 159
Voie Lactée, 208
volume
atomique, 231
d'un corps, 82, 83
d'un corps de révolution, 45
d'un corps rond, 42
d'un parallélépipède, 21, 48
d'un polyèdre, 39
d'un tétraèdre, 59
unité, 159

Wien, 155

zéro
d'un polynôme, 16
d'une fonction, 65
zwitterion, 259

de fusion, 164, 168, 231, 235, 246
d'ébullition, 164, 168, 231, 235, 246
effective, 191
unité, 119, 160
temps, 123, 153, 190
unité, 119
tension, 140
terme d'une suite, 85
Terre, 196
test
de Student, 109
d'hypothèse, 109
du χ-carré, 110
du khi-carré, 110
testostérone, 258
tétraèdre, 41, 59
Thalès, 33
théorème
central limite, 106
de Bayes, 100
de Guldin, 45
de la hauteur, 35
de la moyenne, 81
de la probabilité totale, 100
de la valeur intermédiaire, 73
de L'Hospital, 73
de Pythagore, 35
de Thalès, 33
des accroissements finis, 75
des cotangentes, 32
d'Euclide, 35
d'Euler, 41
du cosinus, 30, 32
du sinus, 30, 32
fondamental du calcul intégral, 80
thiamine, 250
thiol, 247
thréonine, 259
thymidylate, 266
thymine, 265
tocophérol, 249
tore, 44
toxique, 253
transformation linéaire, 25
transitivité d'une relation, 6
trapèze, 36
trapèzes, méthode des, 96
travail d'une force, 127
triangle, 30–36, 49, 59
de Pascal, 8
équilatéral, 36
quelconque, 30
rectangle, 30, 35
sphérique
quelconque, 31
rectangle, 32
triglycéride, 258
trigonométrie
plane, 27
sphérique, 31
triplet, 5
de Pythagore, 11
tronc
de cône, 43
de cylindre, 43
de pyramide régulière, 40
tryptophane, 259
tyrosine, 259

union, 5
unité astronomique, 189
unités
diverses, 159
système international, 119
univers, 5, 99
uracile, 265
uridylate, 266

valeur
absolue, 14
énergétique, 248
exacte d'une fonction trigonométrique, 28
moyenne d'une fonction, 81
propre, 25
valine, 259
Van der Waals, 147
variable aléatoire, 100
centrée réduite, 101
continue, 100
discrète, 100
variables aléatoires indépendantes, 100
variance, 100, 101, 107
variation de la constante, 84
vecteur, 19, 45–48, 123
défini par deux points, 49, 59
directeur d'une droite, 50
normal
à un plan, 61
à une droite, 50
norme, 46, 47
propre, 25
vergence, 152
Viète, 16, 17
viscosité, 172
unité, 160
vitamine, 249, 251
hydrosoluble, 249
liposoluble, 249
vitesse, 124, 131, 149–151
angulaire, 132
de libération, 135
unité, 159
Voie Lactée, 208
volume
atomique, 231
d'un corps, 82, 83
d'un corps de révolution, 45
d'un corps rond, 42
d'un parallélépipède, 21, 48
d'un polyèdre, 39
d'un tétraèdre, 59
unité, 159

Wien, 155

zéro
d'un polynôme, 16
d'une fonction, 65
zwitterion, 259

Tableau périodiq

Numéro atomique : 6
Principaux nombres d'oxydation : (le plus fréquent est en **gras**) -4 +2 **+4**
Symbole de l'élément C
Masse atomique 12,01
Electronégativité (••) 2,5
Nom : Carbone

(2c) : deux électrons célibataires
(3p) : trois paires d'électrons

	1 (1c)	2 (2c)	3	4	5	6	7	8	9
	I A	II A	III B	IV B	V B	VI B	VII B	VIII	
1	1 H; +1 -1; 1,008; 2,2; Hydrogène								
2	3 Li; +1; 6,94; 1,0; Lithium	4 Be; +2; 9,01; 1,5; Béryllium							
3	11 Na; +1; 22,99; 0,9; Sodium	12 Mg; +2; 24,31; 1,4; Magnésium							
4	19 K; +1; 39,10; 0,7; Potassium	20 Ca; +2; 40,08; 1,0; Calcium	21 Sc; +3; 44,96; 1,3; Scandium	22 Ti; +2 +3 +4; 47,87; 1,5; Titane	23 V; +2 +3 +4 +5; 50,94; 1,6; Vanadium	24 Cr; +2 +3 +6; 52,00; 1,6; Chrome	25 Mn; +2 +3 +4 +6 +7; 54,94; 1,5; Manganèse	26 Fe; +2 +3; 55,85; 1,8; Fer	27 Co; +2 +3; 5; Cob
5	37 Rb; +1; 85,47; 0,7; Rubidium	38 Sr; +2; 87,62; 1,0; Strontium	39 Y; +2 +3; 88,91; 1,2; Yttrium	40 Zr; +4; 91,22; 1,4; Zirconium	41 Nb; +3 +5; 92,91; 1,6; Niobium	42 Mo; +2 +3 +4 +5 +6; 95,94; 1,8; Molybdène	43 * Tc; +7; [98]; 1,9; Technétium	44 Ru; +2 +3 +4 +6 +8; 101,07; 2,2; Ruthénium	45 Rh; +2 +3 +4; 10; Rhod
6	55 Cs; +1; 132,91; 0,6; Césium	56 Ba; +2; 137,33; 0,9; Baryum	57 La; +3; 138,91; 1,1; Lanthane	72 Hf; +4; 178,49; 1,3; Hafnium	73 Ta; +5; 180,95; 1,5; Tantale	74 W; +2 +3 +4 +5 +6; 183,84; 1,7; Tungstène	75 Re; +2 +3 +4 +6 +7; 186,21; 1,9; Rhénium	76 Os; +2 +3 +4 +6 +8; 190,23; 2,2; Osmium	77 Ir; +2 +3 +4 +6; 19; Iridi
7	87 * Fr; +1; [223]; 0,7; Francium	88 * Ra; +2; [226]; 0,9; Radium	89 * Ac; +3; [227]; 1,1; Actinium	104 * Rf; +4; [261]; Rutherfordium	105 * Db; +5; [262]; Dubnium	106 * Sg; +6; [266]; Seaborgium	107 * Bh; +7; [264]; Bohrium	108 * Hs; [277]; Hassium	109 Mt; [2; Meitne

58 Ce; +3 +4; 140,12; 1,1; Cérium	59 Pr; +3 +4; 140,91; 1,1; Praséodyme	60 Nd; +3; 144,24; 1,1; Néodyme	61 * Pm; +3; [145]; 1,1; Prométhium	62 Sm; +2 +3; 150,36; 1,1; Samarium	63 Eu; +2 +3; 15; Europ
90 * Th; +4; 232,04; 1,3; Thorium	91 * Pa; +4 +5; 231,04; 1,4; Protactinium	92 * U; +3 +4 +5 +6; 238,03; 1,4; Uranium	93 * Np; +3 +4 +5 +6; [237]; 1,4; Neptunium	94 * Pu; +3 +4 +5 +6; [244]; 1,3; Plutonium	95 Am; +3 +4 +5 +6; [24; Améri

métaux	métaux de transition	non métaux	gaz rares et inertes
éléments artificiels			

L'astérisque (*) signifie élément radioactif (instable)

Les masses atomiques actualisées (2001) sont tirées du site IUPAC : http://www.chem.qmw.ac.uk/iupac/AtWt

© CRC 2005

ue des éléments

10	11	12	13	14	15	16	17	18
			(3c)	(4c)	(1p 3c)	(2p 2c)	(3p 1c)	VIII A
			III A	IV A	V A	VI A	VII A	
			5 **B** +3 10,811 2,0 Bore	6 **C** -4 +2 +4 12,011 2,5 Carbone	7 **N** -3 +1 +2 +3 +4 +5 14,007 2,9 Azote	8 **O** -1 -2 +2 15,999 3,4 Oxygène	9 **F** -1 19,00 3,9 Fluor	2 **He** 4,00 Hélium
			13 **Al** +3 26,98 1,8 Aluminium	14 **Si** -4 +4 28,09 2,3 Silicium	15 **P** -3 +3 +4 +5 30,974 2,3 Phosphore	16 **S** -2 +2 +4 +6 32,065 2,7 Soufre	17 **Cl** -1 +1 +3 +5 +7 35,45 3,1 Chlore	10 **Ne** 20,18 Néon
	I B	II B						18 **Ar** 39,95 Argon
28 **Ni** +2 +3 58,69 1,8 Nickel	29 **Cu** +1 +2 63,55 1,9 Cuivre	30 **Zn** +2 65,41 1,6 Zinc	31 **Ga** +1 +2 +3 69,72 2,0 Gallium	32 **Ge** +2 +4 72,64 2,3 Germanium	33 **As** -3 +3 +5 74,92 2,3 Arsenic	34 **Se** -2 +2 +4 +6 78,96 2,6 Sélénium	35 **Br** -1 +1 +5 +7 79,90 3,0 Brome	36 **Kr** 83,80 Krypton
46 **Pd** +2 +4 106,42 2,2 Palladium	47 **Ag** +1 107,87 1,9 Argent	48 **Cd** +2 112,41 1,7 Cadmium	49 **In** +1 +2 +3 114,82 1,8 Indium	50 **Sn** +2 +4 118,71 2,2 Etain	51 **Sb** -3 +3 +5 121,76 2,1 Antimoine	52 **Te** -2 +2 +4 +6 127,60 2,4 Tellure	53 **I** -1 +1 +3 +5 +7 126,90 2,7 Iode	54 **Xe** 131,29 Xénon
78 **Pt** +2 +4 195,08 2,2 Platine	79 **Au** +1 +3 196,97 2,4 Or	80 **Hg** +1 +2 200,59 1,9 Mercure	81 **Tl** +1 +3 204,38 2,0 Thallium	82 **Pb** +2 +4 207,2 2,4 Plomb	83 **Bi** +3 +5 208,98 2,1 Bismuth	84 * **Po** +2 +4 [209] 2,1 Polonium	85 * **At** -1 +1 +3 +5 +7 [210] 2,8 Astate	86 * **Rn** [222] Radon
110 * **Ds** [281] Darmstadtium	111 * **Rg** [....] Roentgenium							

...

64 **Gd** +3 157,25 1,1 Gadolinium	65 **Tb** +3 +4 158,93 1,2 Terbium	66 **Dy** +3 162,50 1,2 Dysprosium	67 **Ho** +3 164,93 1,2 Holmium	68 **Er** +3 167,26 1,2 Erbium	69 **Tm** +2 +3 168,93 1,2 Thulium	70 **Yb** +2 +3 173,04 1,2 Ytterbium	71 **Lu** +3 174,97 1,2 Lutétium
96 * **Cm** +3 [247] 1,3 Curium	97 * **Bk** +3 +4 [247] 1,3 Berkélium	98 * **Cf** +3 [251] 1,3 Californium	99 * **Es** +3 [252] 1,3 Einsteinium	100 * **Fm** +3 [257] 1,3 Fermium	101 * **Md** +3 [258] 1,3 Mendélévium	102 * **No** +3 [259] 1,3 Nobélium	103 * **Lr** +3 [262] 1,3 Lawrencium

(**) Les coefficients d'électronégativité sont ceux de Mulliken (J.Chem.Ed. 65 (1988) p. 34) complétés, pour les métaux de transition, par ceux du livre de L.& P. Pauling (Chemistry ; W.H.Freeman & Co (1975) p.175)